

Dimostrazione della formula del rapporto di trasmissione:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{d_2 \cdot \cos \beta_2}{d_1 \cdot \cos \beta_1}$$

dove β_1 e β_2 sono gli angoli d'elica rispettivamente della ruota motrice e di quella condotta, ω_1 e ω_2 le relative velocità angolari, z_1 e z_2 i numeri di denti e d_1 e d_2 i corrispondenti diametri primitivi.

Indicando con r_1 e r_2 i raggi dei cilindri primitivi (dove il pedice 1 indica la ruota motrice e il pedice 2 la ruota condotta), le velocità periferiche:

$$v_1 = \omega_1 \cdot r_1 \quad \text{e} \quad v_2 = \omega_2 \cdot r_2$$

possedute dai punti dei cilindri primitivi che sono venuti a contatto in C, sono in generale diverse tra loro (Figura 1).

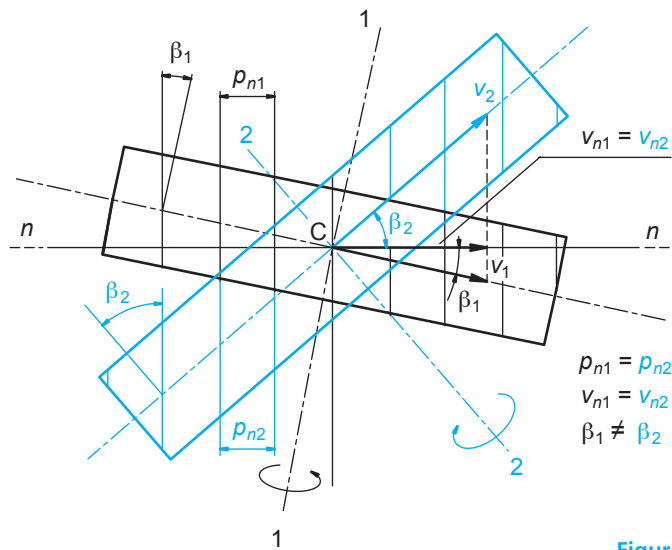


Figura 1

Sia n la retta passante per il punto di contatto C e avente la direzione dello spostamento di C.

Dette v_{n1} e v_{n2} le componenti lungo la retta n delle velocità v_1 e v_2 , tali componenti valgono rispettivamente:

$$v_{n1} = v_1 \cdot \cos \beta_1$$

$$v_{n2} = v_2 \cdot \cos \beta_2$$

Affinché i profili coniugati dei fianchi dei denti a contatto non si compenetrino tra loro o non si distacchino, le componenti lungo la retta n (v_{n1} e v_{n2}) delle velocità v_1 e v_2 devono essere uguali.

Deve cioè risultare:

$$v_1 \cdot \cos \beta_1 = v_2 \cdot \cos \beta_2$$

ovvero:

$$\omega_1 \cdot r_1 \cdot \cos \beta_1 = \omega_2 \cdot r_2 \cdot \cos \beta_2$$

da cui:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2 \cdot \cos \beta_2}{r_1 \cdot \cos \beta_1}$$

Essendo:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2}$$

risulta:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2 \cdot \cos \beta_2}{r_1 \cdot \cos \beta_1} = \frac{\frac{d_2}{2} \cdot \cos \beta_2}{\frac{d_1}{2} \cdot \cos \beta_1} = \frac{d_2 \cdot \cos \beta_2}{d_1 \cdot \cos \beta_1}$$

cioè:

$$i = \frac{d_2 \cdot \cos \beta_2}{d_1 \cdot \cos \beta_1} \quad (1)$$

Relazione tra passo frontale e passo assiale quando $\beta_1 + \beta_2 = 90^\circ$

Nel caso in cui gli angoli d'elica siano complementari, ovvero risulti:

$$\beta_1 + \beta_2 = 90^\circ$$

la (1) diviene:

$$i = \frac{d_2 \cdot \cos \beta_2}{d_1 \cdot \cos \beta_1} = \frac{d_2 \cdot \cos \beta_2}{d_1 \cdot \cos (90^\circ - \beta_2)} = \frac{d_2 \cdot \cos \beta_2}{d_1 \cdot \sin \beta_2} = \frac{d_2}{d_1} \cdot \cotg \beta_2$$

perché: $\cos (90^\circ - \beta_2) = \sin \beta_2$

o anche:

$$i = \frac{d_2 \cdot \cos (90^\circ - \beta_1)}{d_1 \cdot \cos \beta_1} = \frac{d_2 \cdot \sin \beta_1}{d_1 \cdot \cos \beta_1} = \frac{d_2}{d_1} \cdot \tg \beta_1 \quad (2)$$

perché: $\cos (90^\circ - \beta_1) = \sin \beta_1$

Dall'espressione:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_1}{z_2} = \frac{d_2 \cdot \cos \beta_2}{d_1 \cdot \cos \beta_1}$$

la (2) può anche essere scritta:

$$\frac{z_2}{z_1} = \frac{d_2}{d_1} \cdot \tg \beta_1$$

da cui si ricava:

$$\tg \beta_1 = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{d_1}{d_2}$$

ovvero:

$$\tg \beta_1 = \frac{\frac{d_1}{z_1}}{\frac{d_2}{z_2}} \quad (3)$$

Poiché:

$$\frac{d_1}{z_1} = m_{f1} = \frac{p_{f1}}{\pi} \quad \text{e} \quad \frac{d_2}{z_2} = m_{f2} = \frac{p_{f2}}{\pi}$$

dove con p_f e m_f si sono indicati il passo frontale e il modulo frontale di ciascuna ruota, la (3) diviene:

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{p_{f1}}{p_{f2}} \quad (4)$$

D'altronde per una generica ruota dentata cilindrica a denti elicoidali (Figura 2) risulta:

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{p_{f1}}{p_{a1}} \quad (5)$$

dove p_{a1} costituisce il passo *assiale*, cioè la distanza tra due denti successivi misurata parallelamente all'asse di rotazione della ruota.

Dalle espressioni (4) e (5) si ottiene:

$$\frac{p_{f1}}{p_{f2}} = \frac{p_{f1}}{p_{a1}}$$

da cui si ricava:

$$p_{f2} = p_{a1} \quad (6)$$

Figura 2

