

ESERCIZI SVOLTI

Argomenti:

- A Dimensionamento di un ingranaggio cilindrico a dentatura dritta
- B Ingranaggi cilindrici a denti dritti: calcolo del rendimento
- C Ingranaggi cilindrici a denti dritti: calcolo della velocità di rotazione e dei momenti agenti sugli alberi
- D Dimensionamento di un ingranaggio cilindrico a denti elicoidali
- E Dimensionamento di un ingranaggio conico a denti dritti

B Esercizio 1

Determinare il rendimento di un ingranaggio cilindrico a denti dritti avente modulo $m = 3$ mm. Le frequenze di rotazione sono: per la ruota motrice $n_1 = 800$ giri/min; per la ruota mossa $n_2 = 200$ giri/min. L'interasse tra le due ruote è $l = 225$ mm e il coefficiente d'attrito vale 0,10.

SOLUZIONE

Dal sistema formato dall'espressione:

$$l = \frac{d_1 + d_2}{2}$$

e dalla relazione:

$$i = \frac{d_2}{d_1}$$

ovvero: $d_2 = i \cdot d_1$, si ricava:

$$l = \frac{d_1 + i \cdot d_1}{2}$$

da cui:

$$d_1 = \frac{2 \cdot l}{1 + i}$$

Con i dati del problema si ottiene:

$$d_1 = \frac{2 \cdot 225 \text{ mm}}{1 + 4} = 90 \text{ mm}$$

essendo:

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{800 \text{ giri/min}}{200 \text{ giri/min}} = 4$$

Di conseguenza è:

$$d_2 = i \cdot d_1 = 4 \cdot 90 \text{ mm} = 360 \text{ mm}$$

Noto il modulo, si risale al numero di denti tramite l'espressione:

$$m = \frac{d}{Z_{\text{denti}}}$$



che può anche essere scritta, esplicitando z_{denti} :

$$z_{\text{denti}} = \frac{d}{m}$$

Per la ruota motrice si ricava: $z_1 = \frac{d_1}{m} = \frac{90 \text{ mm}}{3 \text{ mm}} = 30 \text{ denti}$

Per la ruota condotta: $z_2 = \frac{d_2}{m} = \frac{360 \text{ mm}}{3 \text{ mm}} = 120 \text{ denti}$

Il rendimento η della coppia si calcola tramite la relazione:

$$\eta = \frac{1}{1 + f \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right)}$$

e vale:

$$\eta = \frac{1}{1 + 0,10 \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{30} + \frac{1}{120} \right)} \approx 0,9871 \approx 98,71\%$$

A Esercizio 2



Il tamburo di un verricello di diametro $D_{\text{tamb}} = 20 \text{ cm}$ ruota solidalmente con una ruota dentata a denti diritti (Figura 1). Questa è mossa tramite un pignone avente, a regime, una frequenza di rotazione $n_1 = 400 \text{ giri/min}$. La fune che si avvolge sul tamburo può sopportare un carico massimo Q_{max} pari a 1800 N. Si richiede il dimensionamento del suddetto ingranaggio ipotizzando che esso sia realizzato in ghisa e abbia un rapporto di trasmissione pari a 5.

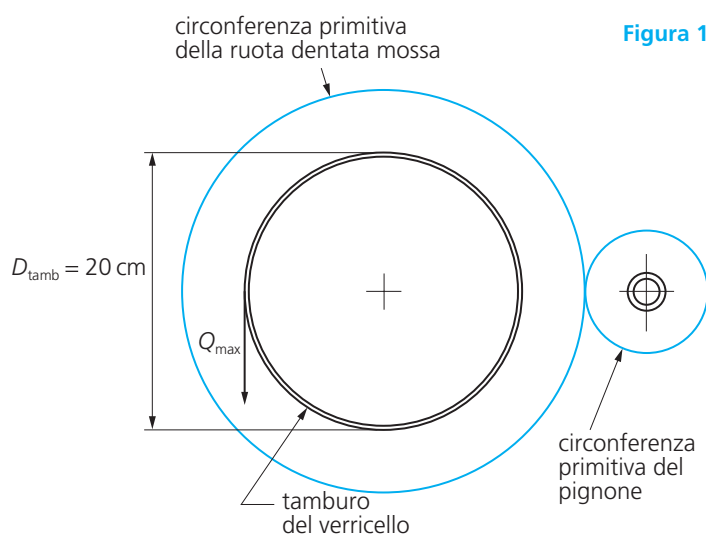


Figura 1

SOLUZIONE Il momento massimo $M_{2 \text{ max}}$ agente sull'albero del verricello vale:

$$M_{2 \text{ max}} = Q_{\text{max}} \cdot \frac{D_{\text{tamb}}}{2}$$

Numericamente:

$$M_{2 \text{ max}} = 1800 \text{ N} \cdot \frac{0,2 \text{ m}}{2} = 180 \text{ Nm}$$

Dalla Tabella 11.2 si ricava che per un rapporto di trasmissione pari a 5 il numero

minimo di denti è 16. Scegliamo un numero di denti per il pignone pari a 20, allo scopo di ottenere un rendimento della trasmissione più elevato.
Il numero di denti z_2 della ruota condotta risulta allora:

$$z_2 = i \cdot z_1 = 5 \cdot 20 = 100 \text{ denti}$$

Dalla Tabella 11.4 si ricava, per $z_2 = 100$:

$$\delta = 0,101$$

Scelto come materiale dell'ingranaggio la ghisa grigia UNI EN 1561 EN-GJL-350 con carico unitario di rottura a trazione $R_m = 350 \text{ N/mm}^2$, la tensione ammissibile statica $\sigma_{\text{adm stat}}$ risulta essere:

$$\sigma_{\text{adm stat}} = \frac{R_m}{k_R} = \frac{350 \text{ N/mm}^2}{6} \approx 58,3 \text{ N/mm}^2$$

avendo assunto come coefficiente di sicurezza rispetto alla rottura:

$$k_R = 6$$

Il modulo dell'ingranaggio risulta pertanto, dalla (36):

$$m = \delta \cdot \left(\frac{M_2}{\lambda \cdot \sigma_{\text{adm stat}}} \right)^{0,4} \cdot n_2^{0,2} = 0,101 \cdot \left(\frac{180 \cdot 10^3 \text{ Nmm}}{10 \cdot 58,3 \text{ N/mm}^2} \right)^{0,4} \cdot (80 \text{ giri/min})^{0,2} \approx 2,4 \text{ mm}$$

dove si è posto: $\lambda = 10$
ed essendo:

$$n_2 = \frac{n_1}{i} = \frac{400 \text{ giri/min}}{5} = 80 \text{ giri/min}$$

Sceghieremo quindi dalla Tabella 11.1 il modulo unificato $m_{\text{UNI}} = 2,5 \text{ mm}$, in base al quale l'ingranaggio risulta così dimensionato:

Dimensionamento dell'ingranaggio

Valori comuni a entrambe le ruote dentate

addendum: $h_a = m_{\text{UNI}} = 2,5 \text{ mm}$

dedendum: $h_f = 1,25 \cdot m_{\text{UNI}} = 1,25 \cdot 2,5 \text{ mm} \approx 3,13 \text{ mm}$

altezza radiale del dente: $h = h_a + h_f = (2,5 + 3,13) \text{ mm} \approx 5,63 \text{ mm}$

spessore assiale delle ruote: $b = \lambda \cdot m_{\text{UNI}} = 10 \cdot 2,5 \text{ mm} = 25 \text{ mm}$

Pignone

diametro primitivo: $d_1 = m_{\text{UNI}} \cdot z_1 = 2,5 \text{ mm} \cdot 20 = 50 \text{ mm}$

diametro di testa: $d_{t1} = d_1 + 2 \cdot h_a = (50 + 2 \cdot 2,5) \text{ mm} = 55 \text{ mm}$

diametro di piede: $d_{p1} = d_1 - 2 \cdot h_f = (50 - 2 \cdot 3,13) \text{ mm} \approx 43,74 \text{ mm}$

Ruota dentata condotta

diametro primitivo: $d_2 = i \cdot d_1 = 5 \cdot 50 \text{ mm} = 250 \text{ mm}$

diametro di testa: $d_{t2} = d_2 + 2 \cdot h_a = (250 + 2 \cdot 2,5) \text{ mm} = 255 \text{ mm}$

diametro di piede: $d_{p2} = d_2 - 2 \cdot h_f = (250 - 2 \cdot 3,13) \text{ mm} \approx 243,74 \text{ mm}$

Interasse: $l = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{50 + 250}{2} \text{ mm} = 150 \text{ mm}$

Verifica a pressione specifica

La pressione specifica, in base alla (38), vale:

$$p_{\text{sp}} = k \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot M_2}{b \cdot d_2^2} \cdot (1 + w)} = 107 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 180 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{mm}}{25 \text{ mm} \cdot (250 \text{ mm})^2} \cdot \left(1 + \frac{1}{5}\right)} \approx 56,26 \text{ N/mm}^2$$

Assumendo per la ghisa utilizzata un valore del rapporto tra la forza premente e

l'area dell'impronta rilevabile nella determinazione della durezza Brinell HB pari a 1700 N/mm^2 , dalla (39) si ottiene, per la pressione specifica ammissibile, il valore:

$$p_{\text{sp adm}} = 2,5 \cdot \frac{HB}{(n_2 \cdot t_h)^{\frac{1}{6}}} = 2,5 \cdot \frac{1700 \text{ N/mm}^2}{(80 \text{ giri/min} \cdot 140\,000 \text{ ore})^{\frac{1}{6}}} \approx 284,13 \text{ N/mm}^2$$

con $t_h = 140\,000$ ore.

In base ai risultati ottenuti possiamo concludere che l'ingranaggio ora proporzionato risulta ampiamente verificato a pressione specifica.

C Esercizio 3



Il meccanismo di sollevamento di una gru è costituito da un motore elettrico della potenza effettiva di $14,71 \text{ kW}$ a 2920 giri/min . Attraverso due coppie di ruote dentate cilindriche a denti diritti che realizzano rispettivamente i rapporti di trasmissione 5 e 6 il motore comanda il tamburo di avvolgimento della fune di sollevamento del carico. Ciascuna coppia di ruote dentate realizza un rendimento pari a $0,96$.

Assunto a criterio ogni altro dato eventualmente occorrente, il candidato dovrà calcolare:

1. il numero di giri al minuto di ciascun albero;
2. i momenti agenti sui vari alberi.

(Dal problema assegnato a un Esame di Stato per gli Istituti Tecnici Industriali con indirizzo Meccanica.)

SOLUZIONE

La potenza sull'albero intermedio P_{int} vale:

$$P_{\text{int}} = \eta \cdot P_1 = 0,96 \cdot 14,71 \text{ kW} \approx 14,12 \text{ kW}$$

Sull'albero del tamburo viene trasmessa una potenza P_2 che vale:

$$P_2 = \eta \cdot P_{\text{int}} = 0,96 \cdot 14,12 \text{ kW} \approx 13,56 \text{ kW}$$

La frequenza di rotazione n_{int} dell'albero intermedio viene ricavata dall'espressione:

$$n_{\text{int}} = \frac{n_1}{i_1} = \frac{2920 \text{ giri/min}}{6} \approx 486,67 \text{ giri/min}$$

L'albero porta-tamburo ruota invece con frequenza n_2 che vale:

$$n_2 = \frac{n_{\text{int}}}{i_2} = \frac{486,67 \text{ giri/min}}{5} \approx 97,33 \text{ giri/min}$$

Per quanto riguarda il momento agente sull'albero intermedio M_{int} , con l'espressione:

$$M_{\text{int}} = 9549,3 \cdot \frac{P_{\text{int}} \text{ (kW)}}{n_{\text{int}} \text{ (giri/min)}}$$

si ottiene:

$$M_{\text{int}} = 9549,3 \cdot \frac{14,12 \text{ kW}}{486,67 \text{ giri/min}} \approx 277,06 \text{ Nm}$$

Con analogo procedimento si ricava il momento M_2 agente sull'albero del tamburo. Esso vale:

$$M_2 = 9549,3 \cdot \frac{P_2}{n_2} = 9549,3 \cdot \frac{13,56 \text{ kW}}{97,33 \text{ giri/min}} \approx 1330,4 \text{ Nm}$$

A Esercizio 4



Un verricello a mano è costituito da un tamburo di diametro $D_{\text{tamb}} = 32 \text{ cm}$ sul cui asse è calettata una ruota dentata che ingrana con un pignone messo in rotazione manualmente da una manovella (Figura 2).

