

29.4 Tabelle

La *Tabella A.3.1* presenta le proprietà del liquido e del vapore saturo in funzione della temperatura. Nella prima colonna è appunto indicata la temperatura T [°C], mentre nella seconda colonna è riportata la corrispondente pressione di saturazione p [kPa] oppure [MPa]; come è d'uso nella trattazione delle macchine termiche, la pressione, che figura nelle tabelle, è la *pressione assoluta* e non quella relativa (*Paragrafo 14.2*). Quindi di seguito abbiamo:

- volume massico [m^3/kg] del liquido saturo v_f e del vapore saturo v_g ;
- entalpia massica [kJ/kg] del liquido saturo h_f , di vaporizzazione h_{fg} e del vapore saturo h_g ;
- entropia massica [$\text{kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$] del liquido saturo s_f , di vaporizzazione s_{fg} e del vapore saturo s_g .

Per convenzione si sono posti uguali a zero i valori di h_f ed s_f relativi al liquido saturo, in corrispondenza della temperatura di 0 °C (273,15 K). Questo perché le grandezze precedenti vengono calcolate come variazione rispetto a uno stato di riferimento che occorre sempre definire, sia pure in modo arbitrario.

La *Tabella A.3.2* è equivalente alla *Tabella A.3.1*; riporta però nella prima colonna la pressione e nella seconda colonna la corrispondente temperatura di saturazione.

La *Tabella A.3.2* viene utilizzata quando è assegnata la pressione, mentre la *Tabella A.3.1* viene impiegata quando si conosce la temperatura. Il valore della generica proprietà z_x in corrispondenza del titolo x si calcola con le formule del *Paragrafo 29.3*.

Vi sono poi la *Tabella A.3.3*, relativa al vapore surriscaldato, e la *Tabella A.3.4*, relativa al liquido compresso; queste tabelle riportano i valori delle proprietà v , h ed s in funzione di coppie di valori della pressione p [MPa] (riga in alto) e della temperatura T [°C] (nella prima colonna). È necessaria una coppia di valori di pressione e di temperatura, in quanto, uscendo dalla regione di equilibrio liquido-vapore, non esiste più una relazione univoca tra queste due variabili. Accanto alla pressione, tra parentesi tonde, viene indicato il valore della temperatura di saturazione corrispondente a quella pressione. Naturalmente non figurano più i pedici «f» e «g» relativi rispettivamente al liquido saturo e al vapore saturo, in quanto siamo al di fuori della regione di saturazione.

La *Tabella A.3.3* comprende anche le caratteristiche dell'acqua nella regione al di sopra dell'isoterma critica, regione che avevamo detto appartenere al gas (ma il gas non è altro che vapore altamente surriscaldato^{29.4}).

Per illustrare l'uso delle tabelle, si consideri adesso la trasformazione della *Figura 29.1* con il passaggio di 1 kg d'acqua dalla temperatura $T = 20$ °C a quella di 200 °C, mantenendo nel cilindro una pressione costante $p = 0,1$ MPa. Il titolo all'interno della regione liquido-vapore sia $x = 0,4$. Trattandosi di una trasformazione a pressione costante, la variazione di entalpia rappresenta il calore scambiato (**28-7'**): occorre quindi determinare il valore di entalpia nei singoli punti della *Figura 29.1*.

1. $p = 0,1$ MPa, $T = 20$ °C $\Rightarrow h_1 = 84,0$ kJ/kg

Siamo nella regione del liquido compresso. Il valore dell'entalpia si ricava dalla *Tabella A.3.1* alla temperatura di 20 °C ($h_f = 83,96$ kJ/kg $\approx 84,0$ kJ/kg) in quanto, per pressioni modeste, la differenza tra l'entalpia del liquido compresso e quella del liquido saturo, alla stessa temperatura (20 °C), è molto piccola. Solitamente un pro-

cesso, in cui il liquido viene scaldato a pressione costante, si considera coincidente con la linea del liquido saturo fino a quando viene raggiunta la temperatura di saturazione (*Figura 29.1-c*). Un altro modo per ricavare h_1 è passare attraverso la capacità termica massica dell'acqua $c_{\text{acqua}} = 4,18 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$, che si può assumere costante al variare della temperatura. Per la **28-4**, si ottiene un risultato uguale a quanto avevamo posto prima^{29.5}: $h_1 = c_{\text{acqua}}\Delta T = 4,18 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K}) \times 20 \text{ }^\circ\text{C} = 83,6 \text{ kJ}/\text{kg} \approx 84 \text{ kJ}/\text{kg}$.

2. $p = 0,1 \text{ MPa}, T = 60 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow h_2 = 251,12 \text{ kJ}/\text{kg}$

È il valore ottenuto dalla *Tabella A.3.1*, in corrispondenza alla temperatura di $60 \text{ }^\circ\text{C}$. Facendo uso della formula approssimata, si avrebbe $h_2 = 4,18 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K}) \times 60 \text{ }^\circ\text{C} = 250,8 \text{ kJ}/\text{kg} \approx 251 \text{ kJ}/\text{kg}$.

