

ENTI GEOMETRICI FONDAMENTALI

Rappresentazione ▶

Interazioni ▶

Enti geometrici

Rappresentazione

Unità di Apprendimento 6

Punto ▶

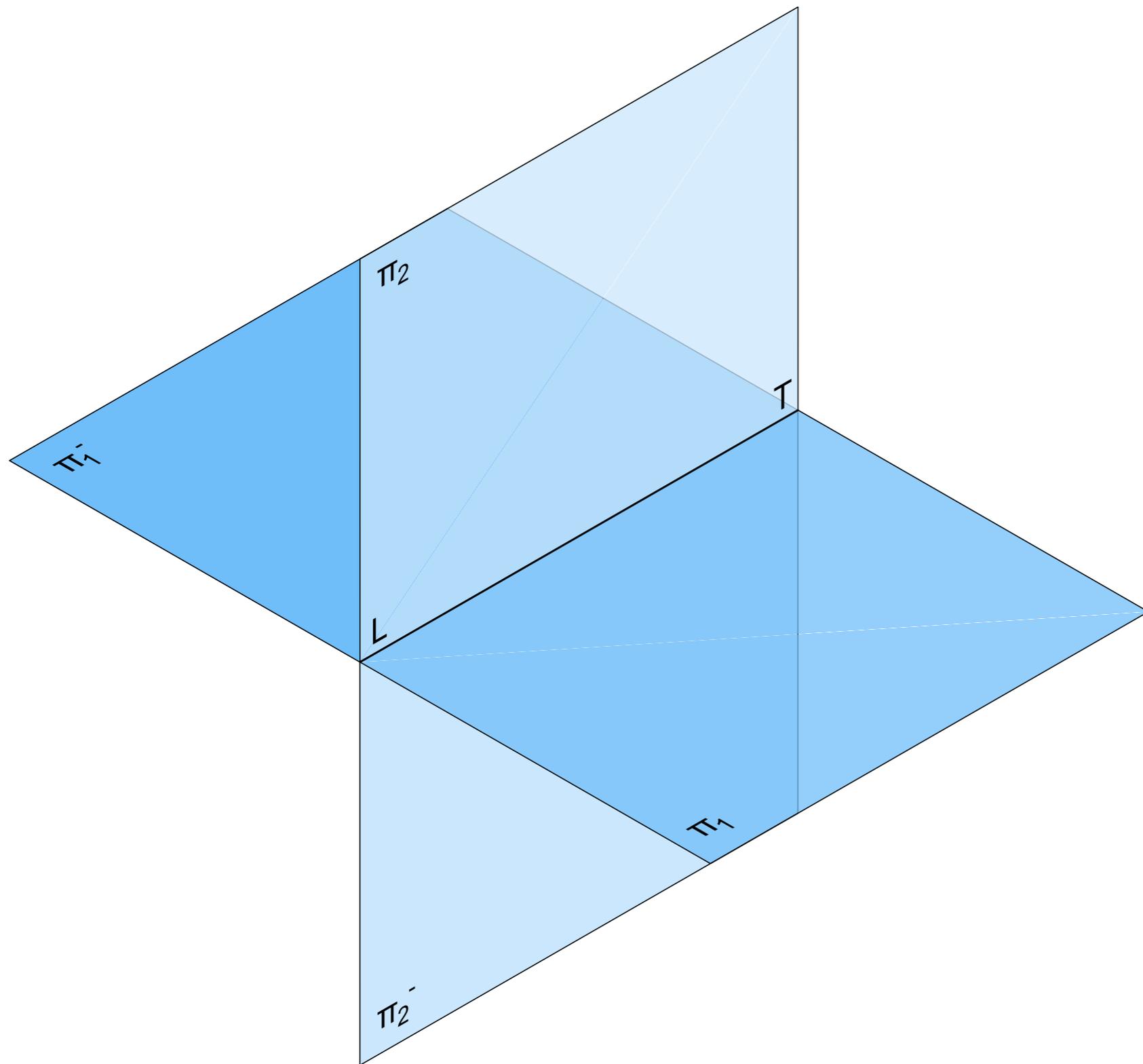
Retta {

nel I diedro ▶

con tracce i diedri diversi ▶

Piano ▶





π_2

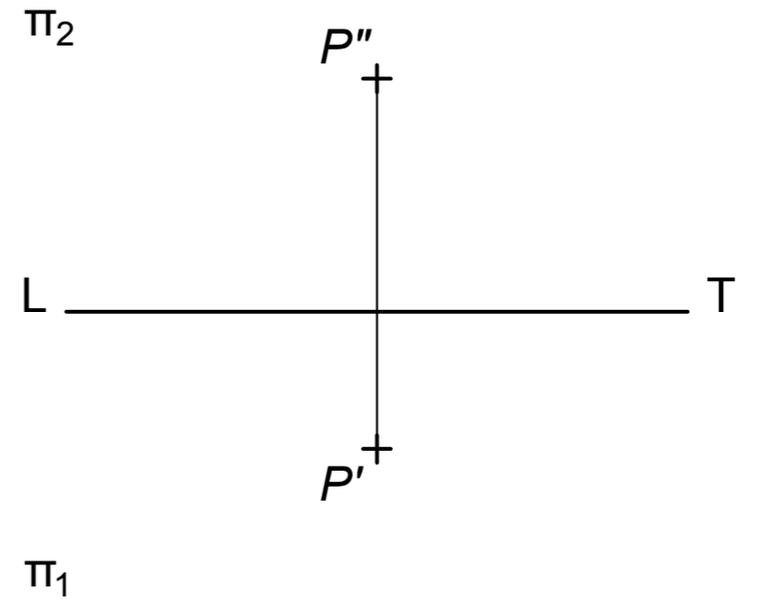
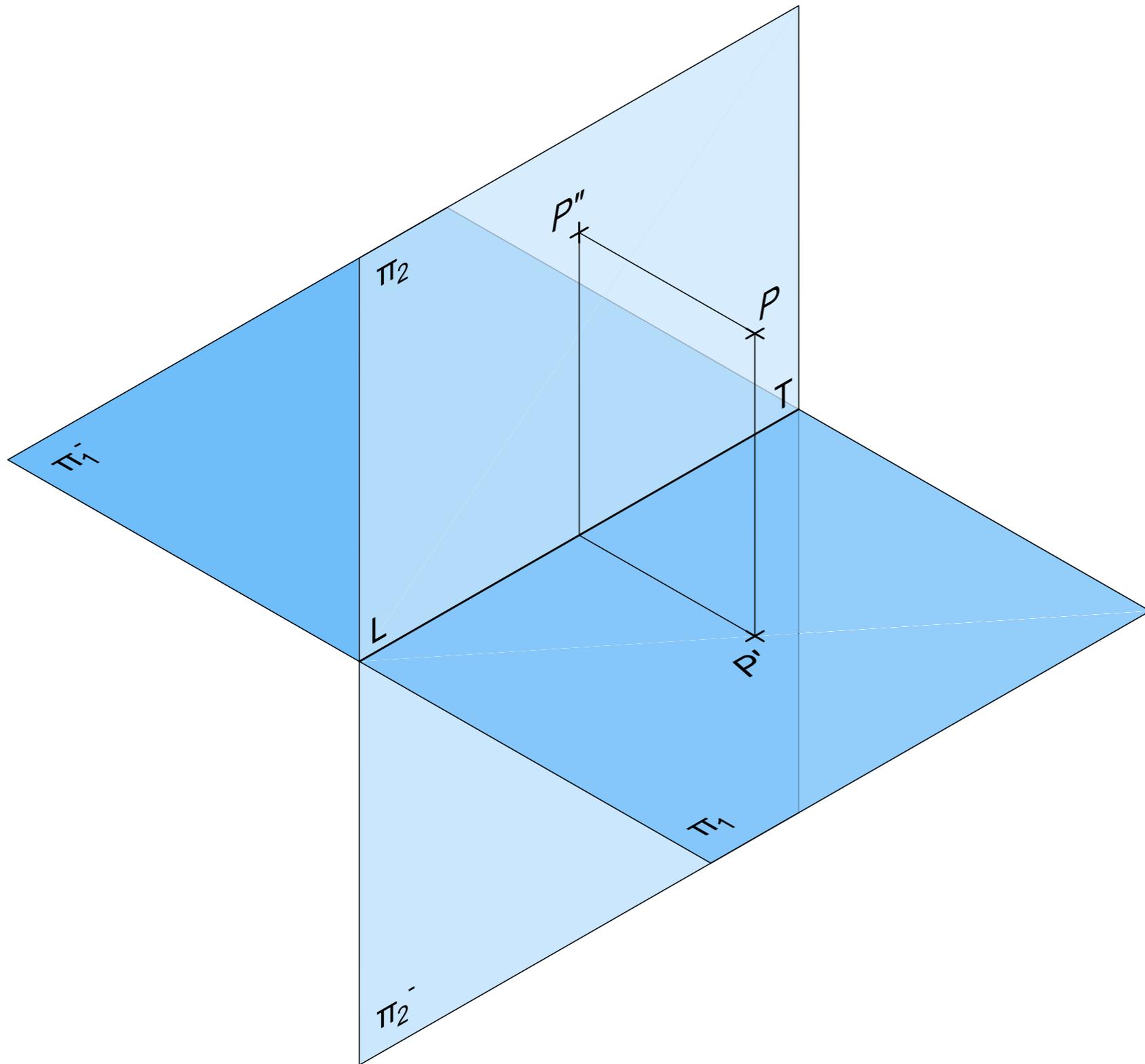
L _____ T

π_1

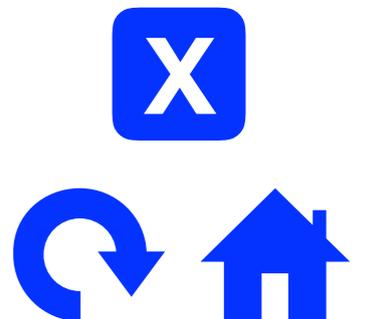
Il punto è rappresentato
mediante le sue immagini
 P' ; P'' e P'''