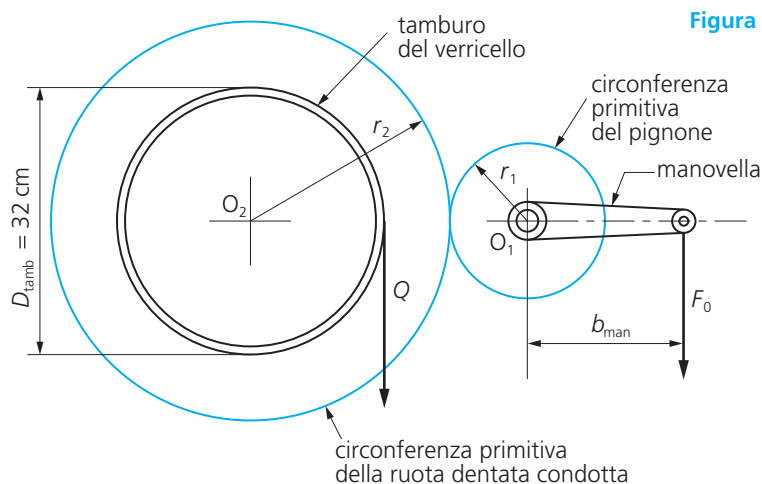


Figura 2

Applicando una forza $F_0 = 150 \text{ N}$ all'estremità del braccio b_{man} della manovella è possibile sollevare un carico Q con velocità costante $v_Q = 0,2 \text{ m/s}$. La lunghezza della manovella è $b_{\text{man}} = 22 \text{ cm}$.

Le ruote che costituiscono l'ingranaggio hanno rispettivamente 16 denti il pignone e 80 denti la ruota condotta. Il rendimento del meccanismo è $\eta = 0,95$.

Determinare il valore del carico Q e del modulo m dell'ingranaggio, ipotizzando che le due ruote dentate siano cilindriche con dentatura dritta e siano realizzate in acciaio UNI EN 10025-E 295.

SOLUZIONE

Dalla definizione di rendimento $\eta = \frac{P_2}{P_1}$, dove P_2 è la potenza sviluppata sull'albero del tamburo e P_1 la potenza motrice si ha:

$$P_2 = \eta \cdot P_1$$

Essendo poi:

$$P_2 = M_2 \cdot \omega_2$$

e:

$$P_1 = M_1 \cdot \omega_1$$

è anche:

$$M_2 \cdot \omega_2 = \eta \cdot M_1 \cdot \omega_1$$

La precedente espressione può scriversi:

$$M_2 = \eta \cdot M_1 \cdot \frac{\omega_1}{\omega_2}$$

Dalla relazione:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{Z_2}{Z_1}$$

consegue:

$$M_2 = \eta \cdot M_1 \cdot \frac{Z_2}{Z_1} = \eta \cdot M_1 \cdot i$$

In quanto è:

$$i = \frac{z_2}{z_1}$$

D'altra parte si ha:

$$M_2 = Q \cdot \frac{D_{\text{tamb}}}{2}; \quad M_1 = F_0 \cdot b_{\text{man}}$$

da cui:

$$Q \cdot \frac{D_{\text{tamb}}}{2} = \eta \cdot F_0 \cdot b_{\text{man}} \cdot \frac{z_2}{z_1}$$

e, in definitiva:

$$Q = \frac{F_0 \cdot b_{\text{man}}}{\frac{D_{\text{tamb}}}{2}} \cdot \frac{z_2}{z_1} \cdot \eta$$

Numericamente risulta:

$$Q = \frac{150 \text{ N} \cdot 0,22 \text{ m}}{\frac{0,32 \text{ m}}{2}} \cdot \frac{80}{16} \cdot 0,95 \approx 980 \text{ N}$$

Il momento sviluppato sull'albero del pignone vale:

$$M_2 = Q \cdot r_{\text{tamb}} = 980 \text{ N} \cdot \frac{0,32 \text{ m}}{2} \approx 157 \text{ Nm}$$

Ipotizzando di utilizzare per l'ingranaggio l'acciaio UNI EN 10025-E 295, il quale ammette come carico unitario di snervamento $R_{\text{eH}} = 295 \text{ N/mm}^2$, il carico unitario ammissibile statico $\sigma_{\text{adm stat}}$ risulta:

$$\sigma_{\text{adm stat}} = \frac{R_{\text{eH}}}{k_{\text{sn}}} = \frac{295 \text{ N/mm}^2}{1,5} \approx 196,67 \text{ N/mm}^2$$

dove k_{sn} , coefficiente di sicurezza calcolato rispetto allo snervamento, è stato assunto pari a 1,5. D'altra parte, l'espressione relativa alla velocità angolare ω_2 dell'albero su cui è calettato il tamburo:

$$\omega_2 = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_2}{60}$$

può scriversi, se si isola n_2 :

$$n_2 = \frac{60 \cdot \omega_2}{2 \cdot \pi}$$

Se si pone al posto di ω_2 la relazione:

$$\omega_2 = \frac{v_Q}{r_{\text{tamb}}}$$

dove v_Q è la velocità di risalita del carico, che è anche la velocità periferica del tamburo, si ottiene:

$$n_2 = \frac{60 \cdot v_Q}{2 \cdot \pi \cdot r_{\text{tamb}}}$$

Con i valori numerici citati nell'enunciato del problema si ha:

$$n_2 = \frac{60 \cdot 0,2 \text{ m/s}}{2 \cdot \pi \cdot 0,16 \text{ m}} \approx 11,94 \text{ giri/min}$$

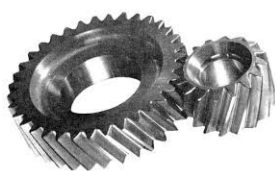
Il modulo dell'ingranaggio risulta perciò, dalla (36):

$$m = \delta \cdot \left(\frac{M_2}{\lambda \cdot \sigma_{\text{adm stat}}} \right)^{0,4} \cdot n_2^{0,2} = 0,107 \cdot \left(\frac{157 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{mm}}{10 \cdot 196,67 \text{ N/mm}^2} \right)^{0,4} \cdot (11,94 \text{ giri/min})^{0,2} \approx 1 \text{ mm}$$

dove si è posto: $\lambda = 10$ e dato che è, per $z_2 = 80$ denti: $\delta = 0,107$.

Assumeremo quindi $m_{\text{UNI}} = 1 \text{ mm}$ (Tabella 11.1).

D Esercizio 5



Tra il motore e il tamburo di un verricello è interposto un ingranaggio costituito da una coppia di ruote dentate cilindriche a dentatura elicoidale con angolo d'elica $\beta = 30^\circ$. Il motore eroga una potenza di 13 kW al regime di 611 giri/min.

La velocità v_Q di sollevamento del carico è pari a 0,8 m/s. Il tamburo del verricello ha diametro $D_{\text{tamb}} = 15 \text{ cm}$. Il materiale dell'ingranaggio è un acciaio legato da bonifica che ammette una tensione massima $\sigma_{\text{adm stat}}$ pari a 460 N/mm².

Dimensionare l'ingranaggio e calcolare l'entità del carico sollevabile nelle condizioni precedentemente descritte.

SOLUZIONE

La velocità angolare del tamburo, che è la stessa della ruota dentata condotta, è ricavabile dalla relazione:

$$v_Q = \omega_2 \cdot \frac{D_{\text{tamb}}}{2}$$

e vale:

$$\omega_2 = \frac{2 \cdot v_Q}{D_{\text{tamb}}} = \frac{2 \cdot 0,8 \text{ m/s}}{0,15 \text{ m}} \approx 10,67 \text{ rad/s}$$

L'espressione:

$$\omega_2 = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_2}{60}$$

è anche, se si isola n_2 :

$$n_2 = \frac{60 \cdot \omega_2}{2 \cdot \pi}$$

Con i dati numerici si ricava:

$$n_2 = \frac{60 \cdot 10,67 \text{ rad/s}}{2 \cdot \pi} \approx 101,89 \text{ giri/min}$$

Il rapporto di trasmissione i vale allora:

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{611 \text{ giri/min}}{101,89 \text{ giri/min}} \approx 6$$

Se si adotta per entrambe le ruote dentate un coefficiente:

$$\lambda = 20$$

e fissato per il pignone un numero di denti pari a 14 dall'espressione (42) si ricava:

$$m_n = \varphi \cdot \left(\frac{P_1}{\lambda \cdot \sigma_{\text{adm stat}}} \right)^{0,4} \cdot \frac{(\cos \beta_1)^{0,2}}{n_1^{0,2}} = 112,12 \cdot \left(\frac{13 \text{ kW}}{20 \cdot 460 \text{ N/mm}^2} \right)^{0,4} \cdot \frac{(\cos 30^\circ)^{0,2}}{(611 \text{ giri/min})^{0,2}} \approx 2,19 \text{ mm}$$

dove: $\varphi = 112,12$ (Tabella 11.4, in corrispondenza di $z = 14$).

Adotteremo pertanto il modulo normale unificato:

$$m_{\text{UNI}} = 2,25 \text{ mm}$$

Di conseguenza l'ingranaggio viene dimensionato nel modo seguente:

Dimensionamento dell'ingranaggio

Valori comuni a entrambe le ruote dentate

$$m_f = \frac{m_{\text{UNI}}}{\cos \beta} = \frac{2,25 \text{ mm}}{\cos 30^\circ} \approx 2,6 \text{ mm}$$

$$p_n = m_{\text{UNI}} \cdot \pi \approx 2,25 \text{ mm} \cdot \pi \approx 7,07 \text{ mm}$$

$$p_f = m_f \cdot \pi \approx 2,6 \text{ mm} \cdot \pi \approx 8,17 \text{ mm}$$

$$h_a = m_{\text{UNI}} = 2,25 \text{ mm}$$

$$h_f = 1,25 \cdot m_{\text{UNI}} = 1,25 \cdot 2,25 \text{ mm} \approx 2,81 \text{ mm}$$

$$h = h_a + h_f = (2,25 + 2,81) \text{ mm} \approx 5,06 \text{ mm}$$

$$b = \lambda \cdot m_{\text{UNI}} = 20 \cdot 2,25 \text{ mm} = 45 \text{ mm}$$

$$b' = \frac{b}{\cos \beta} = \frac{45 \text{ mm}}{\cos 30^\circ} \approx 51,96 \text{ mm}$$

Pignone

$$d_1 = m_{\text{UNI}} \cdot z_1 = 2,25 \text{ mm} \cdot 14 = 31,5 \text{ mm}$$

$$d_{t1} = d_1 + 2 \cdot h_a = (31,5 + 2 \cdot 2,25) \text{ mm} = 36 \text{ mm}$$

$$d_{p1} = d_1 - 2 \cdot h_f = (31,5 - 2 \cdot 2,81) \text{ mm} \approx 25,88 \text{ mm}$$

Ruota dentata condotta

$$d_2 = i \cdot d_1 = 6 \cdot 31,5 \text{ mm} = 189 \text{ mm}$$

$$d_{t2} = d_2 + 2 \cdot h_a = (189 + 2 \cdot 2,25) \text{ mm} = 193,5 \text{ mm}$$

$$d_{p2} = d_2 - 2 \cdot h_f = (189 - 2 \cdot 2,81) \text{ mm} \approx 183,38 \text{ mm}$$

$$\text{Interasse: } l = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{31,5 + 189}{2} \text{ mm} = 110,25 \text{ mm}$$

Verifica a usura

La pressione specifica vale:

$$\begin{aligned} p_{\text{sp}} &= k \cdot \sqrt{\frac{1,6 \cdot M_1}{b' \cdot d_1^2} (1+w)} \cdot \cos \beta = \\ &= 151 \cdot \sqrt{\frac{1,6 \cdot 203\,177 \text{ Nmm}}{51,96 \text{ mm} \cdot (31,5 \text{ mm})^2} \cdot (1+0,167)} \cdot \cos 30^\circ \approx 354,73 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

dove: $k = 151$

$$w = \frac{1}{u} = \frac{14}{84} \approx 0,167$$

e:

$$M_1 = 9549,3 \cdot \frac{13 \text{ kW}}{611 \text{ giri/min}} \approx 203,177 \text{ Nm} \approx 203\,177 \text{ Nmm}$$

La pressione specifica ammissibile è:

$$p_{sp\ adm} = 2,5 \cdot \frac{HB}{(n_1 \cdot t_h)^{\frac{1}{6}}} = 2,5 \cdot \frac{2600\ N/mm^2}{(611\ giri/min \cdot 30000\ ore)^{\frac{1}{6}}} \approx 400,3\ N/mm^2$$

dove: $HB = 2600\ N/mm^2$ è il rapporto tra la forza premente e l'area dell'impronta rilevabile nella determinazione della durezza Brinell dell'acciaio in questione; $t_h = 30000$ ore è la durata prevedibile dell'ingranaggio.

