**Dimostrazione della formula di calcolo del modulo minimo della dentatura di**

**12**

**un ingranaggio cilindrico a denti diritti, in funzione della coppia da trasmettere:**

***m* =**

**mediante elaborazione dell’espressione di Lewis**

***m =*** (1)

ove:

*kd =* carico di sicurezza a fatica (N/mm2)

*M*1 = momento applicato all’albero (Nmm)

*y* = coefficiente di Lewis

*z* = numero di denti della ruota dentata

con:

*b* = larghezza assiale della ruota dentata (coincidente, nel caso di una ruota dentata cilindrica a denti diritti, con la lunghezza del dente)

*m* = modulo (mm)

--------------------------

Ricordiamo che sussiste la relazione:

*v* =  =

con:

*v* = velocità periferica della ruota dentata (m/s)

*=* velocità angolare della ruota dentata (rad/s)

*r* = raggio della circonferenza primitiva della ruota dentata (m)

*d* = diametro della circonferenza primitiva della ruota dentata (m) (*d* = 2 *r*)

*n*1 = velocità di rotazione della ruota dentata (giri/min)

Dovendosi esprimere *d* in metri quando normalmente lo si misura in millimetri occorrerà ricorrere alla relazione per cui, numericamente, si ha:

*d* (m) = *d* (mm) 10-3

Risulta:

*v* (m/s) =

cioè, estraendo la radice quadrata da entrambi i membri:

Poniamo nella (1) l’espressione:

***kd =***

che riterremo valida per *v* 1 m/s, nella quale:

= carico di sicurezza statico del materiale costituente la ruota dentata (N/mm2).

Riesce allora:

*kd = =*

e, di conseguenza, possiamo scrivere la (1) nel modo seguente:

*m = = =*

*=* (2)

Essendo poi:

*d = m z* (3)

sostituendo la (3) nella (2) si ricava:

*m =* (4)

ovvero, elevando alla sesta potenza ambo i membri della (4) :

*m*6 = (5)

Semplificando, si ha:

*m*5 =

da cui, elevando a ambo i membri, si ottiene:

*m* =

Raggruppando i valori numerici, si ha:

*m* = =

= 2 0,4

0,1837 = 0,1837

In definitiva, dalla formula iniziale di Lewis si è ricavata l’espressione:

*m* = 0,1837 (6)

Ponendo:

= 0,1837 (7)

con: *z* 12

la (6) diviene:

***m* =** (8)

Ricordiamo che le unità di misura con cui nella (8) viene calcolato il modulo sono le seguenti:

*m* = mm

e = coefficienti adimensionali

= Nmm

= N/mm2

*n*1 = giri/min

I valori di , ricavati dai coefficienti di Lewis (*y*) applicando l’espressione (7), sono elencati, in funzione del numero di denti della ruota dentata, in Tabella 11.4 del secondo volume.

-------------------------------------------------------------------------------------------------------

**Dimostrazione della formula di calcolo del modulo minimo della dentatura di**

**un ingranaggio cilindrico a denti diritti****, in funzione della potenza da trasmettere:**

***m***

Utilizzeremo l’espressione (6):

*m* = 0,1837

Ricordiamo che, detta *P*1 la potenza trasmessa dall’albero sul quale è calettata la ruota dentata, vale la relazione:

*M*1 = (9)

Essendo:

la (9) può scriversi:

*M*1 = = = (10)

ove *M*1 è misurato in Nm, *P*1 in watt e *n*1 in giri/min.

Se però la potenza viene espressa in kW, la (10) diviene:

*M*1 (Nm) = 9549,3 (11)

Essendo:

*M*1 (Nmm) = 103 *M*1 (Nm)

*M*1 (Nmm) = 10 3 9549,3

sostituendo la (11) nella (6) e misurando *M*1 in Nmm per rispettare l’omogeneità

dimensionale dei parametri della frazione , si ricava:

*m* = 0,1837 = 0,1837

0,1837 10 1,2 9549,3 0,4

113,79 114

ove *P*1 è misurato in kW, in N/mm2, *n*1 in giri/min (o: rpm).

In definitiva, si è ricavata l’espressione:

*m* 114 (12)

Ponendo:

= 114 (13)

con: *z* 12

la (12) diviene:

***m***  (14)

Ricordiamo che le unità di misura con cui nella (14) viene calcolato il modulo sono le seguenti:

*m* = mm

e = coefficienti adimensionali

= kW

= N/mm2

*n*1 = giri/min

I valori di , ricavati dai coefficienti di Lewis *y* applicando l’espressione (13), sono elencati, in funzione del numero di denti della ruota dentata, in Tabella 11.4 del secondo volume.

Nella tabella che segue sono elencati i coefficienti (*y*)di Lewis in funzione del numero di denti (*z*) della ruota dentata.

**Coefficienti di Lewis**

|  |  |
| --- | --- |
| Numero di denti *z* | Coefficiente di Lewis *y* |
| 12 | 0,245 |
| 13 | 0,261 |
| 14 | 0,276 |
| 15 | 0,289 |
| 16 | 0,295 |
| 17 | 0,302 |
| 18 | 0,308 |
| 19 | 0,314 |
| 20 | 0,320 |
| 21 | 0,327 |
| 22 | 0,330 |
| 24 | 0,336 |
| 26 | 0,346 |
| 28 | 0,352 |
| 30 | 0,358 |
| 34 | 0,371 |
| 38 | 0,383 |
| 43 | 0,396 |
| 50 | 0,408 |
| 60 | 0,421 |
| 75 | 0,434 |
| 100 | 0,446 |
| 150 | 0,459 |
| 300 | 0,471 |
| ---- | ---- |
| ∞ | 0,484 |