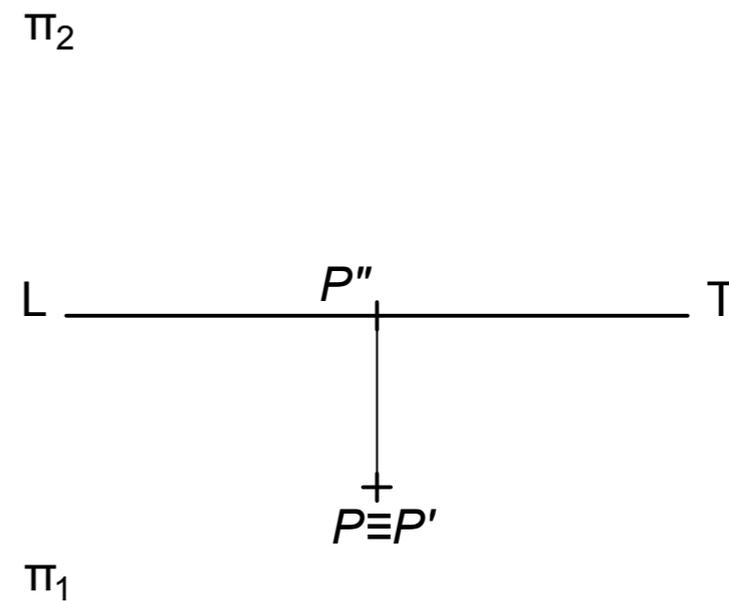
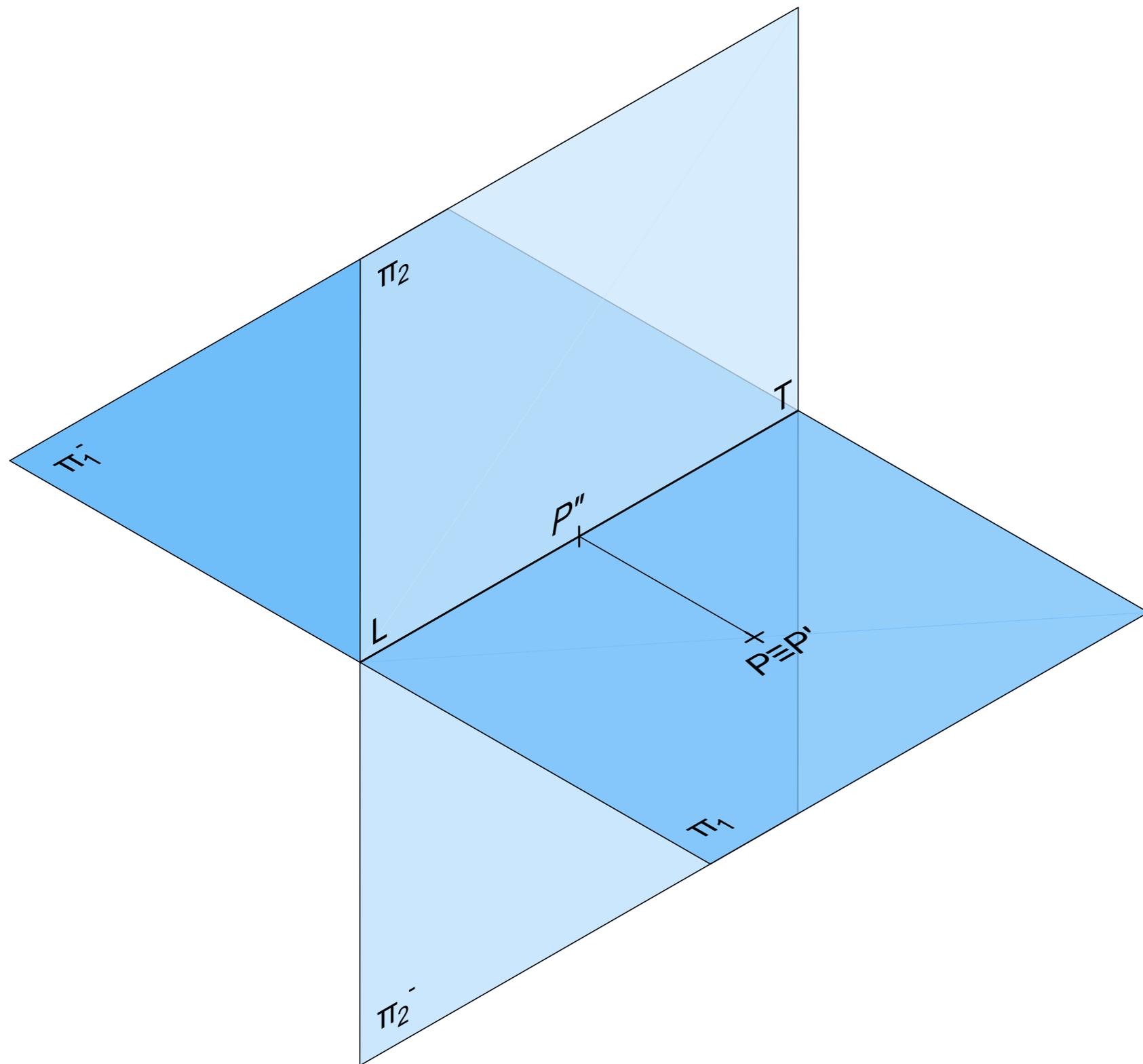
Punto I diedro	Punto II diedro	Punto III diedro	Punto IV diedro
---------------------------	----------------------------	-----------------------------	----------------------------





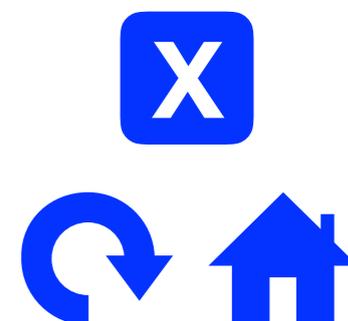
$\in \pi_1$	$\in \pi_2$		
Punto I diedro	Punto II diedro	Punto III diedro	Punto IV diedro





ESERCIZIO GUIDATO

$\in \pi_1$	$\in \pi_2$			
Punto I diedro	Punto II diedro	Punto III diedro	Punto IV diedro	



Rappresentare il punto $P(15;0)$

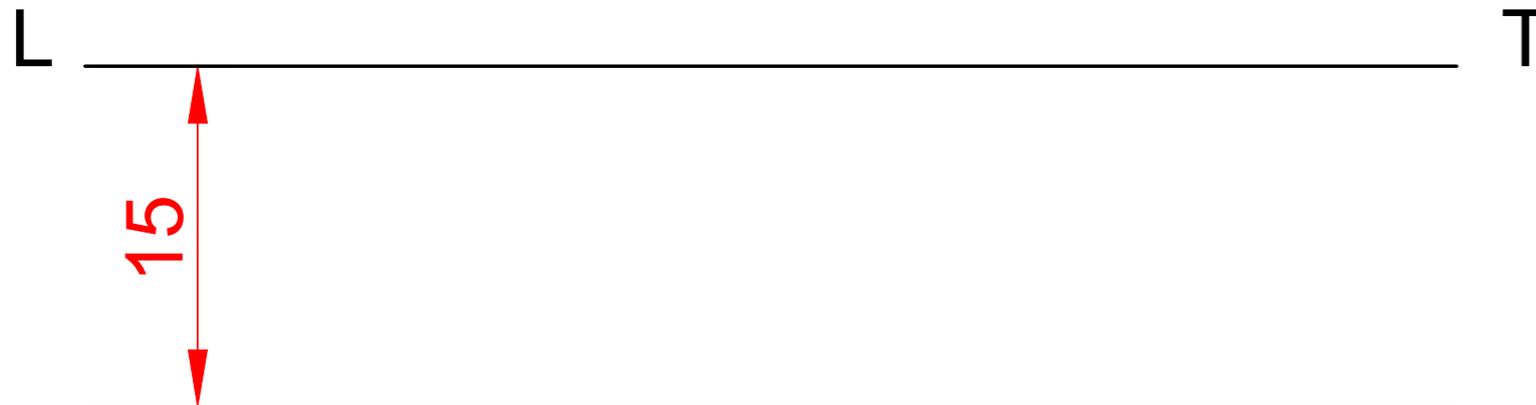
Analisi:

- l'oggetto di P è di 15mm;
- la quota di P è nulla, allora $P \in \pi_1$

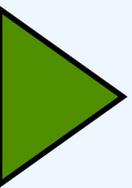
Rappresentazione:

- si traccia, su π_1 , la linea di riferimento relativa all'oggetto di P posta 15mm da π_2 (da LT);

π_2



π_1



Rappresentare il punto $P(15;0)$

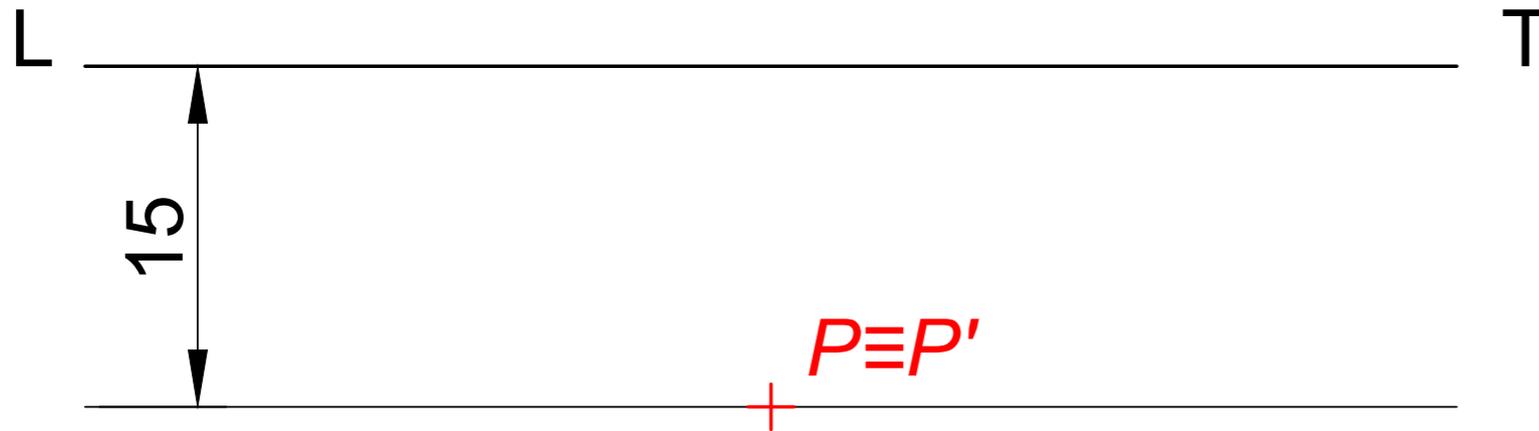
Analisi:

- l'aggetto di P è di 15mm;
- la quota di P è nulla, allora $P \in \pi_1$

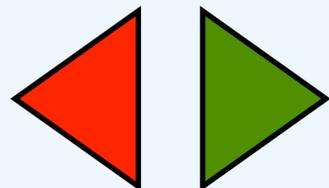
Rappresentazione:

- si traccia, su π_1 , la linea di riferimento relativa all'aggetto di P posta 15mm da π_2 (da LT);
- sulla linea appena tracciata si fissa a piacere l'immagine P' del punto P . Poiché $P \in \pi_1$ risulta che $P \equiv P'$;

π_2



π_1



Rappresentare il punto $P(15;0)$

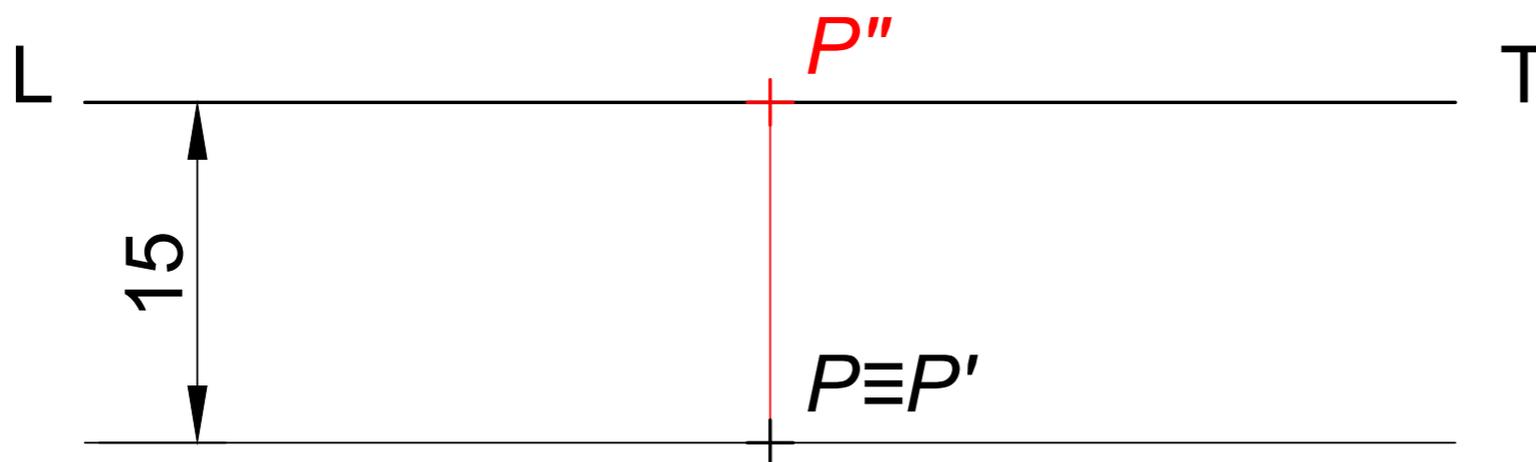
Analisi:

- l'aggetto di P è di 15mm;
- la quota di P è nulla, allora $P \in \pi_1$

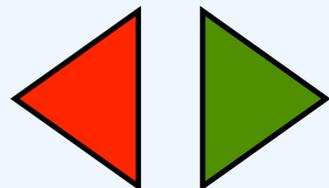
Rappresentazione:

- si traccia, su π_1 , la linea di riferimento relativa all'aggetto di P posta 15mm da π_2 (da LT);
- sulla linea appena tracciata si fissa a piacere l'immagine P' del punto P . Poiché $P \in \pi_1$ risulta che $P \equiv P'$;
- si traccia per $P \equiv P'$ la linea di richiamo che proietta P su π_2 e poiché la quota del punto è nulla l'immagine seconda P'' cade sulla LT.

π_2



π_1



Rappresentare il punto $P(15;0)$

Analisi:

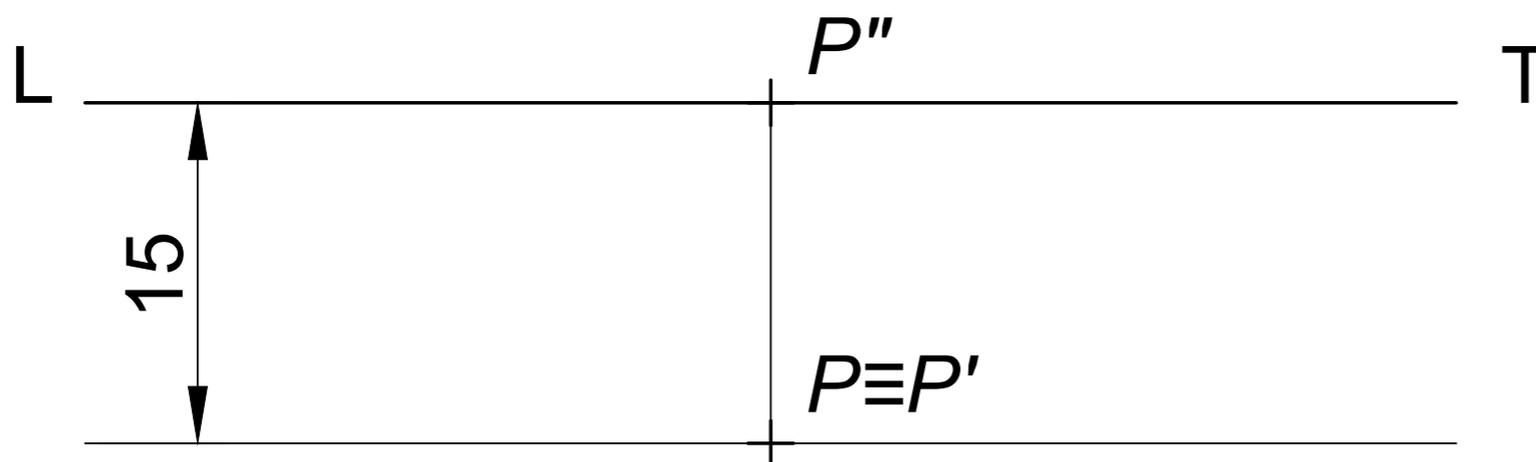
- l'aggetto di P è di 15mm;
- la quota di P è nulla, allora $P \in \pi_1$

Rappresentazione:

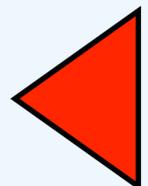
- si traccia, su π_1 , la linea di riferimento relativa all'aggetto di P posta 15mm da π_2 (da LT);
- sulla linea appena tracciata si fissa a piacere l'immagine P' del punto P . Poiché $P \in \pi_1$ risulta che $P \equiv P'$;
- si traccia per $P \equiv P'$ la linea di richiamo che proietta P su π_2 e poiché la quota del punto è nulla l'immagine seconda P'' cade sulla LT.