3. $p = 0,1 \text{ MPa}, T = 99,63 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow h_3 = 417,46 \text{ kJ}/\text{kg}$

Poiché è assegnata la pressione, entriamo con il valore di $0,1 \text{ MPa}$ nella *Tabella A.3.2* e ricaviamo la temperatura di saturazione $T = 99,63 \text{ }^\circ\text{C}$ e l'entalpia del liquido saturo $h_f = h_3$.

4. $p = 0,1 \text{ MPa}, T = 99,63 \text{ }^\circ\text{C}, x = 0,4 \Rightarrow h_4 = 1320,68 \text{ kJ}/\text{kg}$

L'entalpia si calcola con la **29-2**, sostituendo alla generica proprietà z l'entalpia h . I valori dell'entalpia del liquido e di quella del vapore sono rispettivamente $h_f = 417,46 \text{ kJ}/\text{kg}$ e $h_g = 2675,5 \text{ kJ}/\text{kg}$:

$$h_x = (1 - x)h_f + xh_g = (1 - 0,4) \times 417,46 \text{ kJ}/\text{kg} + 0,4 \times 2675,5 \text{ kJ}/\text{kg} = 1320,60 \text{ kJ}/\text{kg}$$

5. $p = 0,1 \text{ MPa}, T = 99,63 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow h_5 = 2675,5 \text{ kJ}/\text{kg}$

Dalla *Tabella A.3.2* si legge, come entalpia del vapore saturo ($x = 1$), $h_g = 2675,5 \text{ kJ}/\text{kg}$.

6. $p = 0,1 \text{ MPa}, T = 200,0 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow h_6 = 2875,3 \text{ kJ}/\text{kg}$

Siamo nella regione del vapore surriscaldato. Sulla *Tabella A.3.3* si legge, alla temperatura di $200 \text{ }^\circ\text{C}$ nel quadro che si riferisce alla pressione di $0,1 \text{ MPa}$, l'entalpia $h = 2875,3 \text{ kJ}/\text{kg}$.

Il calore, che va fornito all'acqua per passare, lungo l'isobara con pressione pari a $0,1 \text{ MPa}$, dallo stato di liquido a $20 \text{ }^\circ\text{C}$ allo stato di vapore surriscaldato a $200 \text{ }^\circ\text{C}$, è dato dalla somma delle variazioni di entalpia nei tre intervalli relativi al liquido, alla regione liquido-vapore, al vapore surriscaldato (*Figura 29.1*).

Il calore da fornire al liquido, per passare dalla temperatura iniziale di $20 \text{ }^\circ\text{C}$ alla temperatura di saturazione di $99,63 \text{ }^\circ\text{C}$, è uguale alla differenza di entalpia del liquido saturo a $99,63 \text{ }^\circ\text{C}$ e quella del liquido a $20 \text{ }^\circ\text{C}$:

$$q_{13} = h_3 - h_1 = 417,46 \text{ kJ}/\text{kg} - 84,0 \text{ kJ}/\text{kg} = 333,46 \text{ kJ}/\text{kg} = 333,5 \text{ kJ}/\text{kg}$$

Il calore da fornire nel passaggio di stato, per passare da liquido saturo a vapore saturo, è dato dalla differenza di entalpia $h_g - h_f = h_{fg}$, che è appunto l'entalpia di vaporizzazione:

$$q_{35} = h_5 - h_3 = 2675,5 \text{ kJ}/\text{kg} - 417,46 \text{ kJ}/\text{kg} = 2258,0 \text{ kJ}/\text{kg}$$

29.5 - ΔT è una differenza di temperatura valutata rispetto a $0 \text{ }^\circ\text{C}$ ($273,15 \text{ K}$), temperatura in corrispondenza della quale abbiamo assunto il valore di zero dell'entalpia. Questa differenza di temperatura può perciò essere espressa indifferentemente in $^\circ\text{C}$ oppure in K .

Il calore da fornire al vapore saturo per portarlo nello stato di vapore surriscaldato alla pressione di 0,1 MPa è uguale alla differenza tra l'entalpia del vapore surriscaldato e quella del vapore saturo:

$$q_{56} = h_6 - h_5 = 2875,3 \text{ kJ/kg} - 2675,5 \text{ kJ/kg} = 199,8 \text{ kJ/kg}$$

Il calore complessivo^{29.6} somministrato all'acqua è allora:

$$q_{16} = q_{13} + q_{35} + q_{56} = 333,5 \text{ kJ/kg} + 2258,0 \text{ kJ/kg} + 199,8 \text{ kJ/kg} = 2791,3 \text{ kJ/kg}$$

Questo calore deve essere uguale alla differenza di entalpia nello stato finale 6 e nello stato iniziale 1 in quanto si ha:

$$\begin{aligned} q_{16} &= q_{13} + q_{35} + q_{56} = (h_3 - h_1) + (h_5 - h_3) + (h_5 - h_6) = (h_6 - h_1) = \\ &= 2875,3 \text{ kJ/kg} - 84,0 \text{ kJ/kg} = 2791,3 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

In conclusione, possiamo scrivere che in una trasformazione isobarica (è la trasformazione che riguarda in particolare i generatori di vapore) il calore da fornire all'acqua nello stato iniziale 1 per arrivare allo stato finale 2 di vapore surriscaldato, è espresso dalla variazione di entalpia Δh ed è composto da tre termini:

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \Delta h_{\text{liquido}} + h_{\text{fg}} + \Delta h_{\text{surr}} \quad \mathbf{29-6}$$

dove $\Delta h_{\text{liquido}}$ è l'entalpia da fornire al liquido per arrivare allo stato di liquido saturo, h_{fg} è l'entalpia di vaporizzazione e Δh_{surr} è l'entalpia di surriscaldamento necessaria per passare da vapore saturo a vapore surriscaldato.

