

Figura 1

Durante il funzionamento dell'ingranaggio si osserva che le velocità di due denti in presa, calcolate nel loro punto di contatto, hanno queste caratteristiche:

- le componenti tangenziali v_{1t} e v_{2t} sono uguali, altrimenti i due denti si urtano o si distanziano;
- le componenti radiali v_{1r} e v_{2r} sono diverse, cioè i due denti strisciano uno sull'altro.

La differenza Δv_t tra le componenti tangenziali della velocità v_{2t} e v_{1t} viene chiamata *velocità di strisciamento* dei due profili a contatto nel punto A. Essa è nulla quando A (punto di contatto dei profili) coincide con C (punto di tangenza dei cerchi primitivi) e aumenta all'aumentare della distanza tra A e C. Di conseguenza il rendimento della trasmissione è massimo quando il punto di contatto è C e diminuisce sempre più man mano che ci si allontana da C. In particolare quando A coincide con C si ha:

$$v_{A1} = \omega_1 \cdot \overline{O_1A} = \omega_1 \cdot \overline{O_1C} = \omega_1 \cdot r_1$$

$$v_{A2} = \omega_2 \cdot \overline{O_2A} = \omega_2 \cdot \overline{O_2C} = \omega_2 \cdot r_2$$

avendo indicato con O_1 e O_2 i centri delle circonferenze primitive.

Ma essendo:

$$\omega_1 \cdot r_1 = \omega_2 \cdot r_2 = v_p$$

dove con v_p si è indicata la velocità periferica di entrambe le circonferenze primitive, è anche:

$$v_{A1} = v_{A2} = v_p$$

Di conseguenza, quando il punto di contatto dei due profili è C, la velocità di strisciamento è nulla.

Nel caso in cui la velocità di strisciamento sia elevata e le superfici a contatto siano ruvide e sottoposte a forti pressioni, l'ingranaggio, per il conseguente surriscaldamento, potrebbe *grippare*, bloccandosi irrimediabilmente.

Un parametro che consente di valutare le condizioni di lavoro dei denti e in particolare la loro tendenza a usurarsi è lo *strisciamento reciproco*, ovvero il

rapporto $\frac{\Delta v_t}{v_{1t}}$ o $\frac{\Delta v_t}{v_{2t}}$ tra la velocità di strisciamento Δv_t e la relativa velocità tan-

genziale v_{1t} o v_{2t} .

Se tale rapporto raggiunge valori elevati, il profilo del dente tende a usurarsi eccessivamente. Al contrario, un'usura modesta nel periodo iniziale è sicuramente accettabile, in quanto favorisce l'adattamento reciproco delle superfici a contatto. In certi casi uno strisciamento eccessivo può provocare la formazione di minuscoli crateri distribuiti sulle superfici a contatto. Il fenomeno, denominato *pitting corrosion*, determina la *vaiolatura* o *butteratura* dei fianchi dei denti e



Figura 2
Pitting corrosion.

consiste in un’asportazione localizzata di minuscoli frammenti di materiale (Figura 2).

Profilo a evolvente di cerchio

L’evolvente di cerchio è la curva generata da un punto che appartiene a una retta, detta *retta generatrice*, che rotola senza strisciare su una circonferenza (Figura 3), detta *circonferenza di base* o *circonferenza deferente*.