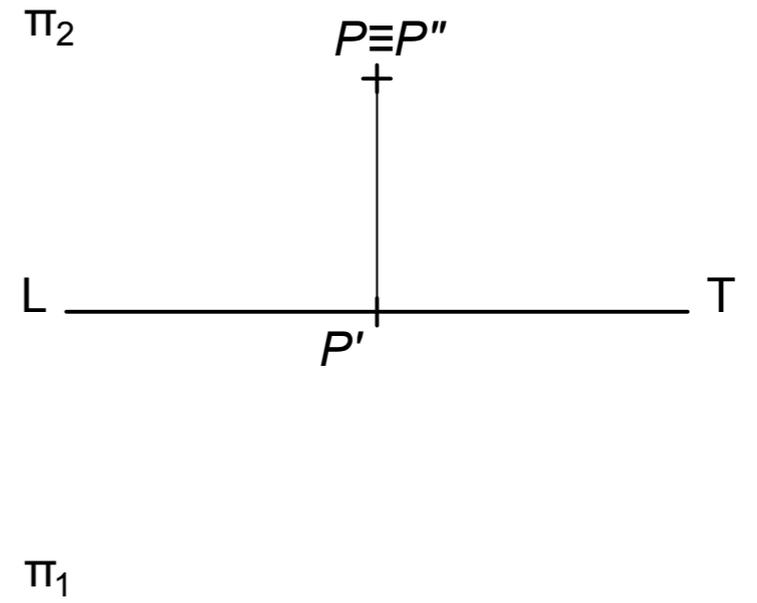
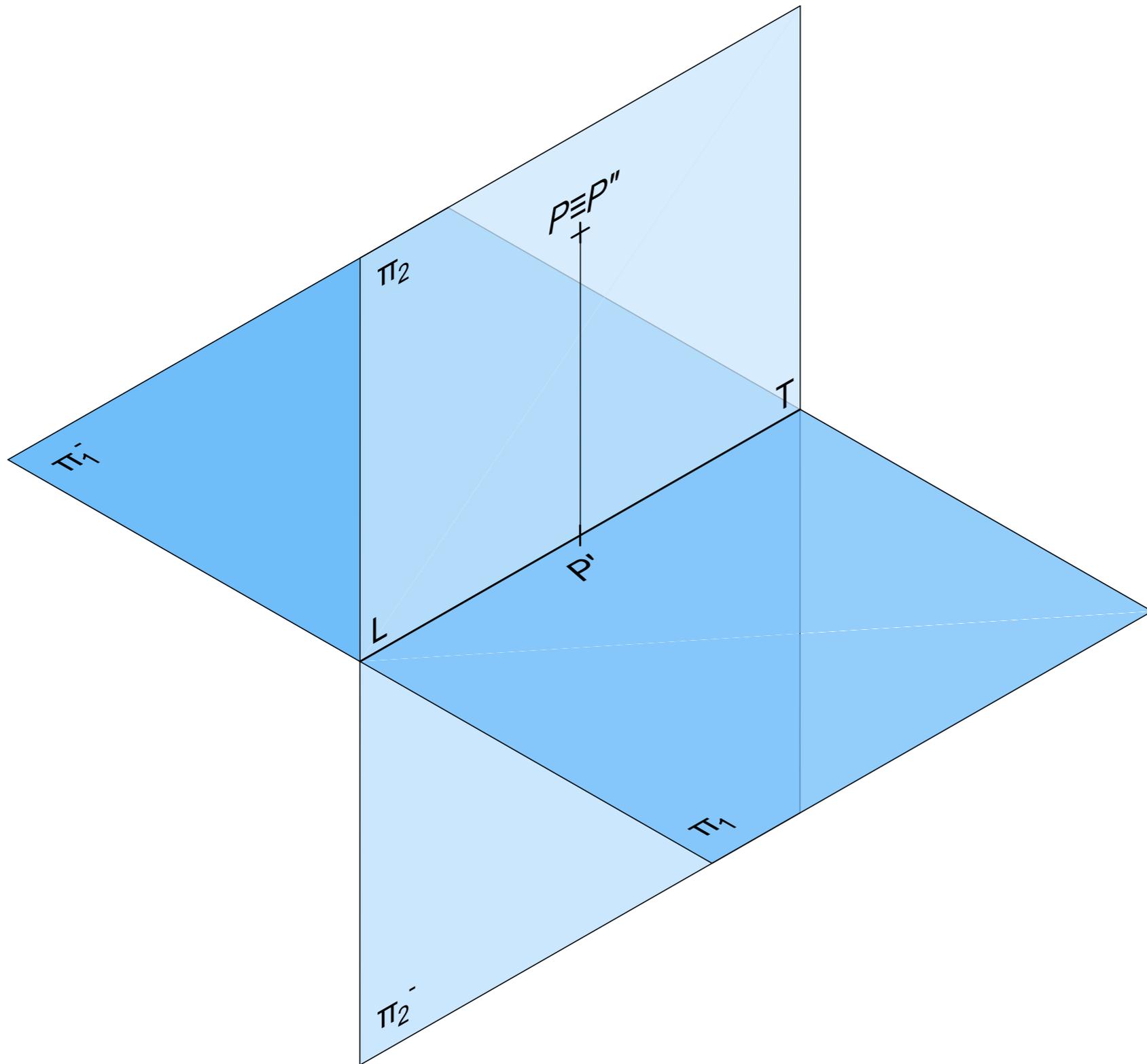
Il punto $P(15;0)$ è così rappresentato

π_2

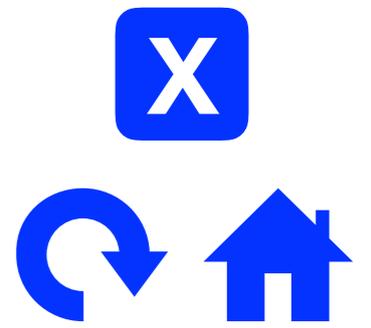


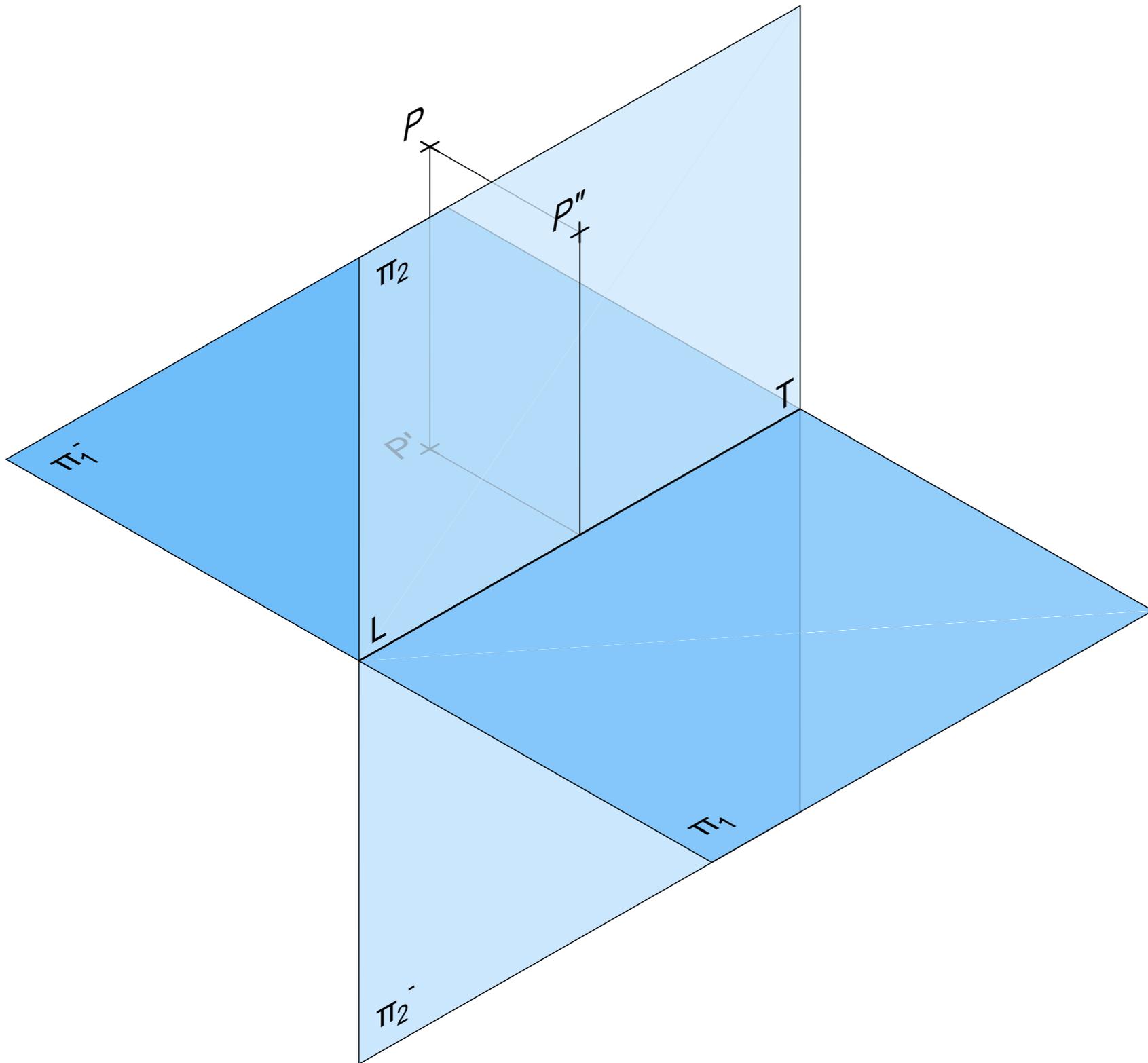
π_1



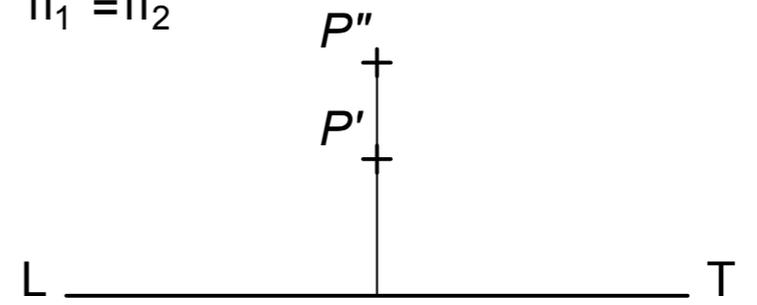


$\in \pi_1$	$\in \pi_2$			
Punto I diedro	Punto II diedro	Punto III diedro	Punto IV diedro	





$$\pi_1^- \equiv \pi_2^+$$

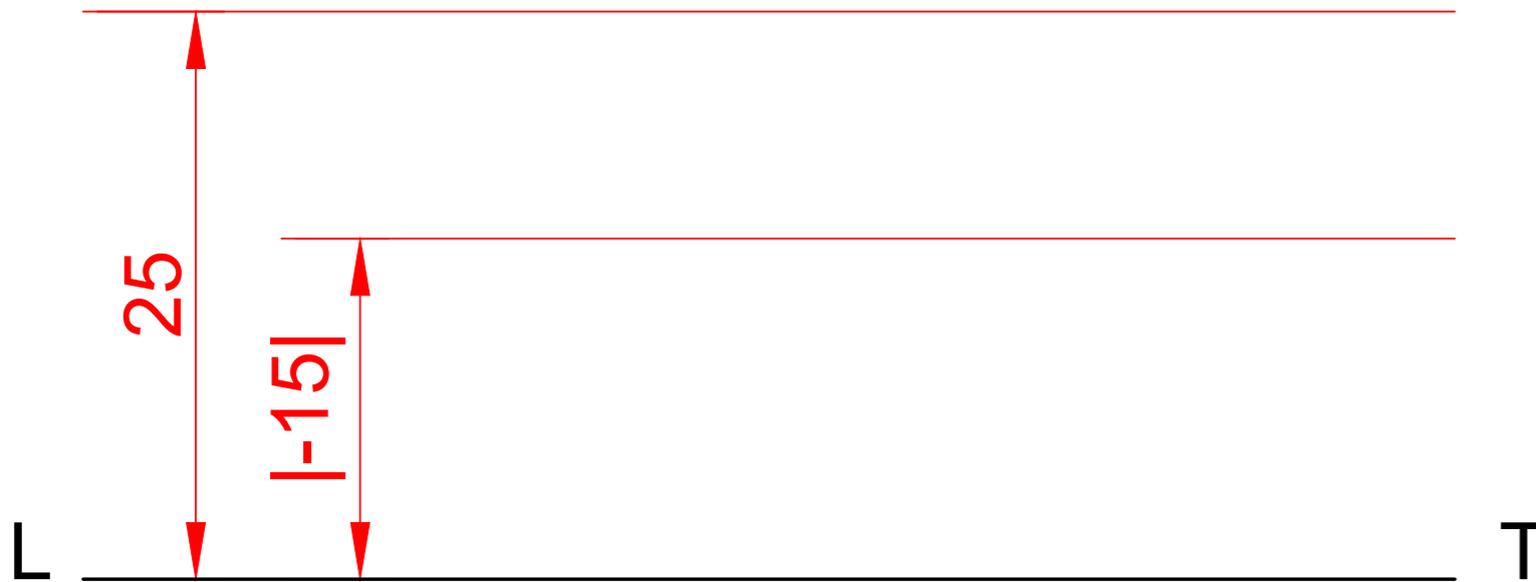


ESERCIZIO GUIDATO

	$\in \pi_1^-$	$\in \pi_2^+$		
Punto I diedro	Punto II diedro	Punto III diedro	Punto IV diedro	



$$\pi_1 \equiv \pi_2$$



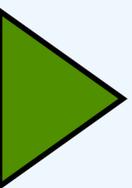
Rappresentare il punto $P(-15;25)$

Analisi:

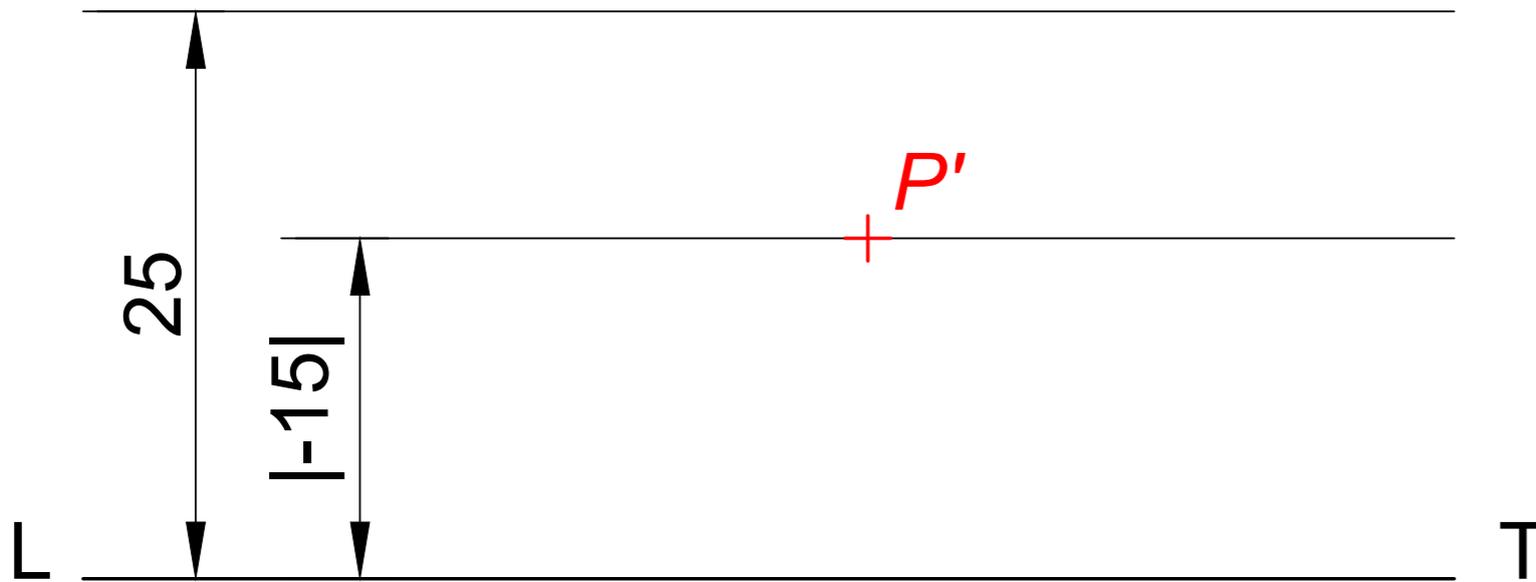
- i segni dell'aggetto e della quota sono -/+ allora P risulta nel II diedro indicato con $\pi_1 \equiv \pi_2$
- l'aggetto di P è di $|-15\text{mm}|$;
- la quota di P 25mm.

Rappresentazione:

- si tracciano, su π_1 , la linea di riferimento relativa all'aggetto di P posta 15mm da π_2 (da LT) e su π_2 la linea di riferimento relativa alla quota di P posta 25mm da π_1 (da LT);



$$\pi_1 \equiv \pi_2$$



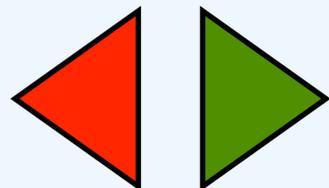
Rappresentare il punto $P(-15;25)$

Analisi:

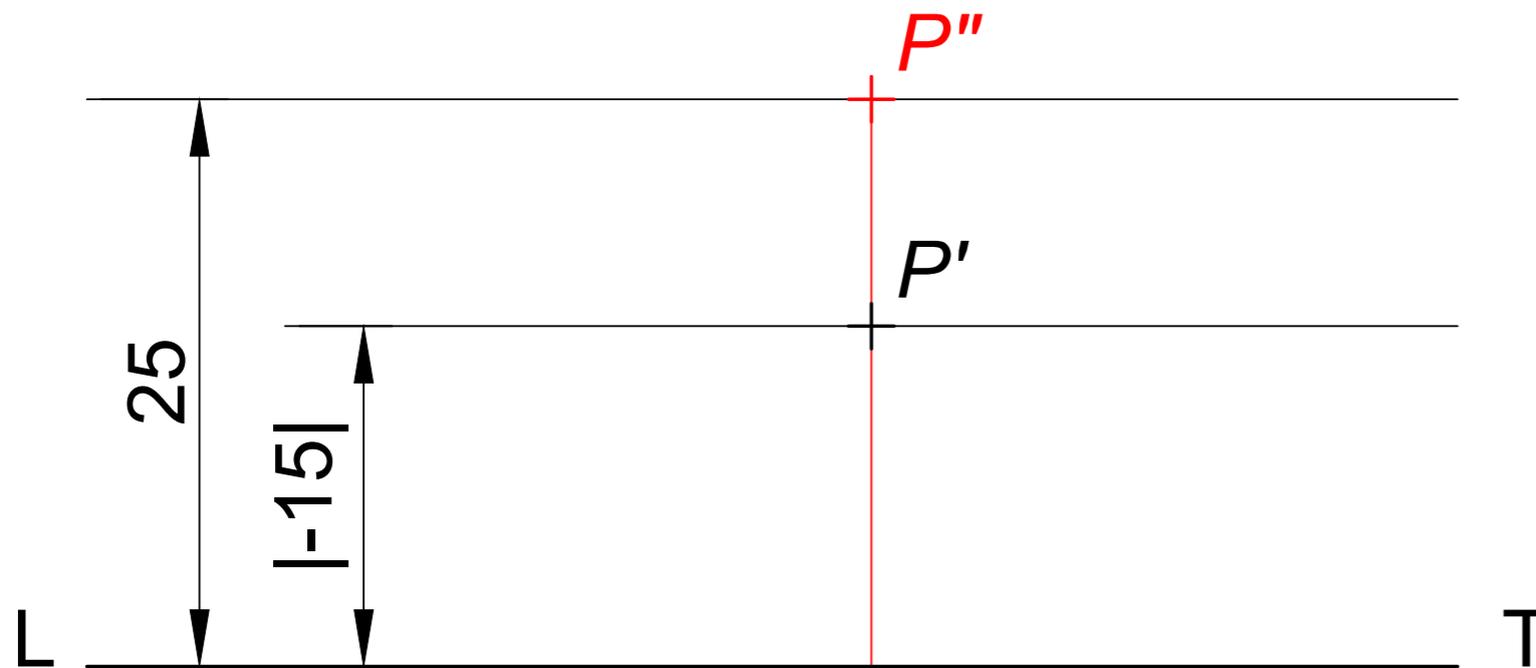
- i segni dell'aggetto e della quota sono -/+ allora P risulta nel II diedro indicato con $\pi_1 \equiv \pi_2$
- l'aggetto di P è di $|-15\text{mm}|$;
- la quota di P 25mm.

Rappresentazione:

- si tracciano, su π_1 , la linea di riferimento relativa all'aggetto di P posta 15mm da π_2 (da LT) e su π_2 la linea di riferimento relativa alla quota di P posta 25mm da π_1 (da LT);
- sulla linea di riferimento dell'aggetto si fissa a piacere l'immagine P' del punto P ;



$$\pi_1 \equiv \pi_2$$



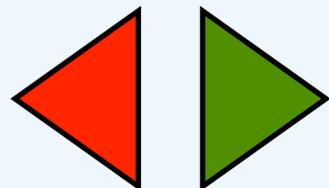
Rappresentare il punto $P(-15;25)$

Analisi:

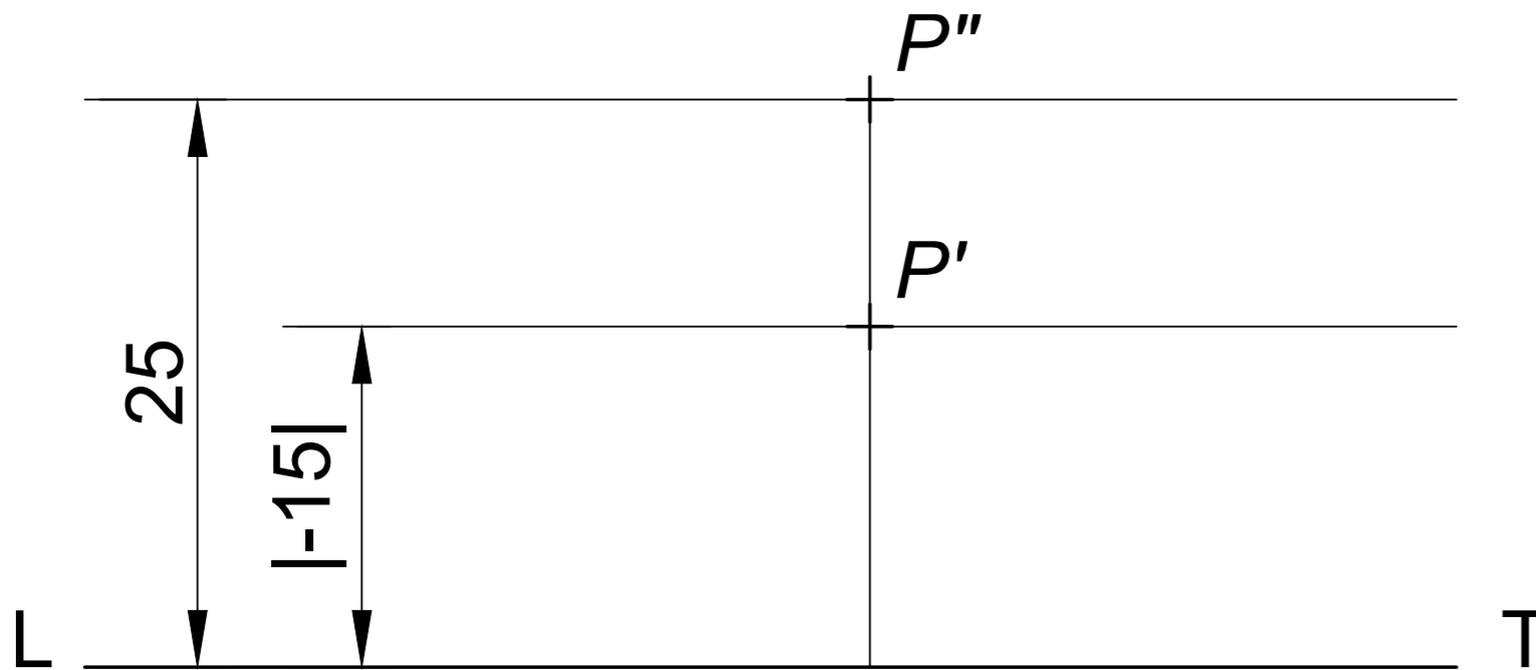
- i segni dell'aggetto e della quota sono -/+ allora P risulta nel II diedro indicato con $\pi_1 \equiv \pi_2$
- l'aggetto di P è di $|-15\text{mm}|$;
- la quota di P 25mm.

Rappresentazione:

- si tracciano, su π_1 , la linea di riferimento relativa all'aggetto di P posta 15mm da π_2 (da LT) e su π_2 la linea di riferimento relativa alla quota di P posta 25mm da π_1 (da LT);
- sulla linea di riferimento dell'aggetto si fissa a piacere l'immagine P' del punto P ;
- per P' si conduce la linea di richiamo che permette d'individuare, sul riferimento della quota di P , la sua immagine seconda P'' .



$$\pi_1 \equiv \pi_2$$



Rappresentare il punto $P(-15;25)$

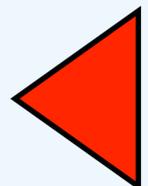
Analisi:

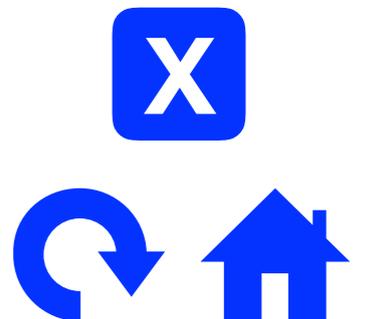
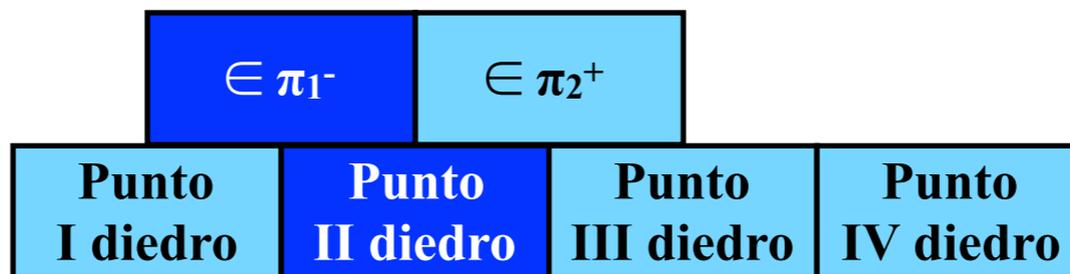
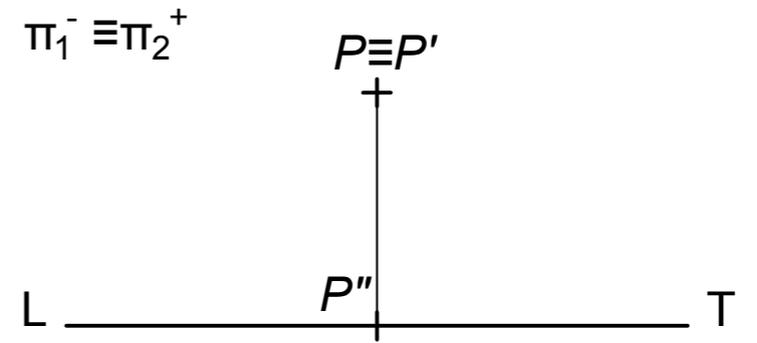
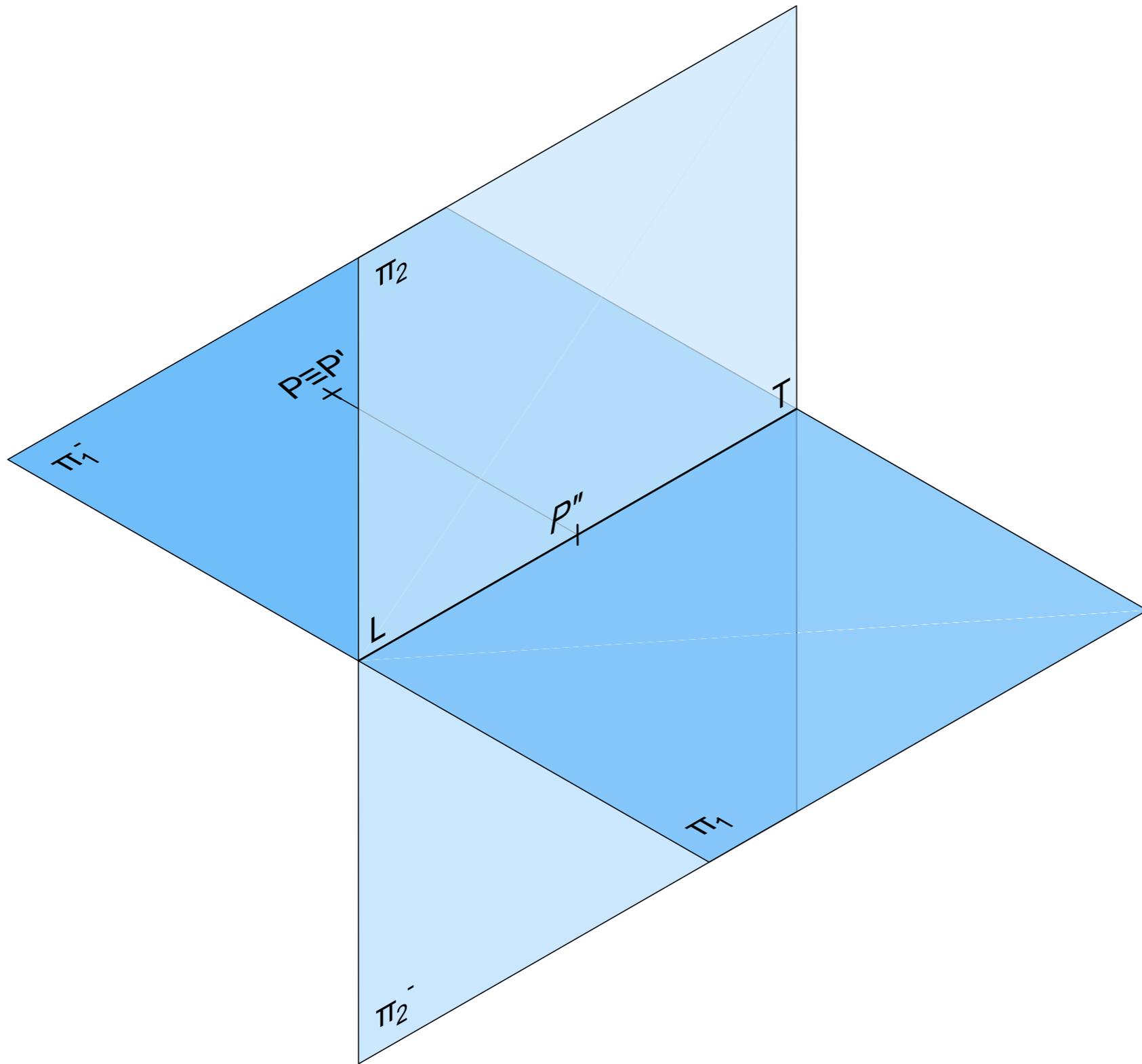
- i segni dell'aggetto e della quota sono -/+ allora P risulta nel II diedro indicato con $\pi_1 \equiv \pi_2$
- l'aggetto di P è di $|-15\text{mm}|$;
- la quota di P 25mm.