Il valore dell'entropia massica si ricava dalle *Tablelle A.3*. L'entropia di vaporizzazione s_{fg} può essere anche ricavata dall'entalpia di vaporizzazione h_{fg} , tenendo presente la definizione di entropia **28-13'** e la costanza durante il cambiamento di fase di temperatura (la temperatura assoluta T può perciò essere portata fuori dal segno di integrale) e pressione ($\int_f^g \delta q$ è perciò uguale alla variazione di entalpia h_{fg}):

$$s_{\text{fg}} = s_g - s_f = \int_f^g \left(\frac{\delta q}{T} \right)_{\text{rev}} = \frac{1}{T} \int_f^g \delta q = \frac{h_{\text{fg}}}{T}$$

Se, ad esempio, si vuole calcolare s_{fg} alla pressione di saturazione di 0,1 MPa, dopo aver letto sulla *Tabella A.3.2* una temperatura di saturazione di 99,63 °C e un'entalpia di vaporizzazione $h_{\text{fg}} = 2258 \text{ kJ/kg}$, si ottiene 6,057 kJ/(kg·K), valore praticamente coincidente con quello di 6,0568 kJ/(kg·K) che si legge sulla *Tabella A.3.2*.

$$s_{\text{fg}} = \frac{h_{\text{fg}}}{T} = \frac{2258 \text{ kJ/kg}}{(273,15 + 99,63) \text{ K}} = 6,057 \text{ kJ/(kg·K)}$$

29.6 - In ogni trasformazione che coinvolge un cambiamento di fase non bisogna mai dimenticare di introdurre l'entalpia di vaporizzazione; nel caso citato il calore da fornire nel passaggio di stato (2258 kJ/kg) è di gran lunga superiore al calore fornito nel riscaldamento del liquido (333,5 kJ/kg) o di quello necessario per surriscaldare il vapore (199,8 kJ/kg) e ciò in accordo con le aree evidenziate nella *Figura 29.1-d*.

Esempio 29.4 Proprietà dell'acqua in alcuni punti

La tabella seguente riporta condizioni diverse dell'acqua, in corrispondenza a coppie di valori di pressione e di altre proprietà. Completare la tabella individuando i vari stati e mostrare ciascuno stato su un diagramma entropico.

Stato	Pressione p [kPa]	Temperatura T [°C]	Volume massico v [m ³ /kg]	Entalpia h [kJ/kg]	Energia interna u [kJ/kg]	Entropia s [kJ/kg·K]
A	100	20	–	–	–	–
B	3500	450	–	–	–	–
C	700	–	–	2250	–	–
D	30.000	80	–	–	***	–
E	200	–	–	–	***	7,1271

* Nelle condizioni D ed E, non si richiede la determinazione dell'energia interna.

SOLUZIONE

A. La temperatura di saturazione corrispondente alla pressione di 100 kPa (0,1 MPa) è 99,63 °C (*Tabella A.3.2*); la temperatura assegnata (20 °C) è inferiore alla temperatura di saturazione e ci troviamo quindi nella regione del liquido compresso. Le proprietà nello stato A vengono approssimate con le proprietà del liquido saturo (pedice «f») alla temperatura di 20 °C (*Tabella A.3.1*), come spiegato nel *Paragrafo 29.4*.

$$v_A \approx v_f = 0,001002 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$h_A \approx h_f = 84,0 \text{ kJ/kg}$$

$$s_A \approx s_f = 0,2963 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$u_A \approx u_f = 84,0 \text{ kJ/kg}$$

Il valore dell'energia interna u , non riportato nelle tabelle, si ottiene dalla definizione di entalpia **28-8**:

$$h = u + pv \Rightarrow u = h - pv$$

$$u_A = 84 \times 10^3 \text{ J/kg} - 100 \times 10^3 \text{ Pa} \times 0,001002 \text{ m}^3/\text{kg} = 84,0 \text{ kJ/kg}$$

B. La temperatura di saturazione corrispondente alla pressione di 3500 kPa (3,5 MPa) è 242,6 °C (*Tabella A.3.2*); la temperatura assegnata in B (450 °C) è superiore alla temperatura di saturazione e siamo perciò nella regione del vapore surriscaldato. Dalla *Tabella A.3.3* si ha:

$$v_B = 0,09196 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$h_B = 3337,2 \text{ kJ/kg}$$

$$s_B = 7,0052 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$u_B = h_B - pv_B = 3337,2 \times 10^3 \text{ J/kg} - 3500 \times 10^3 \text{ Pa} \times 0,09196 \text{ m}^3/\text{kg} = 3015,3 \text{ kJ/kg}$$