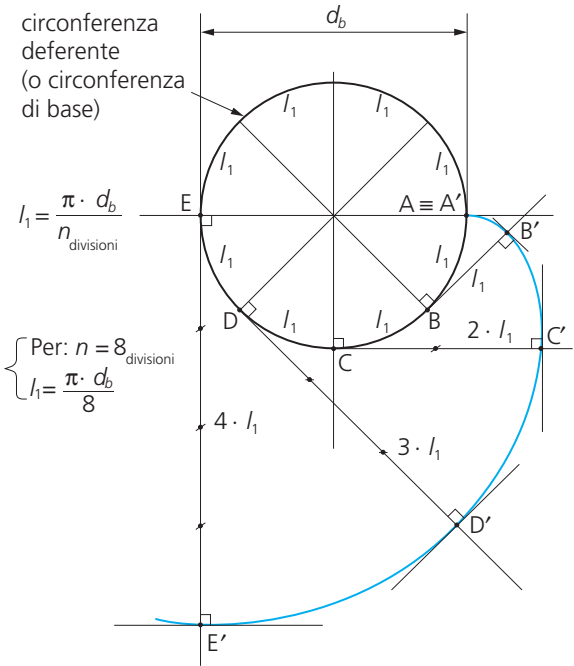


Figura 3
Costruzione geometrica di una evolvente di cerchio.
Procedimento: dividere la circonferenza in n parti uguali e tracciare le tangenti ad essa nei punti di divisione A, B, C, D, E ecc. Riportare su tali rette i segmenti di lunghezza pari a quella dell’arco corrispondente ($\widehat{AB} = \widehat{BB'}$; $\widehat{AC} = \widehat{CC'}$; $\widehat{AD} = \widehat{DD'}$; $\widehat{AE} = \widehat{EE'}$ ecc.).
I punti A', B', C', D' ecc. individuano la evolvente di cerchio.

Consideriamo ora le circonferenze primitive di centri O_1 e O_2 e raggi rispettivamente r_1 e r_2 ; C è il loro punto di tangenza (Figura 4). Siano $t-t$ la retta tangente in C a entrambe le circonferenze e $n-n$ una retta passante per C e inclinata dell’angolo ϑ (theta) rispetto alla retta $t-t$. Con centro in O_1 , tracciare una circonferenza tangente alla retta $n-n$; r_{b1} è il raggio di tale circonferenza e D è il punto di tangenza. Infine r_{b2} è il raggio della circonferenza con centro in O_2 , tangente in E alla retta $n-n$. Le circonferenze di raggio r_{b1} e r_{b2} sono le circonferenze di base per il tracciamento dei profili a evolvente dei denti appartenenti, rispettivamente, alla ruota di centro O_1 e a quella di centro O_2 . Pertanto, se si fa rotolare la retta $n-n$ su una delle suddette circonferenze, il punto C, considerato appartenente alla retta stessa, descrive un arco di evolvente; lo stesso accade se $n-n$ rotola sull’altra circonferenza di base. Le evolventi di cerchio così tracciate vengono assunte come profili dei denti; tali profili verranno poi limitati dalle circonferenze di testa e di piede.

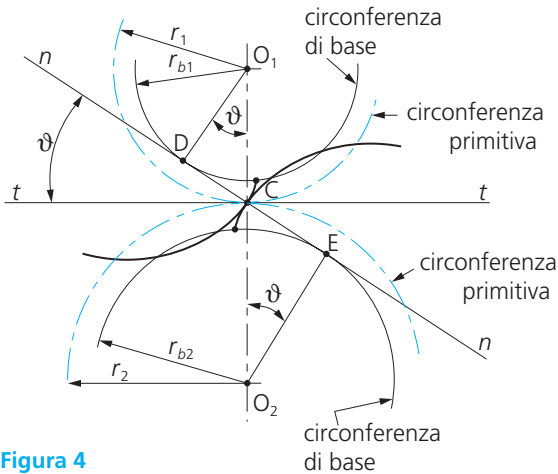


Figura 4

Rapporto di trasmissione e circonferenze di base

Dalla già citata Figura 4 si ricava:

$$\overline{O_1D} = \overline{O_1C} \cdot \cos \vartheta$$

$$\overline{O_2E} = \overline{O_2C} \cdot \cos \vartheta$$

Dato che è: $\overline{O_1D} = r_{b1}$, $\overline{O_1C} = r_1$, $\overline{O_2E} = r_{b2}$, $\overline{O_2C} = r_2$, le precedenti relazioni diventano:

$$r_{b1} = r_1 \cdot \cos \vartheta \quad (1)$$

$$r_{b2} = r_2 \cdot \cos \vartheta \quad (2)$$

Dalla (1) e dalla (2) si può ricavare che, assegnati r_1 e r_2 , i raggi delle circonferenze di base e quindi, in definitiva, le evolventi che vengono tracciate in base a tali circonferenze, dipendono unicamente dall'angolo ϑ .

Dalle stesse espressioni si ricava anche, dividendole membro a membro:

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}}$$

Dal momento che è: $\frac{r_2}{r_1} = i$, è anche: $\frac{r_{b2}}{r_{b1}} = i$.