Dato che si è ricavato:

$$p_{sp} \approx 354,73\ N/mm^2 < 400,3\ N/mm^2 \approx p_{sp\ adm}$$

si può concludere che la verifica a pressione specifica ha avuto risultato positivo. Per quanto riguarda infine l'entità del carico sollevabile Q , occorre dapprima calcolare il rendimento η dell'ingranaggio.

Esso vale:

$$\eta = \frac{1}{1 + f \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right)} = \frac{1}{1 + 0,10 \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{14} + \frac{1}{84} \right)} \approx 0,9745 \approx 97,45\%$$

dove si è posto:

$$f = 0,10 \text{ (coefficiente d'attrito)}$$

e:

$$z_2 = i \cdot z_1 = 6 \cdot 14 = 84 \text{ denti}$$

La potenza P_2 trasmessa all'albero del tamburo vale perciò:

$$P_2 = \eta \cdot P_1 = 0,9745 \cdot 13\ kW \approx 12,67\ kW$$

Il momento M_2 applicato al suddetto albero sarà pertanto:

$$M_2 = \frac{P_2}{\omega_2} = \frac{12670\ W}{10,67\ rad/s} \approx 1187,4\ Nm$$

da cui:

$$Q = \frac{M_2}{\frac{D_{tamb}}{2}} = \frac{1187,4\ Nm}{\frac{0,15\ m}{2}} \approx 15832\ N \approx 15,83\ kN$$

E Esercizio 6



Dimensionare un ingranaggio conico a denti diritti per ridurre la frequenza di rotazione $n_1 = 780$ giri/min dell'albero motore al valore $n_2 = 300$ giri/min sull'albero condotto. I due alberi sono perpendicolari tra loro e la potenza trasmessa è $P_1 = 4$ kW. Si utilizza come materiale l'acciaio al carbonio, da bonifica, UNI EN ISO 683-1:2018-C 60, che ha un rapporto tra la forza premente e l'area dell'impronta rilevabile nella determinazione della durezza Brinell $HB = 2100\ N/mm^2$ e un carico unitario di rottura $R_m = 800\ N/mm^2$ (Tabella 11.5).

SOLUZIONE

Siccome i due alberi sono tra loro perpendicolari, l'angolo di semiapertura δ_1 del cono primitivo della ruota motrice vale:

$$\delta_1 = \arctg \frac{1}{i} = \arctg \frac{1}{2,6} \approx 21,04^\circ$$

essendo:

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{780\ giri/min}{300\ giri/min} = 2,6$$

Di conseguenza l'angolo di semiapertura δ_2 del cono primitivo della ruota con-dotta vale:

$$\delta_2 = 90^\circ - \delta_1 = 90^\circ - 21,04^\circ \approx 68,96^\circ$$

Il pignone può assumere un numero di denti z_1 che vale, per $u = 2,6$ (Tabella 11.2) e in base all'espressione (54):

$$z_1 \geq z_{\min \text{ conici}} = z_{\min \text{ cilindrici}} \cdot \cos \delta_1 = 15 \cdot \cos 21,04^\circ \approx 14 \text{ denti}$$

Se ipotizziamo: $z_1 = 15$ denti, abbiamo: $z_2 = i \cdot z_1 = 2,6 \cdot 15 = 39$ denti

L'acciaio indicato nell'enunciato dell'esercizio ammette un carico unitario di sicurezza $\sigma_{\text{adm stat}}$ pari a:

$$\sigma_{\text{adm stat}} = \frac{R_m}{k_R} = \frac{800 \text{ N/mm}^2}{3} \approx 266,7 \text{ N/mm}^2$$

avendo assunto come coefficiente di sicurezza relativo alla rottura:

$$k_R = 3$$

Se si ritiene adeguato per l'ingranaggio allo studio un rapporto:

$$\lambda = \frac{b}{m} = 8$$

il modulo, calcolato con l'espressione:

$$m = \varphi \cdot \left(\frac{P_1}{\lambda \cdot \sigma_{\text{adm stat}}} \right)^{0,4} \cdot \frac{1}{n_1^{0,2}} \cdot \left(1 + \frac{\lambda \cdot \sin \delta_1}{z_1} \right)$$

assume il valore:

$$m = 109,02 \cdot \left(\frac{4 \text{ kW}}{8 \cdot 266,7 \text{ N/mm}^2} \right)^{0,4} \cdot \frac{1}{(780 \text{ giri/min})^{0,2}} \cdot \left(1 + \frac{8 \cdot \sin 21,04^\circ}{15} \right) \approx 2,78 \text{ mm}$$

dove: $\varphi = 109,02$ (Tabella 11.4 in corrispondenza di $z = 15$).

Dalla Tabella 11.1 viene fissato:

$$m_{\text{UNI}} = 3 \text{ mm}$$

Si procede quindi al dimensionamento dell'ingranaggio:

Dimensionamento dell'ingranaggio

Valori comuni a entrambe le ruote dentate

passo $p = m_{\text{UNI}} \cdot \pi = 3 \text{ mm} \cdot \pi \approx 9,42 \text{ mm}$ (misurato sulla periferia della base maggiore del cono primitivo)

$h_a = m_{\text{UNI}} = 3 \text{ mm}$ (misurato sul cono complementare)

$h_f = 1,25 \cdot m_{\text{UNI}} = 1,25 \cdot 3 \text{ mm} = 3,75 \text{ mm}$ (misurato sul cono complementare)

$h = h_a + h_f = (3 + 3,75) \text{ mm} = 6,75 \text{ mm}$

lunghezza del dente: $b = \lambda \cdot m_{\text{UNI}} = 8 \cdot 3 \text{ mm} = 24 \text{ mm}$

Ruota dentata motrice

$d_1 = m_{\text{UNI}} \cdot z_1 = 3 \text{ mm} \cdot 15 = 45 \text{ mm}$

$d_{t1} = d_1 + 2 \cdot h_a \cdot \cos \delta_1 = (45 + 2 \cdot 3 \cdot \cos 21,04^\circ) \text{ mm} \approx 50,6 \text{ mm}$

$d_{p1} = d_1 - 2 \cdot h_f \cdot \cos \delta_1 = (45 - 2 \cdot 3,75 \cdot \cos 21,04^\circ) \text{ mm} \approx 38 \text{ mm}$

Ruota dentata condotta

$d_2 = i \cdot d_1 = 2,6 \cdot 45 \text{ mm} = 117 \text{ mm}$

$d_{t2} = d_2 + 2 \cdot h_a \cdot \cos \delta_2 = (117 + 2 \cdot 3 \cdot \cos 68,96^\circ) \text{ mm} \approx 119,15 \text{ mm}$

$d_{p2} = d_2 - 2 \cdot h_f \cdot \cos \delta_2 = (117 - 2 \cdot 3,75 \cdot \cos 68,96^\circ) \text{ mm} \approx 114,31 \text{ mm}$

Angolo di addendum:

$$\vartheta_a = \arctg \frac{h_a}{R} = \arctg \frac{3 \text{ mm}}{62,67 \text{ mm}} \approx 2,74^\circ$$

essendo:

$$R = \frac{d_1}{2 \cdot \sin \delta_1} = \frac{45 \text{ mm}}{2 \cdot \sin 21,04^\circ} \approx 62,67 \text{ mm}$$

Angolo di dedendum:

$$\vartheta_f = \arctg \frac{h_f}{R} = \arctg \frac{3,75 \text{ mm}}{62,67 \text{ mm}} \approx 3,42^\circ$$

Angoli di semiapertura del cono grezzo:

$$\alpha_1 = \delta_1 + \vartheta_a = 21,04^\circ + 2,74^\circ \approx 23,78^\circ$$

$$\alpha_2 = \delta_2 + \vartheta_a = 68,96^\circ + 2,74^\circ \approx 71,70^\circ$$

Rendimento:

$$\eta \approx 1 - f \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{1}{z_1^2} + \frac{1}{z_2^2}} \approx 1 - 0,14 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{1}{15^2} + \frac{1}{39^2}} \approx 0,96858 \approx 96,86\%$$

Verifica a usura

La pressione specifica vale:

$$\begin{aligned} p_{sp} &= k \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot M_1}{b \cdot d_{m1}^2} \cdot (1 + w) \cdot \cos \delta_1} = \\ &= 151 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 48971 \text{ Nmm}}{24 \text{ mm} \cdot (37,77 \text{ mm})^2} \cdot (1 + 0,38) \cdot \cos 21,04^\circ} \approx 289,85 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

con:

$$d_{m1} = \frac{m_{UNI} \cdot z_1^2}{z_1 + \lambda \cdot \sin \delta_1} = \frac{3 \text{ mm} \cdot 15^2}{15 + 8 \cdot \sin 21,04^\circ} \approx 37,77 \text{ mm}$$

$$k = 151 \quad (\text{acciaio su acciaio})$$

$$M_1 = 9549,3 \cdot \frac{P_1}{n_1} = 9549,3 \cdot \frac{4 \text{ kW}}{780 \text{ giri/min}} \approx 48,971 \text{ Nm} \approx 48971 \text{ Nmm}$$

$$w = \frac{15 \text{ denti}}{39 \text{ denti}} \approx 0,38$$

La pressione specifica ammissibile vale:

$$p_{sp \text{ adm}} = 2,5 \cdot \frac{HB}{(n_1 \cdot t_h)^{\frac{1}{6}}} = 2,5 \cdot \frac{2100 \text{ N/mm}^2}{(780 \text{ giri/min} \cdot 20000 \text{ ore})^{\frac{1}{6}}} \approx 332,13 \text{ N/mm}^2$$

con: $t_h = 20000 \text{ ore}$.

Dal momento che risulta:

$$p_{sp} = 289,85 \text{ N/mm}^2 < 332,13 \text{ N/mm}^2 \approx p_{sp \text{ adm}}$$

si conclude che la verifica a usura ha avuto esito positivo.

A Esercizio 7



All'Ufficio Tecnico di cui facciamo parte viene richiesto di progettare un riduttore di velocità ad assi paralleli costituito da un ingranaggio cilindrico a dentatura dritta. Viene precisato che il riduttore funzionerà per 8 ore al giorno, pertanto ci viene comunicato che le ore di funzionamento previste t_h sono 25 000.

Il motore eroga una potenza $P_1 = 25\,000\text{ W}$ al regime di 2464 giri/min.

L'interasse dovrà essere inferiore a 175 mm.

L'albero condotto, collegato all'utilizzatore, deve possedere una velocità di rotazione, a regime, pari a 784 giri/min.

Si assumono i seguenti dati:

- materiale dell'ingranaggio: acciaio UNI EN ISO 683-1:2018-C 45;
- coefficiente d'attrito radente: $f = 0,14$;
- rapporto tra la larghezza b della ruota dentata e il modulo m : $\lambda = 10$.

Fissati gli eventuali dati mancanti, effettuare:

1. il **dimensionamento modulare dell'ingranaggio** e la relativa **verifica a usura**;
2. i calcoli dell'**interasse** e del **rendimento** dell'ingranaggio stesso.