C. Lo stato C viene individuato, esaminando, nella *Tabella A.3.2*, i valori di entalpia del vapore saturo in funzione della pressione assegnata $p_C = 700 \text{ kPa}$. L'entalpia assegnata

$h_C = 2250 \text{ kJ/kg}$ è maggiore di $h_f = 697,22 \text{ kJ/kg}$ (entalpia del liquido saturo) e minore di $h_g = 2763,5 \text{ kJ/kg}$ (entalpia del vapore saturo). Siamo perciò nella regione liquido-vapore. Il titolo x della miscela si ottiene dalla **29-4** dove, al posto della generica proprietà z , sostituiamo h :

$$h_x = h_f + xh_{fg} \Rightarrow x = \frac{h_x - h_f}{h_{fg}}$$

Indicati con x_C il titolo x e con h_C l'entalpia che corrisponde a questo titolo ($h_x = h_C$), si ha:

$$x_C = \frac{h_C - h_f}{h_{fg}} = \frac{2250 \text{ kJ/kg} - 697,22 \text{ kJ/kg}}{2066,3 \text{ kJ/kg}} = 0,751$$

Temperatura di saturazione alla pressione p_C (dalla *Tabella A.3.2*):

$$T_C = 164,97 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\begin{aligned} v_C &= v_f + x_C(v_g - v_f) = 0,001108 \text{ m}^3/\text{kg} + 0,751 (0,2729 - 0,001108) \text{ m}^3/\text{kg} = \\ &= 0,2052 \text{ m}^3/\text{kg} \end{aligned} \quad \text{(29-4 e 29-3)}$$

$$s_C = s_f + x_C s_{fg} = 1,9922 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K}) + 0,751 \times 4,7158 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K}) = 5,5338 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K}) \quad \text{(29-4)}$$

$$u_C = h_C - p v_C = 2250 \times 10^3 \text{ J/kg} - 700 \times 10^3 \text{ Pa} \times 0,2052 \text{ m}^3/\text{kg} = 2106 \text{ kJ/kg} \quad \text{(28-4)}$$

D. La pressione di 30.000 kPa (30 MPa) è molto più alta della pressione di saturazione (31,19 kPa) corrispondente alla temperatura assegnata (80 °C), come si deduce dalla *Tabella A.3.2*. Lo stato D si trova nella regione del liquido compresso. A pressioni così elevate, i dati del liquido compresso si devono ricavare dalla *Tabella A.3.4* e non si possono più approssimare con quelli del liquido saturo alla stessa temperatura (*Tabella A.3.1*). Per confronto riportiamo i valori delle due tabelle:

<i>Tabella A.3.4</i> ($p_D = 30 \text{ MPa}$, $T_D = 80 \text{ }^\circ\text{C}$)	<i>Tabella A.3.1</i> ($T_D = 80 \text{ }^\circ\text{C}$)
$v_D = 0,0010156 \text{ m}^3/\text{kg}$	$v_D \approx v_f = 0,001029 \text{ m}^3/\text{kg}$
$h_D = 358,77 \text{ kJ/kg}$	$h_D \approx h_f = 334,91 \text{ kJ/kg}$
$s_D = 1,0561 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$	$s_D \approx s_f = 1,0753 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$

E. In corrispondenza della pressione assegnata $p_E = 0,2 \text{ MPa}$ (200 kPa), leggiamo sulla *Tabella A.3.3* l'entropia $s_E = 7,1271 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ quale entropia del vapore saturo s_g a quella pressione. Ci troviamo perciò sulla curva del vapore saturo o curva limite superiore con titolo $x = 1$. Quanto sopra poteva anche essere ottenuto dall'esame della *Tabella A.3.2* per la pressione di 0,2 MPa. I valori delle altre proprietà sono:

$$T_E = 120,23 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$v_E = v_g = 0,8857 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$h_E = h_g = 2706,7 \text{ kJ/kg}$$

Riassumendo, i risultati ottenuti e gli stati corrispondenti sono:

Stato	Pressione p [kPa]	Temperatura T [°C]	Volume massico v [m ³ /kg]	Entalpia h [kJ/kg]	Energia interna u [kJ/kg]	Entropia s [kJ/kg·K]
A	100	20	0,001002	84,0	84,0	0,2966
B	3500	450	0,09196	3337,2	3015,3	7,0052
C	700	164,97	0,2052	2250	2106	5,5338
D	30.000	80	0,001015	358,77	***	1,0561
E	200	120,23	0,8857	2706,7	***	7,1271

- A ⇒ liquido compresso
- B ⇒ vapore surriscaldato
- C ⇒ liquido-vapore
- D ⇒ liquido compresso
- E ⇒ vapore saturo sulla curva limite superiore

Il diagramma entropico della *Figura 29.3* è stato tracciato con scale alterate in modo da evidenziare meglio i vari stati esaminati. Sul diagramma sono riportate le isobare e si sono indicati i valori di temperatura relativi ai singoli stati.

