

Dimostrazione della formula della tensione tangenziale massima per una sezione rettangolare, soggetta a taglio

Consideriamo una sezione rettangolare di base b e altezza h (Figura 1) soggetta a taglio.

P_1 è un punto generico di tale sezione, distante y_1 dall'asse neutro. Il momento statico S_1 della porzione di sezione A_1 , sottostante la corda a livello y_1 , vale:

$$S_1 = A_1 \cdot y_{G1}$$

dove y_{G1} è la distanza dall'asse neutro del baricentro G_1 dell'area A_1 .

Essendo:

$$A_1 = b \cdot \left(\frac{h}{2} - y_1 \right)$$

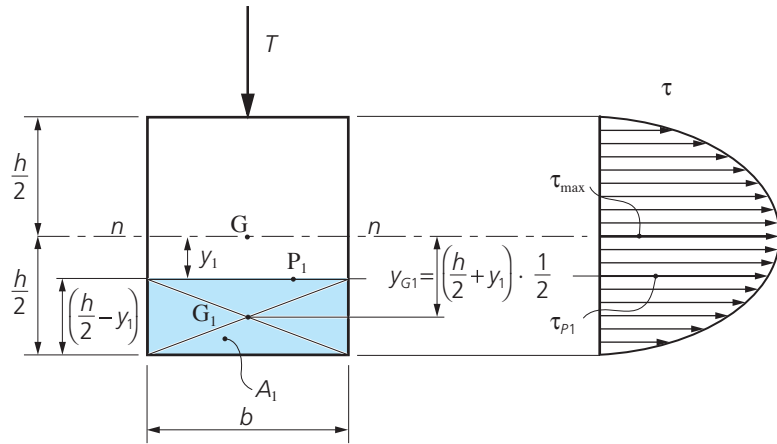
e:

$$y_{G1} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{h}{2} + y_1 \right)$$

risulta:

$$S_n = b \cdot \left(\frac{h}{2} - y_1 \right) \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{h}{2} + y_1 \right) = \frac{b}{2} \cdot \left(\frac{h^2}{4} - y_1^2 \right)$$

Figura 1
Determinazione del diagramma delle tensioni tangenziali τ dovute al taglio, per una sezione rettangolare.



Poiché, per una sezione rettangolare, il momento d'inerzia I_n calcolato rispetto all'asse neutro vale:

$$I_n = \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3$$

e la lunghezza della corda b è costante, ovvero:

$$b = \text{cost.}$$

la $\tau = \frac{T \cdot S_n}{b \cdot I_n}$ diviene:

$$\tau_{P1} = \frac{T \cdot S_n}{b \cdot I_n} = \frac{T \cdot \frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y_1^2 \right)}{b \cdot \frac{1}{12} \cdot b \cdot b \cdot h^3} = \frac{6 \cdot T \cdot \left(\frac{h^2}{4} - y_1^2 \right)}{b \cdot h^3}$$

La legge di variazione di τ con la distanza y risulta pertanto: $\tau = k_1 - k_2 \cdot y^2$, ossia è di tipo parabolico.

Determinazione dei valori della tensione tangenziale ai bordi superiore e inferiore della sezione e in corrispondenza dell'asse neutro:

– per $y_1 = \pm \frac{h}{2}$, ovvero in corrispondenza dei bordi superiore e inferiore della sezione, si ha:

$$\tau = \frac{6 \cdot T}{b \cdot h^3} \cdot \left(\frac{h^2}{4} - \frac{h^2}{4} \right) \quad \text{cioè } \tau = 0$$

– per $y_1 = 0$, ovvero in corrispondenza dell'asse neutro, si ha:

$$\tau_{\max} = \frac{6 \cdot T}{b \cdot h^3} \cdot \left(\frac{h^2}{4} - 0 \right) = \frac{3}{2} \cdot \frac{T}{b \cdot h} = \frac{3}{2} \cdot \frac{T}{A}$$

dove: $A = b \cdot h$