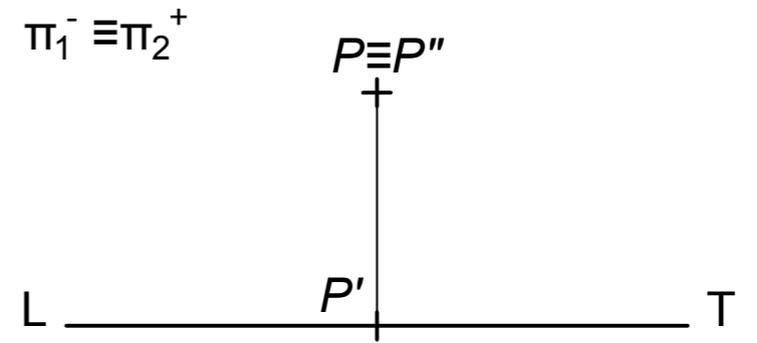
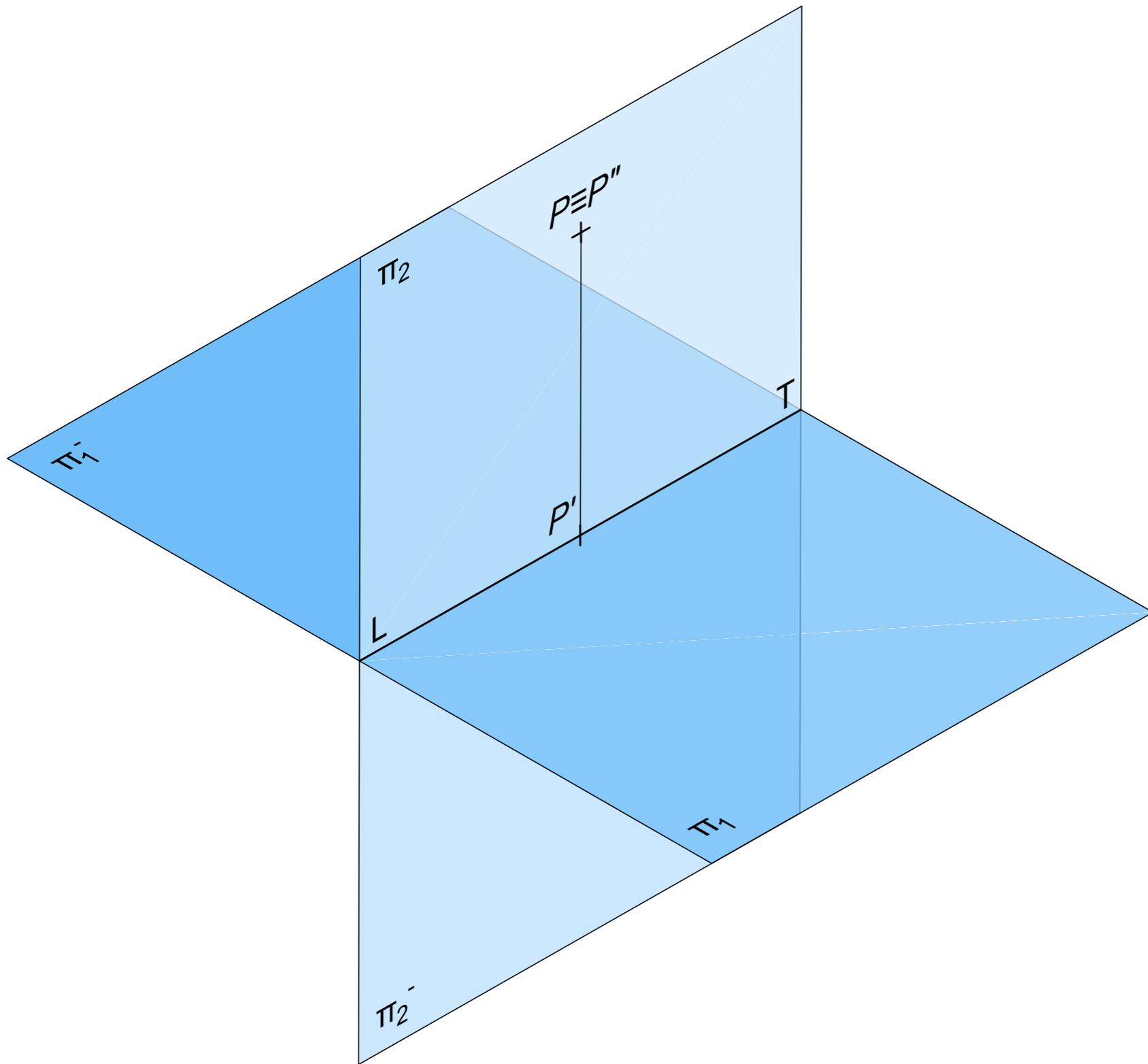
Rappresentazione:

- si tracciano, su π_1 , la linea di riferimento relativa all'aggetto di P posta 15mm da π_2 (da LT) e su π_2 la linea di riferimento relativa alla quota di P posta 25mm da π_1 (da LT);
- sulla linea di riferimento dell'aggetto si fissa a piacere l'immagine P' del punto P ;
- per P' si conduce la linea di richiamo che permette d'individuare, sul riferimento della quota di P , la sua immagine seconda P'' .

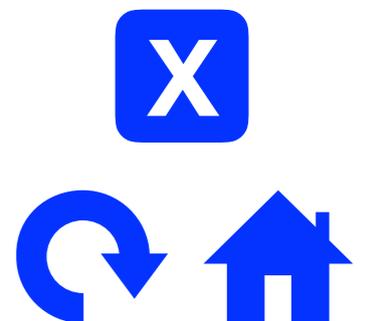
Il punto $P(-15;25)$ è così rappresentato

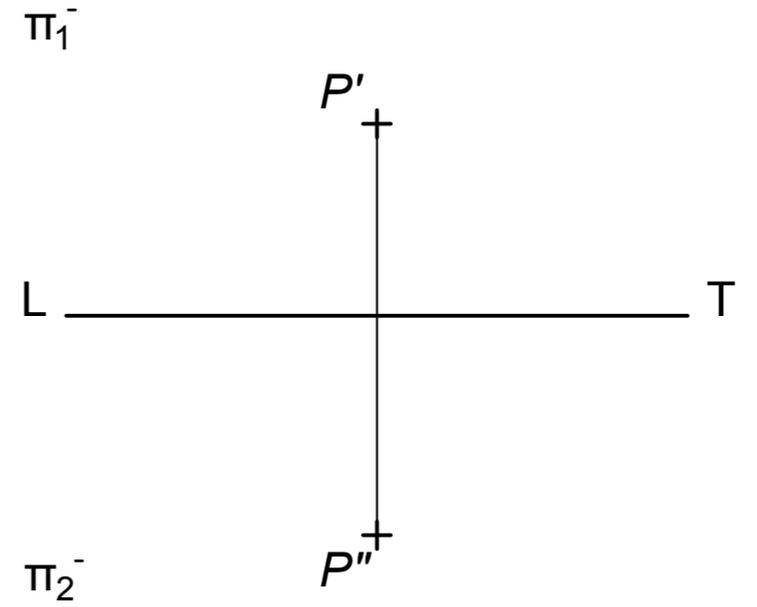
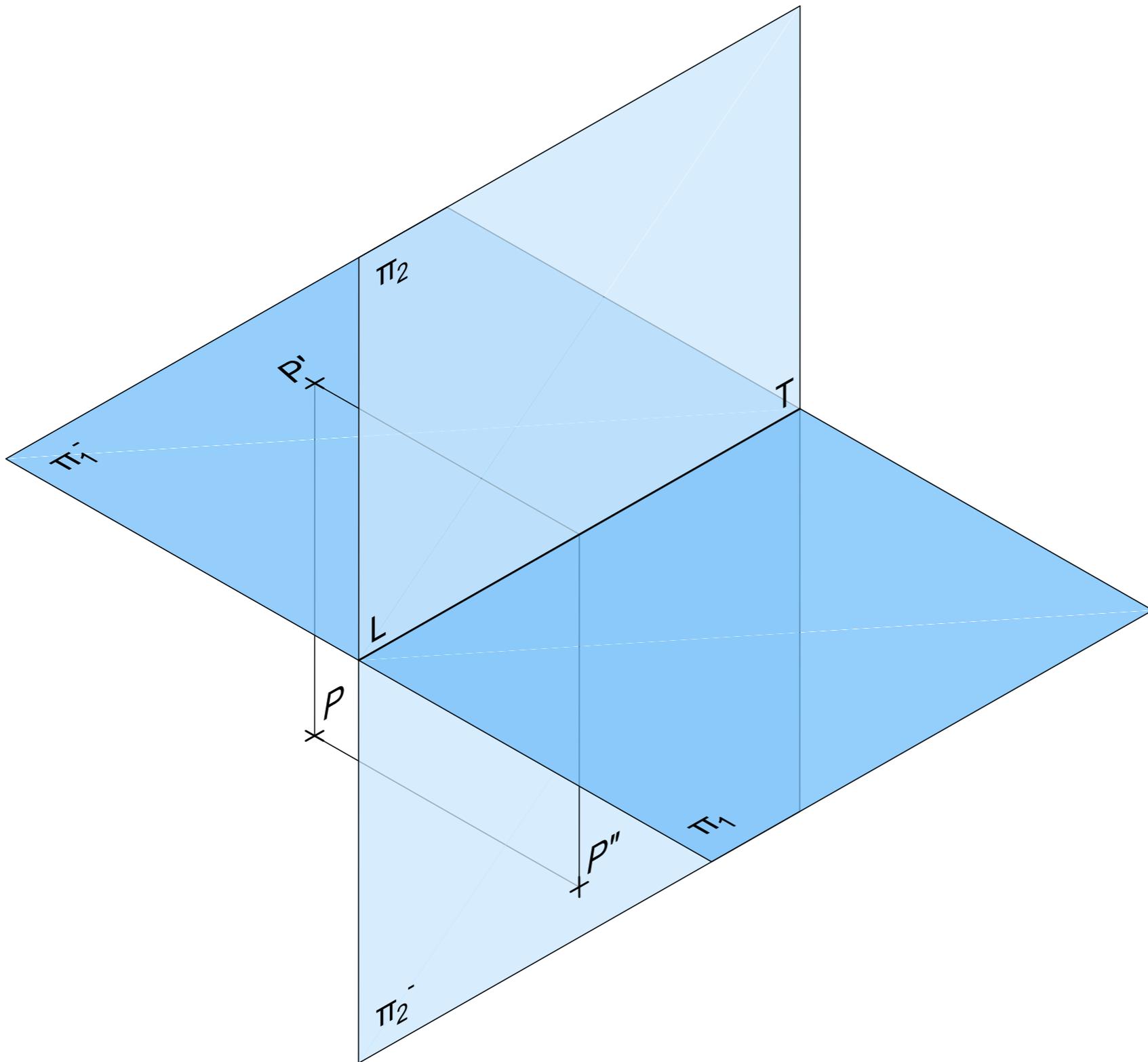