SOLUZIONE Calcolo del rapporto di trasmissione i

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{2464}{784} = 3,142857$$

Determinazione dei valori dei numeri di denti della ruota motrice e della ruota condotta

Dopo aver eseguito una serie di tentativi, si è rilevato che il rapporto di trasmissione assegnato può essere realizzato in modo estremamente corretto utilizzando i seguenti numeri di denti per le due ruote dentate:

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{88}{28}$$

$$z_1 = 28$$

$$z_2 = 88$$

Calcolo del momento motore

$$M_1 (\text{N} \cdot \text{m}) = 9549,3 \cdot \frac{P_1 (\text{kW})}{n_1 (\text{rpm})} = 9549,3 \cdot \frac{25 (\text{kW})}{2464 (\text{rpm})} \approx 96,88 \text{ N} \cdot \text{m} = 96\,888,18 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

a) Calcolo del modulo

1. Utilizziamo la relazione:

$$m = \varphi \cdot \left(\frac{P_1}{\lambda \cdot \sigma_{\text{adm stat}}} \right)^{0,4} \cdot \frac{1}{n_1^{0,2}} = 88,58 \cdot \left(\frac{25}{10 \cdot 250} \right)^{0,4} \cdot \frac{1}{(2464)^{0,2}} \approx 2,94 \text{ mm}$$

essendo:

$$\varphi = 88,58$$

$$\lambda = 10$$

$$\sigma_{\text{adm stat}} = \frac{R_m}{2,8} = \frac{700}{2,8} = 250 \text{ N/mm}^2$$

2. In alternativa, possiamo utilizzare la relazione:

$$m = \delta \cdot \left(\frac{M_1}{\lambda \cdot \sigma_{\text{adm stat}}} \right)^{0,4} \cdot n_1^{0,2} = 0,143 \cdot \left(\frac{96888,18}{10 \cdot 250} \right)^{0,4} \cdot (2464)^{0,2} \approx 2,94 \text{ mm}$$

con:

$$\delta = 0,143$$

$$\lambda = 10$$

$$\sigma_{\text{adm stat}} = \frac{R_m}{2,8} = \frac{700}{2,8} = 250 \text{ N/mm}^2$$

Assumeremo:

$$m_{\text{UNI}} = 3 \text{ mm}$$

b) Calcolo dei parametri comuni a entrambe le ruote

Passo della dentatura	$p = m \cdot \pi = 3 \cdot \pi \approx 9,42 \text{ mm}$
Addendum	$h_a = m = 3 \text{ mm}$
Dedendum	$h_f = 1,25 \cdot m = 1,25 \cdot 3 = 3,75 \text{ mm}$
Altezza radiale del dente	$h = h_a + h_f = 3 + 3,75 = 6,75 \text{ mm}$
Lunghezza del dente	$l = \lambda \cdot m = 10 \cdot 3 = 30 \text{ mm}$
Spessore assiale delle ruote	$b = \lambda \cdot m = 10 \cdot 3 = 30 \text{ mm}$

Ruota dentata motrice

Diametro primitivo	$d_1 = m \cdot z_1 = 3 \cdot 28 = 84 \text{ mm}$
Diametro di testa	$d_{t1} = d_1 + 2 \cdot h_a = 84 + 2 \cdot 3 = 90 \text{ mm}$
Diametro di piede	$d_{p1} = d_1 - 2 \cdot h_f = 84 - 2 \cdot 3,75 = 76,5 \text{ mm}$

Ruota dentata condotta

Diametro primitivo	$d_2 = m \cdot z_2 = 3 \cdot 88 = 264 \text{ mm}$
Diametro di testa	$d_{t2} = d_2 + 2 \cdot h_a = 264 + 2 \cdot 3 = 270 \text{ mm}$
Diametro di piede	$d_{p2} = d_2 - 2 \cdot h_f = 264 - 2 \cdot 3,75 = 256,5 \text{ mm}$

$$\text{Calcolo dell'interasse} \quad l = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{84 + 264}{2} = 174 \text{ mm}$$

Calcolo del rendimento dell'ingranaggio

$$\eta = \frac{1}{1 + f \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right)} = \frac{1}{1 + 0,14 \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{28} + \frac{1}{88} \right)} \approx 0,9797 = 97,97\%$$

c) Verifica a usura

Calcolo della pressione specifica

$$p_{sp} = k \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot M_1}{b \cdot d_1^2} \cdot (1 + w)} = 151 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 96888,18}{30 \cdot 84^2} \cdot (1 + 0,3181)} \approx 165,87 \text{ N/mm}^2$$

con:

$$k = 151$$

$$w = \frac{Z_{\text{minore}}}{Z_{\text{maggiore}}} = \frac{28}{88} = 0,3181$$

Calcolo della pressione specifica ammissibile

$$p_{sp \text{ adm}} = 2,5 \cdot \frac{HB}{(n_1 \cdot t_h)^{\frac{1}{6}}} = 2,5 \cdot \frac{1850}{(2464 \cdot 25000)^{\frac{1}{6}}} \approx 232,72 \text{ N/mm}^2$$

con:

$$HB = 1850 \text{ N/mm}^2$$

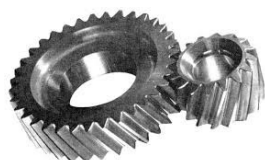
$$t_h = 25\,000 \text{ ore}$$

Risultando:

$$p_{sp} < p_{sp \text{ adm}}$$

la verifica a usura ha avuto esito positivo.

D Esercizio 8



All'Ufficio Tecnico di cui facciamo parte viene richiesto di progettare un riduttore di velocità ad assi paralleli costituito da un ingranaggio cilindrico a dentatura elicoidale. Viene precisato che il riduttore funzionerà per 8 ore al giorno, pertanto ci viene comunicato che le ore di funzionamento previste t_h sono 30 000.

Il motore eroga una potenza $P_1 = 15\,000 \text{ W}$ al regime di 1000 giri/min.

L'interasse dovrà essere inferiore a 90 mm.

L'albero condotto, collegato all'utilizzatore, deve possedere una velocità di rotazione, a regime, pari a 500 giri/min.

Si assumono i seguenti dati:

- materiale dell'ingranaggio: acciaio UNI EN 10025-E 335;
- coefficiente d'attrito radente: $f = 0,14$;
- rapporto tra la larghezza b della ruota dentata e il modulo m : $\lambda = 10$;
- angolo di inclinazione dell'elica: $\beta = 30^\circ$;
- angolo di pressione $\vartheta = 20^\circ$.

Fissati gli eventuali dati mancanti, effettuare:

1. il **dimensionamento modulare dell'ingranaggio** e la relativa **verifica a usura**;
2. i calcoli dell'**interasse** e del **rendimento** dell'ingranaggio stesso.

SOLUZIONE *Calcolo del rapporto di trasmissione i*

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{1000}{500} = 2$$

Determinazione dei valori dei numeri di denti della ruota motrice e della ruota condotta

$$z_{\min \text{ elic.}} = z_{\min \text{ dir.}} \cdot (\cos \beta)^3 = 15 \cdot (\cos 30^\circ)^3 \approx 9,7427$$

Assumeremo: $z_1 = 12$

Di conseguenza avremo:

$$z_2 = z_1 \cdot i = 12 \cdot 2 = 24$$

Calcolo del momento motore

$$M_1 (\text{N} \cdot \text{m}) = 9549,3 \cdot \frac{P_1 (\text{kW})}{n_1 (\text{rpm})} = 9549,3 \cdot \frac{15 (\text{kW})}{1000 (\text{rpm})} \approx 143,2395 \text{ N} \cdot \text{m} = 143\,239,5 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

a) Calcolo del modulo normale m_n

1. Utilizzo della relazione:

$$m_n = \varphi \cdot \left(\frac{P_1}{\lambda \cdot \sigma_{\text{adm stat}}} \right)^{0,4} \cdot \frac{(\cos \beta)^{0,2}}{n_1^{0,2}} = 121,41 \cdot \left(\frac{15}{10 \cdot 223,33} \right)^{0,4} \cdot \frac{(\cos 30^\circ)^{0,2}}{1000^{0,2}} \approx 4,00 \text{ mm}$$

essendo:

$$\varphi = 121,41$$

$$\lambda = 10$$

$$\sigma_{\text{adm stat}} = \frac{R_{\text{eH}}}{1,5} = \frac{335}{1,5} \approx 223,33 \text{ N/mm}^2$$

2. Utilizzo, in alternativa, della relazione:

$$m_n = \delta \cdot \left(\frac{M_1}{\lambda \cdot \sigma_{\text{adm stat}}} \right)^{0,4} \cdot n_1^{0,2} \cdot (\cos \beta)^{0,2} = 0,196 \cdot \left(\frac{143\,239}{10 \cdot 223,33} \right)^{0,4} \cdot 1000^{0,2} \cdot (\cos 30^\circ)^{0,2} \approx 4,00 \text{ mm}$$

dove:

$$\delta = 0,196$$

$$\lambda = 10$$

$$\sigma_{\text{adm stat}} = 223,33 \text{ N/mm}^2$$

Assumeremo:

$$m_{\text{UNI}} = 4 \text{ mm}$$

b) Calcolo dei parametri comuni a entrambe le ruote

Modulo frontale $m_f = \frac{m_{\text{UNI}}}{\cos \beta} = \frac{4}{\cos 30^\circ} \approx 4,62 \text{ mm}$

Passo normale della dentatura $p_n = m_{\text{UNI}} \cdot \pi = 4 \cdot \pi \approx 12,57 \text{ mm}$

Passo frontale della dentatura $p_f = m_f \cdot \pi = 4,62 \cdot \pi \approx 14,51 \text{ mm}$

Addendum $h_a = m_{\text{UNI}} = 4 \text{ mm}$

Dedendum $h_f = 1,25 \cdot m_{\text{UNI}} = 1,25 \cdot 4 = 5 \text{ mm}$

Altezza radiale del dente $h = h_a + h_f = 4 + 5 = 9 \text{ mm}$

Spessore assiale delle ruote $b = \lambda \cdot m_{\text{UNI}} = 10 \cdot 4 = 40 \text{ mm}$

Lunghezza del dente $b' = \frac{b}{\cos \beta} = \frac{40}{\cos 30^\circ} \approx 46,19 \text{ mm}$

Ruota dentata motrice

Diametro primitivo $d_1 = m_f \cdot z_1 = 4,62 \cdot 12 \approx 55,44 \text{ mm}$

Diametro di testa $d_{t1} = d_1 + 2 \cdot h_a = 55,44 + 2 \cdot 4 = 63,44 \text{ mm}$

Diametro di piede $d_{p1} = d_1 - 2 \cdot h_f = 55,44 - 2 \cdot 5 = 45,44 \text{ mm}$

Ruota dentata condotta

Diametro primitivo $d_2 = m_f \cdot z_2 = 4,62 \cdot 24 \approx 110,88 \text{ mm} (= i \cdot d_1)$

Diametro di testa $d_{t2} = d_2 + 2 \cdot h_a = 110,88 + 2 \cdot 4 = 118,88 \text{ mm}$

Diametro di piede $d_{p2} = d_2 - 2 \cdot h_f = 110,88 - 2 \cdot 5 = 100,88 \text{ mm}$

Calcolo dell'interasse $l = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{55,44 + 110,88}{2} = 83,16 \text{ mm}$

Calcolo del rendimento dell'ingranaggio

$$\eta = \frac{1}{1 + f \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right)} = \frac{1}{1 + 0,14 \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{24} \right)} \approx 0,9479 = 94,79\%$$

c) Verifica a usura

Calcolo della pressione specifica

$$p_{sp} = k \cdot \sqrt{\frac{1,6 \cdot M_1}{b' \cdot d_1^2}} \cdot (1+w) \cdot \cos \beta = 151 \cdot \sqrt{\frac{1,6 \cdot 143239,5}{46,19 \cdot 55,44^2}} \cdot (1+0,5) \cdot \cos 30^\circ \approx 203,49 \text{ N/mm}^2$$

con:

$$k = 151 \quad \text{e} \quad w = \frac{Z_{\text{minore}}}{Z_{\text{maggiore}}} = 0,5$$

Calcolo della pressione specifica ammissibile

$$p_{sp \text{ adm}} = 2,5 \cdot \frac{HB}{(n_1 \cdot t_h)^{\frac{1}{6}}} = 2,5 \cdot \frac{1800}{(1000 \cdot 30000)^{\frac{1}{6}}} = 255,29 \text{ N/mm}^2$$

con:

$$HB = 1800 \text{ N/mm}^2 \quad \text{e} \quad t_h = 30000 \text{ ore}$$

Risultando:

$$p_{sp} < p_{sp \text{ adm}}$$

la verifica a usura ha avuto esito positivo.