Si può concludere allora che il rapporto di trasmissione di un ingranaggio con dentatura a evolvente di cerchio è anche il rapporto tra i raggi delle circonferenze di base. Quindi se, per un qualsiasi motivo, l'interasse tra le due ruote aumenta, il rapporto di trasmissione i non viene modificato.

Infatti, dal momento che non sono cambiati i raggi delle circonferenze di base, i non cambia. E ciò costituisce un innegabile vantaggio delle dentature a evolvente rispetto alle dentature realizzate con altri profili, ad esempio con profilo cicloidale (Figura 5).

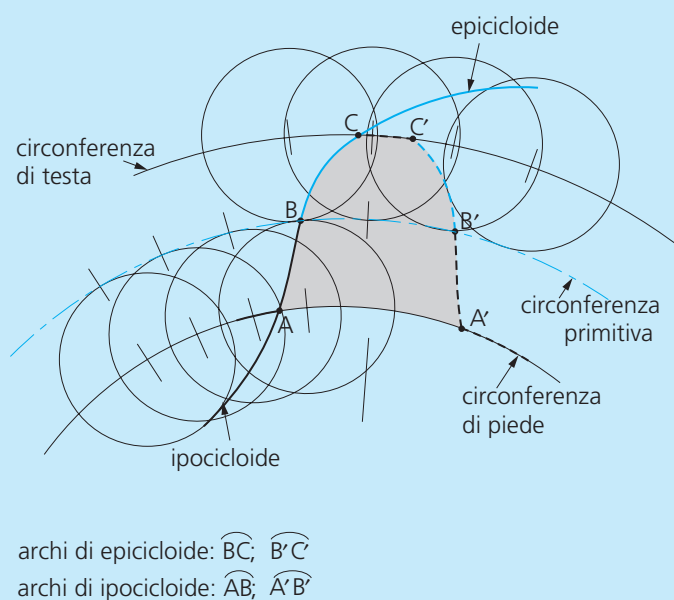


Figura 5

Generazione del profilo cicloidale di un dente.

» segue

Nella dentatura cicloidale, infatti, il profilo della testa del dente è un arco di epicicloide e come tale può coniugarsi solo con l'arco di ipocicloide che costituisce il profilo del piede del dente accoppiato (Figura 6). Quindi, se si verifica un aumento dell'interasse, i due denti vengono a contatto nelle zone di testa, che non sono tra loro coniugate, con conseguenti variazioni del rapporto di trasmissione.

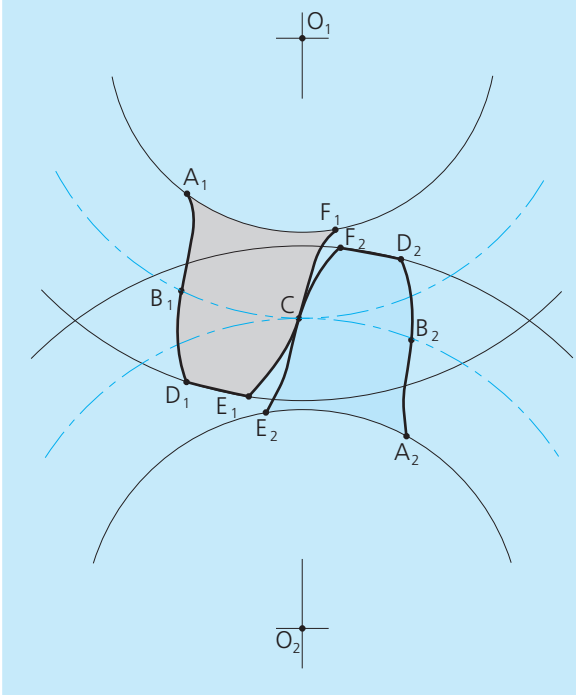


Figura 6
Accoppiamento di due denti con profilo cicloidale. Gli archi di epicicloide $\widehat{B_1D_1}$, $\widehat{E_1C}$, $\widehat{B_2D_2}$, $\widehat{F_2C}$ realizzano i profili della testa dei denti; il piede dei denti è invece realizzato con gli archi di ipocicloide $\widehat{A_1B_1}$, $\widehat{CF_1}$, $\widehat{E_2C}$, $\widehat{B_2A_2}$.