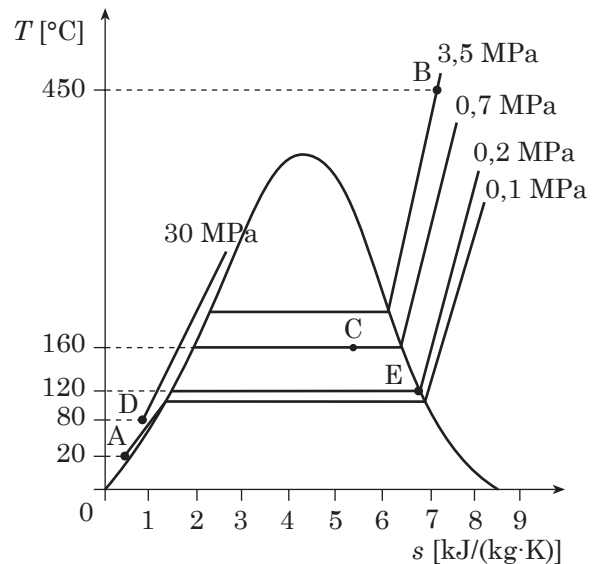


Fig. 29.3 - Individuazione degli stati dell'*Esempio 29.4* su un diagramma entropico.

Esempio 29.5 Calore e lavoro in una trasformazione a pressione costante

Un cilindro chiuso da uno stantuffo ha un volume $V_1 = 0,15 \text{ m}^3$ e contiene una massa $m = 0,75 \text{ kg}$ di una miscela in equilibrio liquido-vapore alla pressione $p = 0,6 \text{ MPa}$. Mantenendo costante la pressione, viene somministrato calore fino a raggiungere la temperatura di 350 °C .

Determinare il calore ${}_1Q_2$ e il lavoro ${}_1W_2$ scambiati durante la trasformazione.

SOLUZIONE

In una trasformazione a pressione costante il calore scambiato, dato dalla massa m per il calore massico q , è uguale alla variazione di entalpia (28-7'):

$${}_1Q_2 = m_1q_2 = m(h_2 - h_1)$$

mentre il lavoro è dato dalla **A-15**, che, se scritta in termini di pressione e di variazione di volume massico, è valida per qualsiasi fluido e non solo per il gas perfetto:

$${}_1W_2 = m_1w_2 = mp(v_2 - v_1)$$

La massa m di fluido e la pressione sono assegnate; occorre perciò calcolare entalpia massica e volume massico nello stato iniziale 1 e nello stato finale 2.

STATO 1 – Si trova all'interno della regione liquido-vapore alla pressione di saturazione $p = 0,6$ MPa. Dalla *Tabella A.3.2* si ha: $v_f = 0,001101$ m³/kg, $v_g = 0,3157$ m³/kg, $h_f = 670,56$ kJ/kg, $h_g = 2986,3$ kJ/kg.

Il volume massico iniziale v_1 è noto in quanto sono assegnati il volume iniziale V_1 e la massa totale della miscela in equilibrio m :

$$v_1 = \frac{V_1}{m} = \frac{0,15 \text{ m}^3}{0,75 \text{ kg}} = 0,2 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Il titolo x della miscela si ricava dalle **29-4** e **29-3**, dove indichiamo con v_1 il volume massico v_x corrispondente al titolo x .

$$v_1 = v_f + x(v_g - v_f) \Rightarrow x = \frac{v_1 - v_f}{v_g - v_f} = \frac{0,2 \text{ m}^3/\text{kg} - 0,001101 \text{ m}^3/\text{kg}}{0,3157 \text{ m}^3/\text{kg} - 0,001101 \text{ m}^3/\text{kg}} = 0,63$$

Noto il titolo x , possiamo calcolare, con la **29-4**, l'entalpia iniziale (anche qui indichiamo h_x con h_1):

$$h_1 = h_f + xh_{fg} = 670,56 \text{ kJ/kg} + 0,63 \times 2086,3 \text{ kJ/kg} = 1989,5 \text{ kJ/kg}$$

STATO 2 – È assegnata pressione (è sempre la stessa: $p = 0,6$ MPa) e temperatura ($T_2 = 350$ °C). Siamo nella zona del vapore surriscaldato (*Tabella A.3.3*); la temperatura di saturazione pari a 158,85 °C, indicata in tabella, per la pressione di 0,6 MPa è più bassa della temperatura assegnata di 350 °C. Dalla *Tabella A.3.3* abbiamo: $v_2 = 0,4742$ m³/kg, $h_2 = 3165$ kJ/kg.

Siamo adesso in grado di calcolare il calore e il lavoro scambiati:

$${}_1Q_2 = m_1q_2 = m(h_2 - h_1) = 0,75 \text{ kg} = (3165,7 \text{ kJ/kg} - 1989,5 \text{ kJ/kg}) = 882,1 \text{ kJ} \quad \blacktriangleleft$$

$${}_1W_2 = m_1w_2 = mp(v_2 - v_1) = 0,75 \text{ kg} \times 600 \text{ kPa}(0,4742 - 0,2) \text{ m}^3/\text{kg} = 123,4 \text{ kJ} \quad \blacktriangleleft$$