A Esercizio 9



Progetto di un ingranaggio cilindrico a denti diritti e dimensionamento degli alberi sui quali sono calettate le due ruote dentate

Un motore elettrico a corrente alternata a una coppia di poli è collegato, tramite un ingranaggio cilindrico a denti diritti, a una pompa centrifuga funzionante ininterrottamente per l'intera giornata (Figura 3). Le ore di funzionamento previste, in totale, sono pertanto 150 000.

Il motore elettrico eroga una potenza $P_1 = 10 \text{ kW}$ alla velocità di rotazione, a regime, $n_1 = 2500 \text{ giri/min}$.

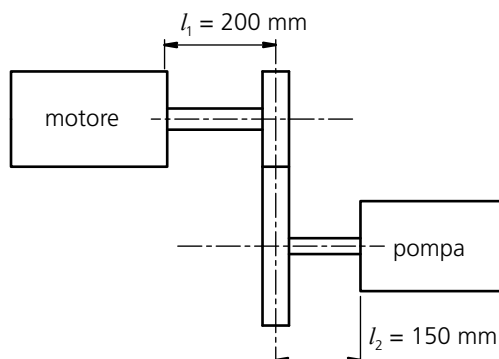
L'albero della pompa deve ruotare alla velocità:

$$n_2 = 850 \text{ giri/min}$$

Considerando un coefficiente d'attrito radente $f = 0,14$, nonché un rapporto tra la larghezza di ciascuna ruota dentata b e il modulo m pari a $\lambda = \frac{b}{m} = 12$, progettare l'ingranaggio in acciaio UNI EN 10025-E 360.

Dimensionare inoltre gli alberi, motore e condotto, nonché la sezione di calettamento di ciascun albero in corrispondenza della ruota dentata scegliendo le linguette del tipo UNI 6604-A più opportune.

Figura 3



SOLUZIONE

a) Progetto dell'ingranaggio cilindrico a denti diritti*Determinazione del rapporto di trasmissione i*

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{2500}{850} = 2,9411$$

Determinazione dei numeri di denti delle due ruote dentate cilindriche a denti diritti

$$\frac{z_2}{z_1} = \frac{100}{34}$$

Calcolo del momento motore

$$M_1 \text{ (N} \cdot \text{m)} = 9549,3 \cdot \frac{P_1 \text{ (kW)}}{n_1 \text{ (rpm)}} = 9549,3 \cdot \frac{10 \text{ (kW)}}{2500 \text{ (rpm)}} \approx 38,1972 \text{ N} \cdot \text{m} = 38197,2 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

b) Calcolo del modulo

Utilizzando la relazione:

$$m = \delta \cdot \left(\frac{M_1}{\lambda \cdot \sigma_{\text{adm stat}}} \right)^{0,4} \cdot n_1^{0,2} = 0,135 \cdot \left(\frac{38197200}{12 \cdot 240} \right)^{0,4} \cdot 2500^{0,2} \approx 1,9527 \text{ mm}$$

essendo:

$$\delta = 0,135$$

$$\lambda = 12$$

$$\sigma_{\text{adm stat}} = \frac{R_{\text{eH}}}{1,5} = \frac{360}{1,5} = 240 \text{ N/mm}^2$$

Assumeremo:

$$m_{\text{UNI}} = 2 \text{ mm}$$

c) Calcolo dei parametri comuni a entrambe le ruote

Passo della dentatura	$p = m_{\text{UNI}} \cdot \pi = 2 \cdot \pi \approx 6,28 \text{ mm}$
Addendum	$h_a = m_{\text{UNI}} = 2 \text{ mm}$
Dedendum	$h_f = 1,25 \cdot m_{\text{UNI}} = 1,25 \cdot 2 = 2,5 \text{ mm}$
Altezza radiale del dente	$h = h_a + h_f = 2 + 2,5 = 4,5 \text{ mm}$
Lunghezza del dente	$l = \lambda \cdot m_{\text{UNI}} = 12 \cdot 2 = 24 \text{ mm}$
Spessore assiale delle ruote	$b = \lambda \cdot m_{\text{UNI}} = 12 \cdot 2 = 24 \text{ mm}$

Ruota dentata motrice

Diametro primitivo	$d_1 = m_{\text{UNI}} \cdot z_1 = 2 \cdot 34 = 68 \text{ mm}$
Diametro di testa	$d_{t1} = d_1 + 2 \cdot h_a = 68 + 2 \cdot 2 = 72 \text{ mm}$
Diametro di piede	$d_{p1} = d_1 - 2 \cdot h_f = 68 - 2 \cdot 2,5 = 63 \text{ mm}$

Ruota dentata condotta

Diametro primitivo	$d_2 = m_{\text{UNI}} \cdot z_2 = 2 \cdot 100 = 200 \text{ mm}$
Diametro di testa	$d_{t2} = d_2 + 2 \cdot h_a = 200 + 2 \cdot 2 = 204 \text{ mm}$
Diametro di piede	$d_{p2} = d_2 - 2 \cdot h_f = 200 - 2 \cdot 2,5 = 195 \text{ mm}$
Calcolo dell'interasse	$l = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{68 + 200}{2} = 134 \text{ mm}$

Calcolo del rendimento dell'ingranaggio

$$\eta = \frac{1}{1 + f \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right)} = \frac{1}{1 + 0,14 \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{34} + \frac{1}{100} \right)} \approx 0,98296 = 98,296\%$$

d) Verifica a usura

Calcolo della pressione specifica

$$p_{sp} = k \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot M_1}{b \cdot d_1^2} \cdot (1 + w)} = 151 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 38\,197,2}{24 \cdot 68^2} \cdot (1 + 0,34)} \approx 145,02 \text{ N/mm}^2$$

con:

$$k = 151$$

$$w = \frac{z_{\text{minore}}}{z_{\text{maggiore}}} = \frac{34}{100} = 0,34$$

Calcolo della pressione specifica ammissibile

$$p_{sp \text{ adm}} = 2,5 \cdot \frac{HB}{(n_1 \cdot t_h)^{\frac{1}{6}}} = 2,5 \cdot \frac{2100}{(2500 \cdot 150\,000)^{\frac{1}{6}}} \approx 195,5 \text{ N/mm}^2$$

con:

$$HB = 2100 \text{ N/mm}^2$$

$$t_h = 150\,000 \text{ ore}$$

Risultando:

$$p_{sp} = 145,02 \text{ N/mm}^2 < 195,5 \text{ N/mm}^2 = p_{sp \text{ adm}}$$

la verifica a usura ha avuto esito positivo.

PROGETTAZIONE DEGLI ALBERI**Albero motore**

F_t = forza tangenziale (è la forza motrice): è la forza tangente alla circonferenza primitiva (in N)

F_r = forza radiale (in N)

M_{t1} = momento motore: per l'albero è un momento torcente (in N · m; N · mm)

P_1 = potenza motrice: è la potenza rilevabile sull'albero motore della trasmissione (in kW)

d_1 = diametro primitivo della ruota motrice (in mm)

ϑ = angolo di pressione (o angolo di spinta): normalmente viene assunto pari a 20°

n_1 = velocità di rotazione dell'albero motore (in giri/min o r.p.m.)

$$M_{t1} (\text{N} \cdot \text{m}) = 9549,3 \cdot \frac{P_1 (\text{kW})}{n_1 (\text{rpm})} \approx 38197,2 \text{ Nmm}$$

$$d_1 = 68 \text{ mm}$$

$$F_{t1} = \frac{M_{t1} (\text{N} \cdot \text{m})}{\frac{d_1}{2} (\text{mm})} = \frac{38197,2}{\frac{68}{2}} \approx 1123,45 \text{ N}$$

$$F_{r1} = F_{t1} \cdot \tan \vartheta = 1123,45 \cdot \tan 20^\circ \approx 408,9 \text{ N}$$

Sollecitazioni esercitate sugli alberi**Momenti flettenti****a) Momenti flettenti agenti sul piano verticale**

Momento flettente massimo agente sul piano verticale $M_{f \text{ vert max}}$

La struttura è assimilabile a una trave incastrata a un'estremità e caricata all'estremità libera dalla forza radiale F_{r1} :

$$M_{f \text{ vert max}} = F_{r1} \cdot l_{1 \text{ albero}} = 408,9 \cdot 200 \approx 81\,780,26 \text{ Nmm}$$

b) Momenti flettenti agenti sul piano orizzontale

Momento flettente massimo agente sul piano orizzontale $M_{f \text{ orizz max}}$

La struttura è assimilabile a una trave incastrata a un'estremità e caricata all'estremità libera dalla forza tangenziale F_{t1} :

$$M_{f \text{ orizz max}} = F_{t1} \cdot l_{1 \text{ albero}} = 1123,45 \cdot 200 = 224\,690 \text{ Nmm}$$

Momento flettente totale $M_{f \text{ tot}}$

$$M_{f \text{ tot}} = \sqrt{M_{f \text{ orizz max}}^2 + M_{f \text{ vert max}}^2} = \sqrt{224\,690^2 + 81\,780,26^2} \approx 239\,109,94 \text{ Nmm}$$

Momento torcente M_{t1} (calcolato precedentemente)

$$M_{t1} = F_{t1} \cdot \frac{d_1}{2} = 38\,197,2 \text{ Nmm}$$

Progetto a flessotorsione dell'albero motore

M_{fid} = momento flettente ideale (N · mm)

$$M_{fid} = \sqrt{M_{f \text{ tot}}^2 + 0,75 \cdot M_t^2} = \sqrt{239\,109,94^2 + 0,75 \cdot 38\,197,2^2} \approx 241\,387,4 \text{ Nmm}$$

$$d_{\text{min albero } 1} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{fid}}{\pi \cdot \sigma_{\text{adm a fatica}}}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 241\,387,4}{\pi \cdot 80}} \approx 31,3 \text{ mm}$$

$$\text{con: } \sigma_{\text{adm a fatica}} = \frac{\sigma_{\text{adm stat}}}{3} = \frac{240}{3} = 80 \text{ N/mm}^2$$

Assumeremo come valore finale di $d_{1 \text{ albero}}$ un valore convenientemente maggiore del valore $d_{\text{min albero } 1}$ ora calcolato, ovvero:

$$d_{1 \text{ albero}} = 34 \text{ mm}$$

Scelta della linguetta di calettamento e dimensionamento dell'albero in corrispondenza della sezione di calettamento della ruota dentata motrice

Scegliamo la linguetta UNI 6604-A $10 \times 8 \times 22$ con:

$$30 \text{ mm} < d_{1 \text{ albero}} \leq 38 \text{ mm}$$

t_1 = profondità della cava per linguetta realizzata sull'albero (mm) = 5 mm

$$d_{\text{min effettivo albero}} = d_{\text{min albero } 1} + t_1 = 31,3 + 5 = 36,3 \text{ mm}$$

Assumeremo come valore finale di $d_{1 \text{ albero}}$ in corrispondenza della sezione di calettamento della ruota dentata un valore convenientemente maggiore del valore $d_{\text{min effettivo albero } 1}$ precedentemente calcolato.

Assumiamo:

$$d_{\text{albero } 1 \text{ ling}} = 38 \text{ mm}$$

Verifica a taglio della linguetta scelta

Il materiale di cui è costituita la linguetta sarà l'acciaio UNI EN 10025-E 335, che ammette un carico unitario di rottura minimo R_m pari a 590 N/mm^2 , come richiesto dalle norme UNI per le linguette.

Il carico unitario di sicurezza a taglio $\tau_{\text{adm a fatica}}$, essendo:

$$\sigma_{\text{adm stat}} = \frac{R_{eH}}{1,5} = \frac{335}{1,5} \approx 223,33 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{\text{adm a fatica}} = \frac{\sigma_{\text{adm stat}}}{3} = \frac{223,33}{3} \approx 74,44 \text{ N/mm}^2$$

vale:

$$\tau_{\text{adm a fatica}} = \frac{\sigma_{\text{adm a fatica}}}{\sqrt{3}} = \frac{74,44}{\sqrt{3}} \approx 42,98 \text{ N/mm}^2$$

$$l_{\text{min ling}} = \frac{3 \cdot M_{t1}}{d_{\text{alb 1 ling}} \cdot b \cdot \tau_{\text{adm a fatica}}} + 0,215 \cdot b = \frac{3 \cdot 38\,197,2}{38 \cdot 10 \cdot 42,98} + 0,215 \cdot 10 = 9,16 \text{ mm}$$

Assumeremo la linguetta di lunghezza $l = 22 \text{ mm}$.

Albero condotto

Anziché effettuare il calcolo di M_{t2} con l'espressione:

$$M_{t2} (\text{N} \cdot \text{m}) = 9549,3 \cdot \frac{P_2 (\text{kW})}{n_2 (\text{rpm})}$$

è preferibile usare l'espressione:

$$M_{t2} = \eta \cdot i \cdot M_{t1} = 0,98296 \cdot \frac{100}{34} \cdot 38\,197,2 \approx 110\,430,35 \text{ Nmm}$$

Anziché effettuare il calcolo di F_{t2} con l'espressione:

$$F_{t2} = \frac{M_{t2} (\text{N} \cdot \text{mm})}{\frac{d_2}{2} (\text{mm})}$$

è preferibile usare l'espressione:

$$F_{t2} = \eta \cdot F_{t1} = 0,98296 \cdot 1123,45 \approx 1104,3 \text{ N}$$

Anziché effettuare il calcolo di F_{r2} con l'espressione:

$$F_{r2} = F_{t2} \cdot \tan \vartheta$$

è preferibile usare l'espressione:

$$F_{r2} = \eta \cdot F_{r1} = 0,98296 \cdot 408,90 \approx 401,93 \text{ N}$$

Sollecitazioni esercitate sugli alberi

Momenti flettenti

a) Momenti flettenti agenti sul piano verticale

Momento flettente massimo agente sul piano verticale $M_{f \text{ vert max}}$

La struttura è assimilabile a una trave incastrata a un'estremità e caricata all'estremità libera dalla forza radiale F_{r2} :

$$M_{f \text{ vert max}} = F_{r2} \cdot l_2 \text{ albero} = 401,93 \cdot 150 = 60\,289,85 \text{ Nmm}$$

b) Momenti flettenti agenti sul piano orizzontale

Momento flettente massimo agente sul piano orizzontale $M_{f \text{ orizz max}}$

La struttura è assimilabile a una trave incastrata a un'estremità e caricata all'estremità libera dalla forza tangenziale F_{t2} :

$$M_{f \text{ orizz max}} = F_{t2} \cdot l_2 \text{ albero} = 1104,3 \cdot 150 = 165\,645 \text{ Nmm}$$

Momento flettente totale $M_{f \text{ tot}}$

$$M_{f \text{ tot}} = \sqrt{M_{f \text{ orizz max}}^2 + M_{f \text{ vert max}}^2} = \sqrt{165\,645^2 + 60\,289,85^2} \approx 176\,275,73 \text{ Nmm}$$

Momento torcente M_{t2} (calcolato precedentemente)

$$M_{t2} = F_{t2} \cdot \frac{d_2}{2} = 110\,430,35 \text{ Nmm}$$

Progetto a flessotorsione dell'albero condotto

M_{fid} = momento flettente ideale ($N \cdot mm$)

$$M_{fid} = \sqrt{M_{ftot}^2 + 0,75 \cdot M_t^2} = \sqrt{176275,73^2 + 0,75 \cdot 110430^2} \approx 200547,45 \text{ Nmm}$$

$$d_{\min \text{ albero } 2} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{fid}}{\pi \cdot \sigma_{\text{adm a fatica}}}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 200547,45}{\pi \cdot 80}} \approx 29,45 \text{ mm}$$

Assumeremo come valore finale di $d_{2 \text{ albero}}$ un valore convenientemente maggiore del valore $d_{\min \text{ albero } 2}$ ora calcolato, ovvero:

$$d_{2 \text{ albero}} = 32 \text{ mm}$$

Scelta della linguetta di calettamento e dimensionamento dell'albero in corrispondenza della sezione di calettamento della ruota dentata condotta

Scegliamo la linguetta UNI 6604-A $10 \times 8 \times 28$ con:

$$30 \text{ mm} < d_{2 \text{ albero}} \leq 38 \text{ mm}$$

t_1 = profondità della cava per linguetta realizzata sull'albero (mm) = 5 mm

$$d_{\min \text{ effettivo albero}} = d_{\min \text{ albero } 2} + t_1 = 29,45 + 5 = 34,45 \text{ mm}$$

Assumeremo come valore finale di $d_{2 \text{ albero}}$ in corrispondenza della sezione di calettamento della ruota dentata un valore convenientemente maggiore del valore $d_{\min \text{ effettivo albero } 2}$ precedentemente calcolato.

Assumiamo:

$$d_{\text{albero } 2 \text{ ling}} = 35 \text{ mm}$$

Verifica a taglio della linguetta scelta

Il materiale di cui è costituita la linguetta sarà l'acciaio UNI EN 10025-E 335, che ammette un carico unitario di rottura minimo R_m pari a 590 N/mm^2 , come richiesto dalle norme UNI per le linguette.

Il carico unitario di sicurezza a taglio $\tau_{\text{adm a fatica}}$, essendo:

$$\sigma_{\text{adm stat}} = \frac{R_{eH}}{1,5} = \frac{335}{1,5} \approx 223,33 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{\text{adm a fatica}} = \frac{\sigma_{\text{adm stat}}}{3} = \frac{223,33}{3} \approx 74,44 \text{ N/mm}^2$$

vale:

$$\tau_{\text{adm a fatica}} = \frac{\sigma_{\text{adm a fatica}}}{\sqrt{3}} = \frac{74,44}{\sqrt{3}} \approx 42,98 \text{ N/mm}^2$$

$$l_{\min \text{ ling}} = \frac{3 \cdot M_{t2}}{d_{\text{alb } 2 \text{ ling}} \cdot b \cdot \tau_{\text{adm a fatica}}} + 0,215 \cdot b = \frac{3 \cdot 110430}{35 \cdot 10 \cdot 42,48} + 0,215 \cdot 10 \approx 24,17 \text{ mm}$$

Assumeremo la linguetta di lunghezza $l = 28 \text{ mm}$.

E Esercizio 10

Progetto di un ingranaggio conico a dentatura dritta e dimensionamento degli alberi su cui è calettato

Dimensionare un ingranaggio conico a dentatura dritta, che deve trasmettere una potenza $P_1 = 12$ kW alla velocità di rotazione, a regime, $n_1 = 1200$ giri/min (Figura 4).

L'albero condotto, il cui asse è perpendicolare a quello dell'albero motore, ha una velocità di rotazione n_2 pari a 300 giri/min. Il materiale dell'ingranaggio e degli alberi di trasmissione è l'acciaio UNI EN 10025-E 360.

Assumere inoltre i seguenti dati:

$\lambda = \frac{b}{m} = 10$, dove con b si è indicato lo spessore assiale delle ruote dentate e con m il modulo;

ore complessive di funzionamento: $t_h = 30\,000$ ore;

numero di denti della ruota motrice: $z_1 = 16$ denti;

coefficiente di attrito radente: $f = 0,14$.

Progettare inoltre gli alberi del riduttore in studio.

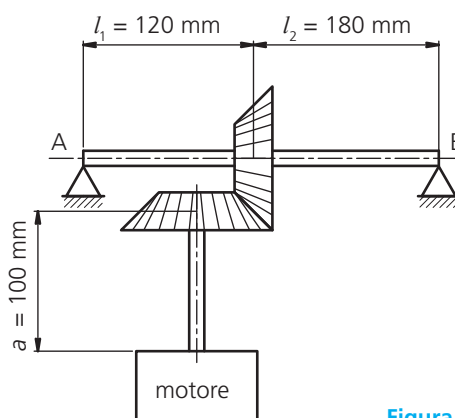


Figura 4

SOLUZIONE**a) Calcolo del modulo**

Si determina inizialmente il rapporto di trasmissione i :

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{1200}{300} = 4$$

Dal momento che l'angolo di incidenza degli assi delle due ruote dentate coniche δ vale 90° , le espressioni di calcolo degli angoli δ_1 e δ_2 di semiapertura dei coni primitivi si semplificano nelle seguenti relazioni:

per l'angolo di semiapertura del cono primitivo 1:

$$\delta_1 = \arctg \frac{1}{i} = \arctg \frac{1}{4} \approx 14,036^\circ$$

per l'angolo di semiapertura del cono primitivo 2:

$$\delta_2 = \arctg i = \arctg 4 \approx 75,964^\circ$$

oppure:

$$\delta_2 = \delta - \delta_1 = 90^\circ - 14,036^\circ \approx 75,964^\circ$$

Il numero di denti z_2 della ruota condotta vale:

$$z_2 = i \cdot z_1 = 4 \cdot 16 = 64$$

Risulta inoltre (Tabella 11.4), per $z_1 = 16$ denti:

$$\varphi = 106,54$$

Il carico unitario di sicurezza statico $\sigma_{\text{adm stat}}$, assumendo come coefficiente di sicurezza relativo allo snervamento:

$$k_{\text{sn}} = 1,5$$

vale :

$$\sigma_{\text{adm stat}} = \frac{R_{\text{eH}}}{k_{\text{sn}}} = \frac{360}{1,5} = 240 \text{ N/mm}^2$$

Il modulo viene ricavato dall'espressione:

$$m = \varphi \cdot \left(\frac{P_1}{\lambda \cdot \sigma_{\text{adm stat}}} \right)^{0,4} \cdot \frac{1}{n_1^{0,2}} \cdot \left(1 + \frac{\lambda \cdot \sin \delta_1}{z_1} \right)$$

Risulta pertanto:

$$m = 106,54 \cdot \left(\frac{12}{10 \cdot 240} \right)^{0,4} \cdot \frac{1}{1200^{0,2}} \cdot \left(1 + \frac{10 \cdot \sin 14,036^\circ}{16} \right) \approx 3,569 \text{ mm}$$

Dalla Tabella 11.1 si sceglie, come modulo unificato m_{UNI} , il modulo:

$$m_{\text{UNI}} = 4 \text{ mm}$$

b) Determinazione dei parametri geometrici comuni a entrambe le ruote

Il passo della dentatura, misurato sulla periferia della base maggiore del cono primitivo, vale:

$$p = m_{\text{UNI}} \cdot \pi = 4 \text{ mm} \cdot \pi \approx 12,57 \text{ mm}$$

L'addendum h_a misurato sul cono complementare, vale:

$$h_a = m_{\text{UNI}} = 4 \text{ mm}$$

Il dedendum, anch'esso misurato sul cono complementare, è:

$$h_f = 1,25 \cdot m_{\text{UNI}} = 1,25 \cdot 4 \text{ mm} = 5 \text{ mm}$$

Di conseguenza, per l'altezza dei denti, misurata ovviamente sul cono complementare, risulta:

$$h = h_a + h_f = (4 + 5) \text{ mm} = 9 \text{ mm}$$

Lo spessore assiale delle ruote b è pari a:

$$b = \lambda \cdot m_{\text{UNI}} = 10 \cdot 4 \text{ mm} = 40 \text{ mm}$$

Ruota dentata motrice

I parametri geometrici relativi alla ruota motrice risultano pertanto:

diametro primitivo: $d_1 = m_{\text{UNI}} \cdot z_1 = 4 \text{ mm} \cdot 16 = 64 \text{ mm}$

diametro di testa: $d_{t1} = d_1 + 2 \cdot h_a \cdot \cos \delta_1 = (64 + 2 \cdot 4 \cdot \cos 14,036^\circ) \text{ mm} \approx 71,76 \text{ mm}$

diametro di piede: $d_{p1} = d_1 - 2 \cdot h_f \cdot \cos \delta_1 = (64 - 2 \cdot 5 \cdot \cos 14,036^\circ) \text{ mm} \approx 54,29 \text{ mm}$