Esempio 29.6 Calore scambiato in una trasformazione a volume costante

Un'autoclave con un volume $V = 10$ m³ contiene acqua alla pressione di 0,15 MPa, parte sotto forma di liquido saturo con volume $V_{\text{liq}} = 0,097$ m³ e parte sotto forma di vapore saturo con volume $V_{\text{vap}} = 9,903$ m³. Viene fornito calore finché tutta l'autoclave è piena di vapore saturo (titolo $x = 1$). Determinare la quantità di calore scambiato. I valori di energia interna nello stato iniziale sono:

$$u_1 = u_{\text{liq}} = 466,94 \text{ kJ/kg} \quad \text{e} \quad u_g = u_{\text{vap}} = 2519,7 \text{ kJ/kg}$$

SOLUZIONE

La trasformazione avviene a volume costante in quanto il volume in cui è contenuto il fluido, e cioè l'autoclave, non varia. In una trasformazione a volume costante il calore scambiato da tutta la massa di fluido ${}_1Q_2$ è uguale alla variazione di energia interna (si veda la **28-7** applicata a una trasformazione isocora): ${}_1Q_2 = U_2 - U_1$.

L'energia interna U_1 è la somma della energia interna del liquido U_{liq} e di quella del vapore U_{vap} date dal prodotto della massa del liquido m_{liq} e del vapore m_{vap} per le rispettive energie interne massiche:

$$U_1 = m_{\text{liq}}u_{\text{liq}} + m_{\text{vap}}u_{\text{vap}}$$

Le energie interne u_1 del liquido e del vapore sono state assegnate inizialmente; occorre adesso calcolare la massa di liquido e di vapore. Leggiamo allora sulla *Tabella A.3.2*, in corrispondenza della pressione di 0,15 MPa, il volume massico $v_1 = 0,001053 \text{ m}^3/\text{kg}$ e $v_g = 1,1593 \text{ m}^3/\text{kg}$ rispettivamente del liquido e del vapore. La massa si ottiene come rapporto tra il volume V e il relativo volume massico v :

$$m_{\text{liq}} = \frac{V_{\text{liq}}}{v_f} = \frac{0,097 \text{ m}^3}{0,001053 \text{ m}^3/\text{kg}} = 92,12 \text{ kg} \quad m_{\text{vap}} = \frac{V_{\text{vap}}}{v_g} = \frac{9,903 \text{ m}^3}{1,1593 \text{ m}^3/\text{kg}} = 8,54 \text{ kg}$$

$$U_1 = 92,12 \text{ kg} \times 466,94 \text{ kJ/kg} + 8,54 \text{ kg} \times 2519,7 \text{ kJ/kg} = 64.533 \text{ kJ}$$

Per determinare lo stato finale 2 della trasformazione, occorre conoscere due proprietà indipendenti. Una è già stata assegnata ed è il titolo $x = 1$ in quanto, alla fine, tutto il fluido si trova nelle condizioni di vapore saturo. L'altra proprietà è il volume massico v_2 , che può essere calcolato dal momento che sono noti il volume V dell'autoclave e la massa finale m , somma della massa iniziale del liquido e della massa iniziale del vapore:

$$m = m_{\text{liq}} + m_{\text{vap}} = 92,12 \text{ kg} + 8,54 \text{ kg} = 100,66 \text{ kg}$$

$$v_2 = \frac{V}{m} = \frac{10 \text{ m}^3}{100,66 \text{ kg}} = 0,099 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Nella *Tabella A.3.2*, al volume massico $v_g = 0,099 \text{ m}^3/\text{kg}$ (cioè il volume del vapore saturo) corrisponde una pressione di 2,00 MPa e un'entalpia massica $h_g = 2799,5 \text{ kJ/kg}$. Dall'entalpia si ricava, per mezzo della definizione **28-8**, l'energia interna u_g :

$$u_2 = u_g = h_g - pv_g = 2799,5 \times 10^3 \text{ J/kg} - 2 \times 10^6 \text{ Pa} \times 0,099 \text{ m}^3/\text{kg} = 2601 \text{ kJ/kg}$$

$$U_2 = mu_2 = 100,66 \text{ kg} \times 2601 \text{ kJ/kg} = 261.817 \text{ kJ}$$

$${}_1Q_2 = U_2 - U_1 = 261.817 \text{ kJ} - 64.353 \text{ kJ} = 197.464 \text{ kJ} \quad \blacktriangleleft$$

29.6 Diagramma pressione-volume

Un altro diagramma utile per visualizzare le variazioni nelle proprietà della sostanza legate al cambiamento di fase è il diagramma *pressione-volume massico*. La *Figura 29.4* descrive, nel piano p - v , una compressione isoterma dell'acqua ($T = 140 \text{ }^\circ\text{C}$) dallo stato 1, nella regione del vapore surriscaldato, allo stato 2, nella regione del liquido compresso.