Ruota dentata condotta

I parametri geometrici relativi alla ruota condotta risultano:

diametro primitivo: $d_2 = i \cdot d_1 = 4 \cdot 64 \text{ mm} = 256 \text{ mm}$

diametro di testa: $d_{t2} = d_2 + 2 \cdot h_a \cdot \cos \delta_2 = (256 + 2 \cdot 4 \cdot \cos 75,964^\circ) \text{ mm} \approx 257,94 \text{ mm}$

diametro di piede: $d_{p2} = d_2 - 2 \cdot h_f \cdot \cos \delta_2 = (256 - 2 \cdot 5 \cdot \cos 75,964^\circ) \text{ mm} \approx 253,57 \text{ mm}$

c) Determinazione dei parametri di fabbricazione

La lunghezza R della generatrice dei coni primitivi di entrambe le ruote vale:

$$R = \frac{d_1}{2 \cdot \sin \delta_1} = \frac{64}{2 \cdot \sin 14,036^\circ} \approx 131,94 \text{ mm}$$

L'angolo di addendum ϑ_a vale pertanto:

$$\vartheta_a = \arctg \frac{h_a}{R} = \arctg \frac{4}{131,94} \approx 1,7365^\circ$$

e l'angolo ϑ_f di dedendum:

$$\vartheta_f = \arctg \frac{h_f}{R} = \arctg \frac{5}{131,94} \approx 2,1702^\circ$$

Detti α_1 e α_2 , rispettivamente per la ruota motrice e per la ruota condotta, gli angoli di semiapertura dei coni grezzi, si ha:

$$\alpha_1 = \delta_1 + \vartheta_a = 14,036^\circ + 1,7365^\circ \approx 15,77^\circ$$

$$\alpha_2 = \delta_2 + \vartheta_a = 75,964^\circ + 1,7365^\circ \approx 77,70^\circ$$

d) Rendimento

Il rendimento dell'ingranaggio può essere espresso tramite la relazione:

$$\eta = 1 - f \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{1}{z_1^2} + \frac{1}{z_2^2}} = 1 - 0,14 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{1}{16^2} + \frac{1}{64^2}} \approx 0,97166 = 97,17\%$$

e) Verifica a usura

Il diametro medio della ruota, pari alla media aritmetica dei diametri delle basi maggiore e minore del tronco di cono primitivo, vale:

$$d_{m1} = \frac{m_{UNI} \cdot z_1^2}{z_1 + \lambda \cdot \sin \delta_1} = \frac{4 \text{ mm} \cdot 16^2}{16 + 10 \cdot \sin 14,036^\circ} \approx 55,575 \text{ mm}$$

Dopo aver calcolato il momento motore M_1 :

$$M_1 = 9549,3 \cdot \frac{P_1}{n_1} = 9549,3 \cdot \frac{12 \text{ kW}}{1200 \text{ giri/min}} \approx 95,493 \text{ Nm} = 95\,493 \text{ Nmm}$$

essendo:

$k = 151$ (come è rilevabile anche nel "Prospetto riassuntivo" delle espressioni utili per il dimensionamento degli ingranaggi) e:

$$w = \frac{z_{minore}}{z_{maggiore}} = \frac{16}{64} = 0,25$$

si ottiene il valore della pressione specifica:

$$p_{sp} = k \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot M_1}{b \cdot d_{m1}^2} \cdot (1 + w) \cdot \cos \delta_1} = 151 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 95\,493}{40 \cdot 55,575^2} \cdot (1 + 0,25) \cdot \cos 14,036^\circ} \approx 206,745 \text{ N/mm}^2$$

L'acciaio UNI EN 10025-E 360, come si può dedurre dalla Tabella 11.5, ammette un rapporto tra forza premente e area dell'impronta rilevabile nella determinazione della durezza Brinell HB pari a 2100 N/mm^2 .

Essendo previste 30000 ore complessive di funzionamento, la pressione specifica ammissibile vale:

$$p_{sp\,adm} = 2,5 \cdot \frac{HB}{(n_1 \cdot t_h)^{\frac{1}{6}}} = 2,5 \cdot \frac{2100 \text{ N/mm}^2}{(1200 \text{ giri/min} \cdot 30000 \text{ ore})^{\frac{1}{6}}} \approx 288,918 \text{ N/mm}^2$$

Risultando:

$$p_{sp} \leq p_{sp \text{ adm}}$$

la verifica a usura ha avuto esito positivo.

PROGETTAZIONE DEGLI ALBERI

Albero motore

Utilizzando i seguenti valori precedentemente calcolati:

$$M_{t1} = 95493 \text{ Nmm}$$

$$d_{m1} = 55,575 \text{ mm}$$

$$\delta_1 = 14,036^\circ$$

si ricavano le forze agenti sull'albero motore. In particolare si ottiene per la forza tangenziale, che è forza motrice:

$$F_{t1} = \frac{M_{t1}}{\frac{d_{m1}}{2}} = \frac{95493}{\frac{55,575}{2}} \approx 3436,54 \text{ N}$$

La forza assiale sarà:

$$F_{assiale\ 1} = F_{t1} \cdot \operatorname{tg} \vartheta \cdot \operatorname{sen} \delta_1 = 3436,54 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ \cdot \operatorname{sen} 14,036^\circ \approx 303,36 \text{ N}$$

Per ultima, la forza radiale vale:

$$F_{radiale\ 1} = F_{t1} \cdot \operatorname{tg} \vartheta \cdot \operatorname{cos} \delta_1 = 3436,54 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ \cdot \operatorname{cos} 14,036^\circ \approx 1213,45 \text{ N}$$

Esaminiamo ora le sollecitazioni agenti sull'albero motore, distinguendo quelle che operano su un piano verticale da quelle operanti su un piano orizzontale.

Sollecitazioni agenti sul piano verticale

Nello studio delle sollecitazioni agenti sul piano verticale è necessario prendere in esame due distinte disposizioni, ciascuna delle quali è relativa all'ipotesi che la forza assiale sia orientata in un senso o nel senso opposto. Avendo in esame una struttura assimilabile a una trave incastrata a una estremità e caricata all'estremità opposta dalla forza $F_{radiale}$ e dal momento flettente M_{f2} dovuto alla forza assiale $F_{assiale}$, la configurazione più gravosa per l'albero risulta essere quella riportata in **Figura 5**, per la quale si ha:

$$M_{f\ \text{vert}\ 2} = F_{assiale\ 1} \cdot \frac{d_{m1}}{2} = 303,36 \cdot \frac{55,575}{2} \approx 8429,62 \text{ N}$$

e:

$$M_{f\ \text{vert}\ 1\ \text{max}} = F_{radiale\ 1} \cdot a = 1213,45 \cdot 100 \approx 121\ 345 \text{ Nmm}$$

risulta:

$$\begin{aligned} M_{f\ \text{incastr}} &= M_{f\ \text{vert}\ \text{tot}\ \text{max}} = M_{f\ \text{vert}\ 1\ \text{max}} + M_{f\ \text{vert}\ 2} = 121\ 345 + 8429,62 \approx \\ &\approx 129\ 774,62 \text{ Nmm} \end{aligned}$$

Sollecitazioni agenti sul piano orizzontale (Figura 6)

Figura 6

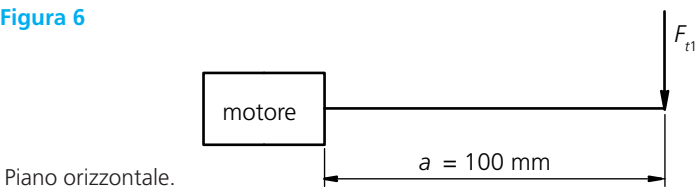
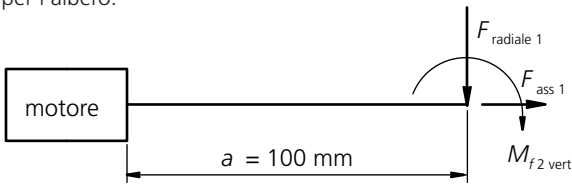


Figura 5
Piano verticale;
disposizione più gravosa
per l'albero.



Il momento d'incastro vale:

$$M_{f \text{ incastro}} = M_{f \text{ orizz 1 max}} = F_{t1} \cdot a = 3436,54 \cdot 100 = 343\,654 \text{ Nmm}$$

Il momento flettente complessivo risulta:

$$M_{f \text{ tot}} = \sqrt{M_{f \text{ orizz 1 max}}^2 + M_{f \text{ vert tot max}}^2} = \sqrt{343654^2 + 129774,62^2} \approx 367\,341,15 \text{ Nmm}$$

Progetto a flessotorsione

Il momento motore M_{t1} , già calcolato, vale:

$$M_{t1} = F_{t1} \cdot \frac{d_{m1}}{2} = 95\,493 \text{ Nmm}$$

Il momento flettente ideale risulta:

$$M_{f \text{ id}} = \sqrt{M_{f \text{ tot}}^2 + 0,75 \cdot M_{t1}^2} = \sqrt{367\,341,15^2 + 0,75 \cdot 95\,493^2} \approx 376\,535,13 \text{ Nmm}$$

Essendo inoltre:

$$\sigma_{\text{adm stat}} = \frac{R_{eH}}{k_{sn}} = \frac{R_{eH}}{1,5} = \frac{360}{1,5} = 240 \text{ N/mm}^2$$

dove con R_{eH} si è indicato il carico unitario di snervamento che per l'acciaio UNI EN 10025-E 360 vale:

$$R_{eH} = 360 \text{ N/mm}^2$$

e con k_{sn} il coefficiente di sicurezza relativo allo snervamento, risulta:

$$\sigma_{\text{adm a fatica}} = \frac{\sigma_{\text{adm stat}}}{3} = \frac{240}{3} = 80 \text{ N/mm}^2$$

Il diametro minimo dell'albero vale allora:

$$d_{\text{min albero 1}} = \sqrt[3]{\frac{32}{\pi} \cdot \frac{M_{f \text{ id}}}{\sigma_{\text{adm a fatica}}}} = 2,1677 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_{f \text{ id}}}{\sigma_{\text{adm a fatica}}}} = 2,1677 \cdot \sqrt[3]{\frac{376\,535,13}{80}} \approx 36,33 \text{ mm}$$

Maggiorando leggermente il valore ora calcolato, adotteremo pertanto il valore:

$$d_{\text{albero 1}} = 38 \text{ mm}$$

Per quanto riguarda il diametro minimo dell'albero in corrispondenza della zona di calettamento della ruota dentata $d_{\text{min albero 1 ling}}$, esso vale:

$$d_{\text{min albero 1 ling}} = d_{\text{min albero 1}} + t_1 = 36,33 + 5 = 41,33 \text{ mm}$$

essendo $t_1 = 5 \text{ mm}$ la profondità della cava per linguetta realizzata sull'albero, supponendo di utilizzare la linguetta UNI 6604 $12 \times 8 \times 40$.

Adotteremo perciò per l'albero, in corrispondenza della zona di calettamento della ruota dentata, il valore:

$$d_{\text{albero 1 ling}} = 44 \text{ mm}$$

Albero condotto

Il momento torcente applicato all'albero condotto può essere ricavato dall'espressione:

$$M_{t2} = 9549,3 \cdot \frac{P_2}{n_2}$$

Conviene però ricavarlo dalla relazione:

$$M_{t2} = \eta \cdot i \cdot M_{t1} = 0,97166 \cdot 4 \cdot 95\,493 \approx 371\,146,91 \text{ Nmm}$$

Il diametro medio vale:

$$d_{m2} = \frac{m_{UNI} \cdot z_2^2}{z_2 + \lambda \cdot \sin \delta_2} = \frac{4 \cdot 64^2}{64 + 10 \cdot \sin 75,964^\circ} \approx 222,30 \text{ mm}$$

Le forze agenti saranno allora:

$$F_{t2} = \frac{M_{t2}}{\frac{d_{m2}}{2}} = \frac{371146,91}{\frac{222,30}{2}} \approx 3339,15 \text{ N}$$

$$F_{assiale\ 2} = F_{t2} \cdot \tan \vartheta \cdot \sin \delta_2 = 3339,15 \cdot \tan 20^\circ \cdot \sin 75,964^\circ \approx 1179,06 \text{ N}$$

$$F_{radiale\ 2} = F_{t2} \cdot \tan \vartheta \cdot \cos \delta_2 = 3339,15 \cdot \tan 20^\circ \cdot \cos 75,964^\circ \approx 294,78 \text{ N}$$

Piano verticale

Nello studio delle sollecitazioni agenti sul piano verticale è necessario, anche in questo caso, prendere in esame due distinte disposizioni (**Figure 7, 9**), ciascuna delle quali è relativa all'ipotesi che la forza assiale sia orientata in un senso o nel senso opposto.

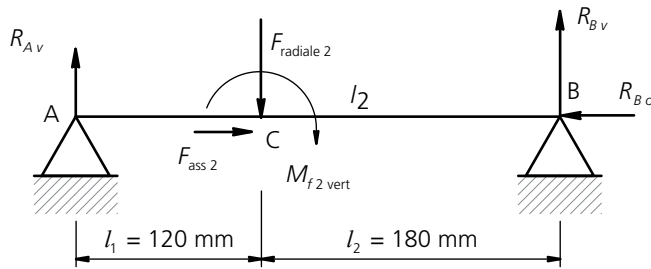


Figura 7
Piano verticale:
1ª disposizione.

Il momento dovuto alla forza assiale vale:

$$M_{f\ vert\ 2} = F_{assiale\ 2} \cdot \frac{d_{m2}}{2} = 1179,06 \cdot \frac{222,30}{2} \approx 131\ 052,52 \text{ Nmm}$$

Calcoliamo ora le reazioni vincolari dell'albero condotto, studiando quanto avviene sul piano verticale.

Dall'equazione della statica:

$$\sum M_B = 0$$

si ricava:

$$R_A = \frac{-M_{f\ vert\ 2} + F_{rad\ 2} \cdot 180}{300} = \frac{-131\ 052,52 + 294,78 \cdot 180}{300} \approx -259,97 \text{ N}$$

Il segno "meno" ci avverte che la reazione R_A ha senso opposto a quello inizialmente ipotizzato.

Dall'equazione della statica:

$$\sum M_A = 0$$

si ricava:

$$R_B = \frac{M_{f\ vert\ 2} + F_{rad\ 2} \cdot 120}{300} = \frac{131\ 052,52 + 294,78 \cdot 120}{300} \approx 554,75 \text{ N}$$

Dal momento che l'equazione della statica:

$$\sum F_{vert} = 0$$

risulta verificata, essendo:

$$\sum F_{\text{vert}} = 554,75 - 259,97 - 294,78 = 0$$

abbiamo la certezza che i calcoli di entrambe le reazioni vincolari sono corretti. I momenti flettenti massimi, sul piano verticale, sono allora i seguenti (Figura 8):

$$M_{f_{\text{vert}} 1 \text{ max}} = R_B \cdot 180 = 554,75 \cdot 180 = 99855 \text{ Nmm}$$

$$M_{f_{\text{vert}} 1 \text{ max}} = R_A \cdot 120 = -259,97 \cdot 120 \approx -31196,4 \text{ Nmm}$$

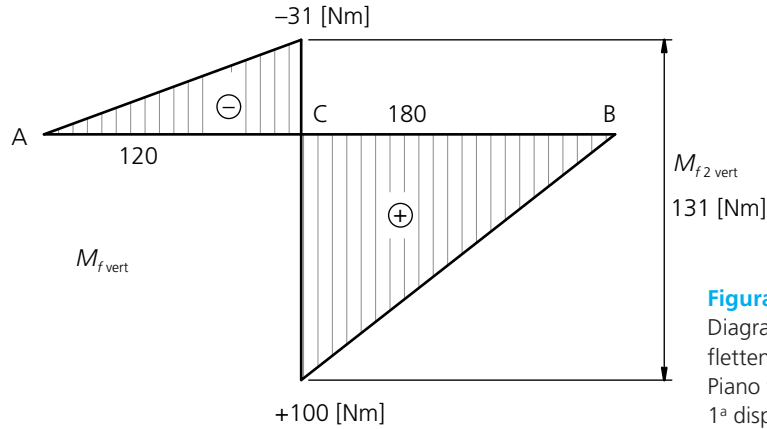


Figura 8
Diagramma del momento flettente
Piano verticale:
1ª disposizione.

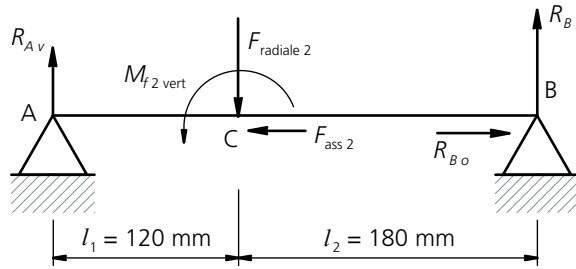


Figura 9
Piano verticale:
2ª disposizione.

Il momento flettente dovuto alla forza assiale era già stato calcolato; esso vale:

$$M_{f_{\text{vert}} 2} = F_{\text{assiale } 2} \cdot \frac{d_{m2}}{2} = 131052,52 \text{ Nmm}$$

Calcoliamo ora le reazioni vincolari dell'albero condotto, studiando quanto avviene sul piano verticale.

Dall'equazione della statica:

$$\sum M_B = 0$$

si ricava:

$$R_A = \frac{294,78 \cdot 180 + 131052,52}{300} \approx 613,71 \text{ N}$$

Dall'equazione della statica:

$$\sum M_A = 0$$

si ricava:

$$R_B = \frac{294,78 \cdot 120 - 131052,52}{300} \approx -318,93 \text{ N}$$

Il segno "meno" ci avverte che la reazione R_B ha senso opposto a quello inizialmente ipotizzato.

Dal momento che l'equazione della statica:

$$\sum F_{\text{vert}} = 0$$

risulta verificata, essendo:

$$\sum F_{\text{vert}} = 613,71 - 318,93 - 294,78 = 0$$

abbiamo la certezza che i calcoli di entrambe le reazioni vincolari sono corretti. I momenti flettenti massimi, sul piano verticale, sono allora i seguenti (Figura 10):

$$M_{f_{\text{vert } 1 \text{ max}}} = R_A \cdot 120 = 613,71 \cdot 120 \approx 73\,645,2 \text{ Nmm}$$

$$M_{f_{\text{vert } 1 \text{ max}}} = R_B \cdot 180 = -318,93 \cdot 180 \approx -57\,407,4 \text{ Nmm}$$

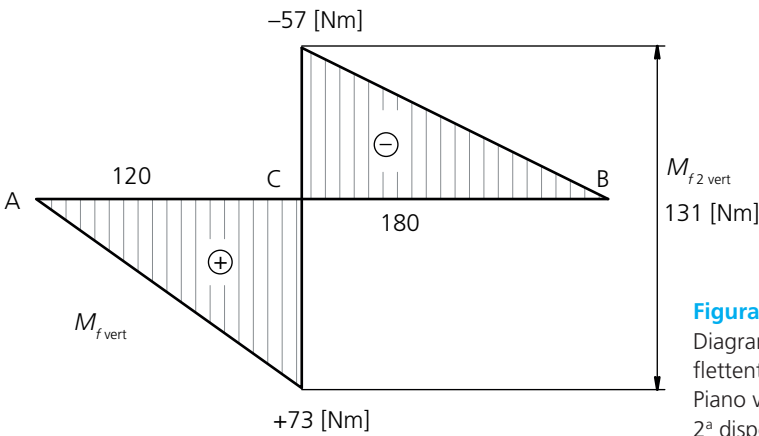


Figura 10
Diagramma del momento flettente
Piano verticale:
2ª disposizione.

Si conclude che il momento flettente maggiore tra tutti quelli finora calcolati, relativi al piano verticale, vale:

$$M_{f_{\text{vert } 2 \text{ max}}} = 99\,855 \text{ Nmm}$$

Piano orizzontale (Figura 11)

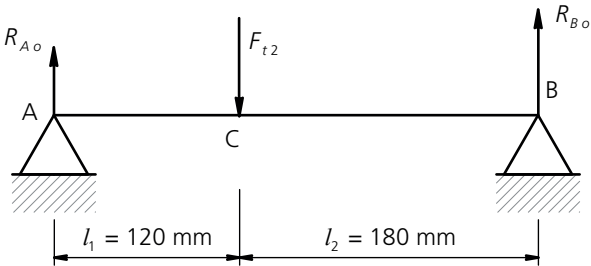


Figura 11
Piano orizzontale.

Calcoliamo ora le reazioni vincolari dell'albero condotto, studiando quanto avviene sul piano orizzontale.

Dall'equazione della statica:

$$\sum M_B = 0$$

si ricava:

$$R_A = \frac{3339,15 \cdot 180}{300} \approx 2003,49 \text{ N}$$

Dall'equazione della statica:

$$\sum M_A = 0$$

si ricava:

$$R_B = \frac{3339,15 \cdot 120}{300} \approx 1335,66 \text{ N}$$

Dal momento che l'equazione della statica:

$$\sum F_{\text{vert}} = 0$$

risulta verificata, essendo:

$$\sum F_{\text{vert}} = 1335,66 + 2003,49 - 3339,15 = 0$$

abbiamo la certezza che i calcoli di entrambe le reazioni vincolari sono corretti. Il momento flettente massimo, sul piano orizzontale, vale allora (Figura 12):

$$M_{f \text{ orizz } 1 \text{ max}} = R_A \cdot 120 = R_B \cdot 180 = 2003,49 \cdot 120 = 1335,66 \cdot 180 \approx 240418,8 \text{ Nmm}$$

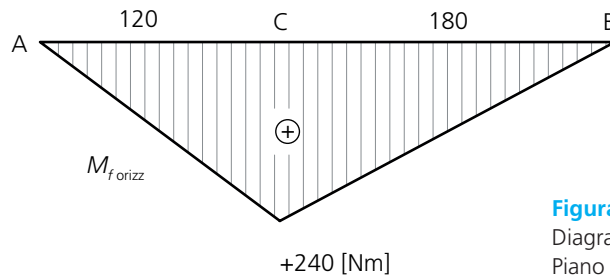


Figura 12

Diagramma del momento flettente Piano orizzontale.

Il momento flettente totale vale allora:

$$M_{f \text{ tot}} = \sqrt{M_{f \text{ orizz } 1 \text{ max}}^2 + M_{f \text{ vert tot max}}^2} = \sqrt{240418,8^2 + 99855^2} \approx 260330,98 \text{ Nmm}$$

Il momento torcente, già calcolato, vale:

$$M_{t2} = 371146,91 \text{ Nmm}$$

Progetto a flessotorsione

Il momento flettente ideale vale:

$$M_{f \text{ id}} = \sqrt{M_{f \text{ tot}}^2 + 0,75 \cdot M_{t2}^2} = \sqrt{260330,98^2 + 0,75 \cdot 371146,91^2} \approx 413623,91 \text{ Nmm}$$

Essendo inoltre:

$$\sigma_{\text{adm a fatica}} = 80 \text{ N/mm}^2$$

il diametro minimo dell'albero condotto vale:

$$\begin{aligned} d_{\text{min albero } 2} &= \sqrt[3]{\frac{32}{\pi} \cdot \frac{M_{f \text{ id}}}{\sigma_{\text{adm a fatica}}}} = 2,1677 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_{f \text{ id}}}{\sigma_{\text{adm a fatica}}}} = \\ &= 2,1677 \cdot \sqrt[3]{\frac{413623,91}{80}} \approx 37,48 \text{ mm} \end{aligned}$$

Adotteremo pertanto per l'albero condotto il valore:

$$d_{\text{albero } 2} = 40 \text{ mm}$$

Per quanto riguarda il diametro minimo dell'albero in corrispondenza della zona di calettamento della ruota dentata $d_{\text{min albero 2 ling}}$, esso vale:

$$d_{\text{min albero 2 ling}} = d_{\text{min albero 2}} + t_f = 37,48 + 5 = 42,48 \text{ mm}$$

essendo $t_f = 5 \text{ mm}$ la profondità della cava per linguetta realizzata sull'albero, supponendo di utilizzare la linguetta UNI 6604 $12 \times 8 \times 40$.

Adotteremo perciò per l'albero, in corrispondenza della zona di calettamento della ruota dentata, il valore:

$$d_{\text{albero 2 ling}} = 44 \text{ mm}$$