I punti «f» e «g» indicano rispettivamente il liquido saturo (sulla curva limite inferiore) e il vapore saturo (sulla curva limite superiore). Nella regione del liquido compresso, l'isoterma da «f» a 2 è molto ripida: alla temperatura di 140 °C il volume massico diminuisce di appena lo 0,3% (da 0,001080 a 0,0010768 m³/kg), allorché la pressione aumenta da 0,3613 MPa (*Tabella A.3.1*) a 5 MPa (*Tabella A.3.4*). L'osservazione della *Tabella A.3.4*, relativamente al liquido compresso, mette appunto in rilievo come le proprietà subiscano variazioni molto modeste, al variare della pressione per una temperatura prefissata. È per questo motivo che le proprietà dei liquidi compressi possono, con ragionevole accuratezza, dipendere dalla sola temperatura, quando le pressioni non sono troppo elevate (< 5 MPa). Usando questa approssimazione, volume massico e così pure entalpia ed entropia del liquido compresso possono essere ottenuti dai valori del liquido saturo v_f , h_f e s_f , entrando nella *Tabella A.3.1* con il valore della temperatura del liquido compresso.

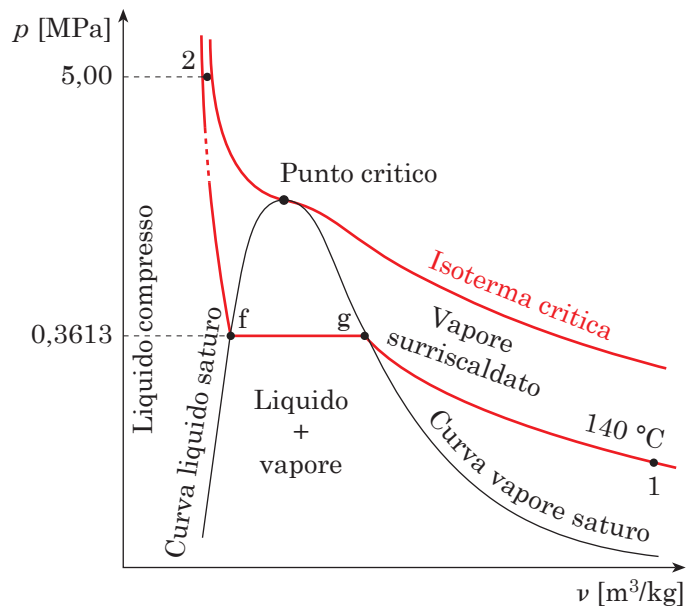


Fig. 29.4 - Diagramma pressione-volume massico per la regione liquido-vapore.

29.7 Diagramma pressione-temperatura

Le caratteristiche del cambiamento di fase si possono esprimere anche con il diagramma pressione-temperatura (*Figura 29.5*) relativo a una sostanza, come l'acqua, che aumenta di volume nel passaggio da liquido a solido. Finora abbiamo esaminato solo la vaporizzazione, perché è il cambiamento di fase che più interessa nelle applicazioni. È tuttavia opportuno esaminare brevemente anche gli altri cambiamenti di fase, da solido a liquido oppure direttamente da solido a vapore, in modo da avere una visione generale del problema. Nel diagramma della *Figura 29.5* sono tracciate delle trasformazioni, ad esempio AB, che avvengono, fornendo calore al sistema in un processo a pressione costante. Le linee nere indicano sotto quali valori di pressione e temperatura, le tre fasi, solido, liquido e vapore, possono coesistere in equilibrio. Lungo la linea di sublimazione sono in equilibrio le due fasi solido e vapore; lungo la linea di fusione sono in equilibrio le due fasi solido e liquido; lungo la linea di vaporizzazione sono infine in equilibrio la fase liquida e la fase vapore. Il solo punto in cui tutte e tre le fasi possono coesistere in equilibrio è il punto triplo. Per l'ac-

qua il punto triplo è definito dalla temperatura di 0,010 °C e dalla pressione di 0,6113 kPa. La linea di vaporizzazione finisce al punto critico; oltre il punto critico tale linea viene tracciata a tratti per indicare che non è più possibile un cambiamento distinto da fase liquida a fase vapore.

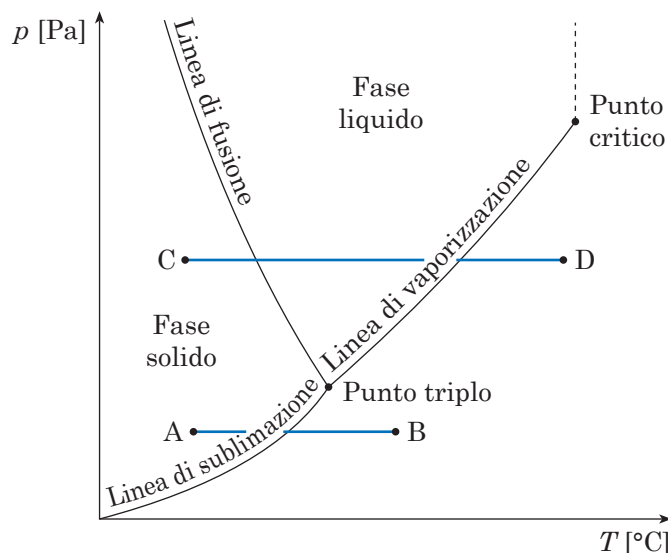


Fig. 29.5 - Diagramma pressione-temperatura per una sostanza che si comporta come l'acqua.

Consideriamo un solido nello stato A indicato nella *Figura 29.5*. Allorché si aumenta la temperatura, mantenendo costante la pressione, la sostanza passa direttamente dalla fase solida alla fase vapore. Questo tipo di trasformazione è ben evidenziato dal biossido di carbonio solido (ghiaccio secco) nelle condizioni di pressione atmosferica ($\approx 0,1$ MPa). Il biossido di carbonio (CO_2) ha una pressione al punto triplo di 0,517 MPa, valore che è ben al di sopra di quello della pressione atmosferica, cosicché alla pressione di 0,1 MPa il biossido di carbonio sublima a una temperatura di circa -77 °C. Nella trasformazione CD, sempre a pressione costante, la sostanza passa dapprima dalla fase solida a quella liquida in corrispondenza di un determinato valore di temperatura, e quindi da liquido a vapore a una temperatura più alta.

Esempio 29.7 Capacità termica massica a pressione costante

Determinare il valore della capacità termica massica a pressione costante per l'acqua nelle condizioni di gas alla pressione di 1 MPa e alla temperatura di 800 °C.

SOLUZIONE

Leggiamo sulla *Tabella A.3.3* due valori di entalpia, situati alle estremità dell'intervallo di temperatura all'interno del quale si vuole calcolare la capacità termica massica a pressione costante; prendiamo, ad esempio, $T_A = 700$ °C e $T_B = 900$ °C. A queste temperature corrispondono rispettivamente le entalpie $h_A = 3923,1$ kJ/kg e $h_B = 4392,9$ kJ/kg. Appliciamo quindi la **28-10**:

$$c_p = \frac{h_B - h_A}{T_B - T_A} = \frac{4392,9 \text{ kJ/kg} - 3923,1 \text{ kJ/kg}}{900 \text{ °C} - 700 \text{ °C}} = 2,35 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$$

COMMENTI

1. Al denominatore, possiamo esprimere la variazione di temperatura sia in °C sia in K, dal momento che si tratta di una differenza di temperatura.
2. L'operazione che abbiamo fatto è stata quella di approssimare la curva della *Figura 29.6* con un segmento di retta, nell'intervallo di temperatura considerato, in modo da ottenere un valor medio della capacità termica massica valido per quel dato intervallo. Nota la capacità termica massica a pressione costante, possiamo determinare il valore dell'entalpia per qualsiasi punto all'interno dell'intervallo applicando la **28-10**. Ad esempio, per la temperatura di 800 °C l'entalpia h_0 vale:

$$h_0 - h_A = c_p (T_0 - T_A) \Rightarrow h_0 = c_p (T_0 - T_A) + h_A$$

$$h_0 = 2,35 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K}) (800 - 700) \text{ }^\circ\text{C} + 3923,1 \text{ kJ}/\text{kg} = 4158,1 \text{ kJ}/\text{kg}$$

contro il valore di 4154,7 kJ/kg dato dalla *Tabella A.3.3*.

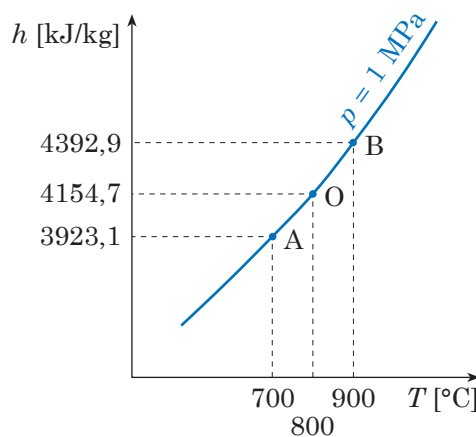


Fig. 29.6 - Determinazione della capacità termica massica a pressione costante.

ESERCIZI

29.11 - Definire volume massico del liquido saturo v_f e del vapore saturo v_g del refrigerante R134a in corrispondenza della temperatura di saturazione $T = 80 \text{ }^\circ\text{C}$. Calcolare poi il volume massico v_x e il titolo x di una miscela liquido-vapore di massa totale $m = 2 \text{ kg}$, che occupa un volume $V = 0,01 \text{ m}^3$. Controllare la soluzione facendo uso anche del *diagramma p-h* dell'R134a (si veda il *Paragrafo 29.5*).

$$v_f = 0,001076 \text{ m}^3/\text{kg}; \quad v_g = 0,0065 \text{ m}^3/\text{kg}; \\ v_x = 0,005 \text{ m}^3/\text{kg}; \quad x = 0,723$$

29.12 - Definire volume massico del liquido saturo v_f e del vapore saturo v_g del refrigerante R134a in corrispondenza della temperatura di saturazione $T = 50 \text{ }^\circ\text{C}$. Calcolare il volume massico di vaporizzazione v_{fg} e il volume massico v_x corrispondente a un titolo $x = 15\%$. Controllare la soluzione facendo uso anche del *diagramma p-h* dell'R134a (si veda il *Paragrafo 29.5*).

$$v_f = 0,000907 \text{ m}^3/\text{kg}; \quad v_g = 0,01505 \text{ m}^3/\text{kg}; \\ v_{fg} = 0,14143 \text{ m}^3/\text{kg}; \quad v_x = 0,00303 \text{ m}^3/\text{kg}$$

VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

19. La sublimazione è una trasformazione in cui la sostanza passa dalla fase
..... alla fase

20. Il punto triplo di una sostanza non coincide con il punto critico.

Vero Falso