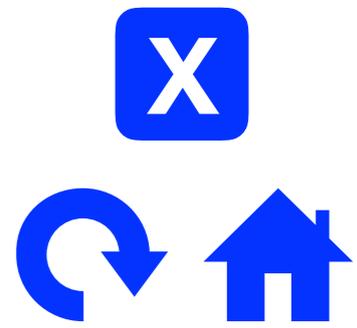
	$\in \pi_1^-$	$\in \pi_2^+$	
Punto I diedro	Punto II diedro	Punto III diedro	Punto IV diedro





ESERCIZIO GUIDATO

	$\in \pi_1^-$	$\in \pi_2^+$	
Punto I diedro	Punto II diedro	Punto III diedro	Punto IV diedro



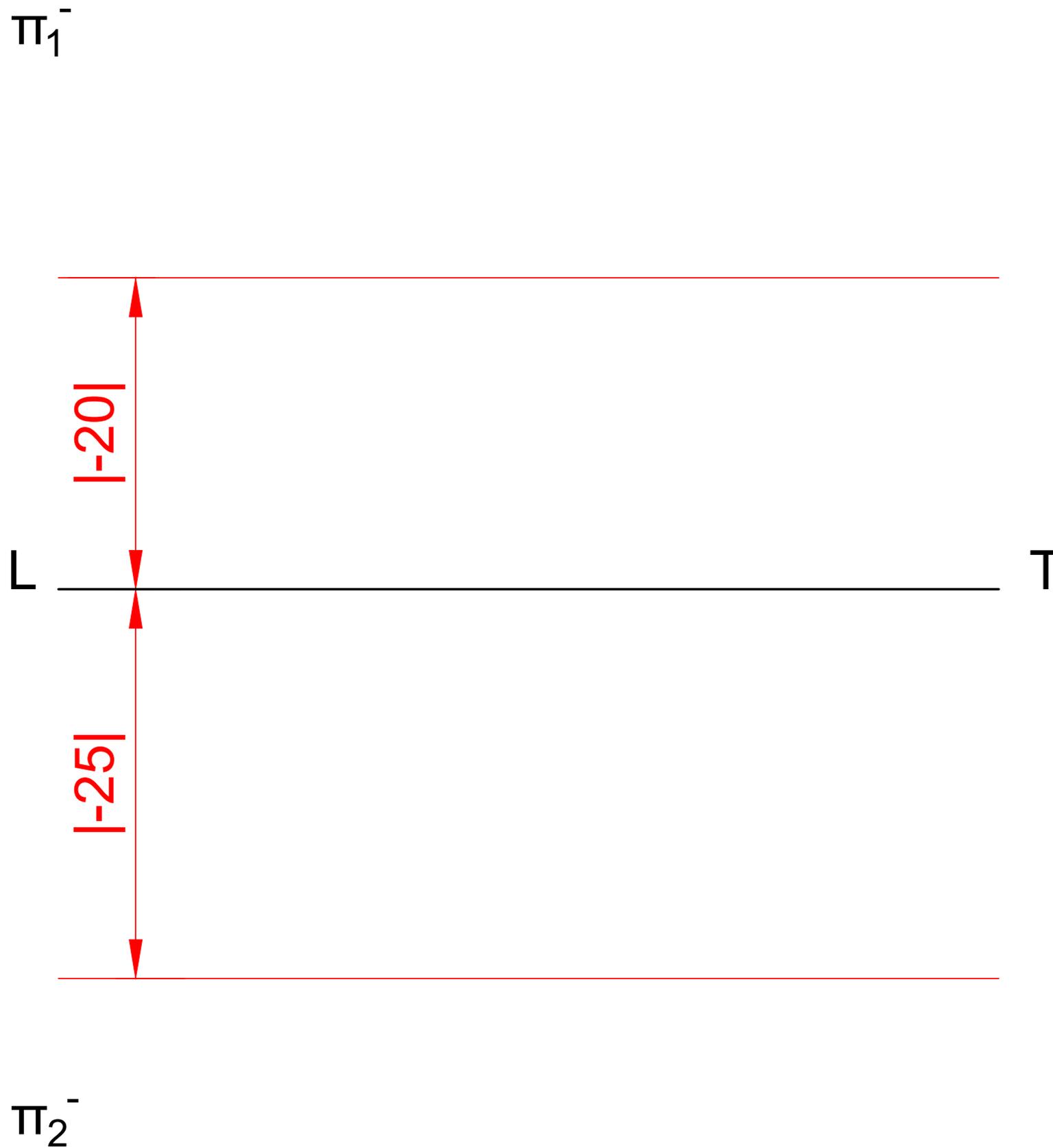
Rappresentare il punto $P(-20;-25)$

Analisi:

- i segni dell'oggetto e della quota sono -/- allora P risulta nel III diedro indicato con π_1^- sopra la LT e π_2^- sotto la LT;
- l'oggetto di P è di $|-20\text{mm}|$;
- la quota di P $|-25\text{mm}|$.

Rappresentazione:

- si traccia, su π_1^- , la linea di riferimento relativa all'oggetto di P posta 20mm da π_2^- (da LT) e su π_2^- la linea di riferimento relativa alla quota di P posta 25mm da π_1^- (da LT);



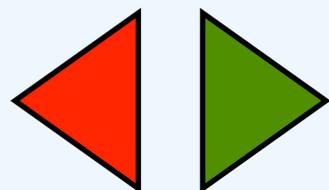
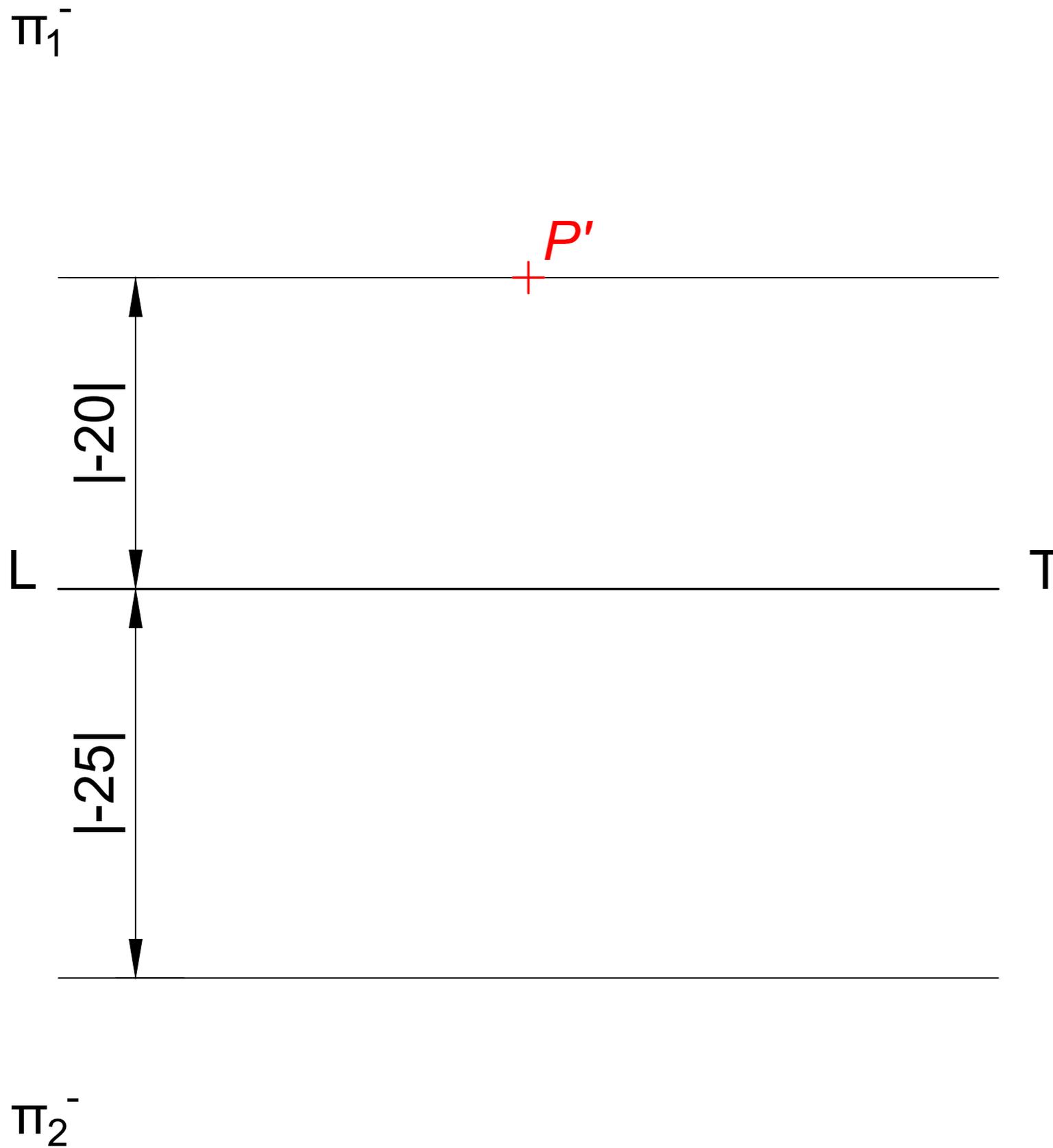
Rappresentare il punto $P(-20;-25)$

Analisi:

- i segni dell'oggetto e della quota sono -/- allora P risulta nel III diedro indicato con π_1^- sopra la LT e π_2^- sotto la LT;
- l'oggetto di P è di $|-20\text{mm}|$;
- la quota di P $|-25\text{mm}|$.

Rappresentazione:

- si traccia, su π_1^- , la linea di riferimento relativa all'oggetto di P posta 20mm da π_2^- (da LT) e su π_2^- la linea di riferimento relativa alla quota di P posta 25mm da π_1^- (da LT);
- sulla linea di riferimento dell'oggetto si fissa a piacere l'immagine P' del punto P ;



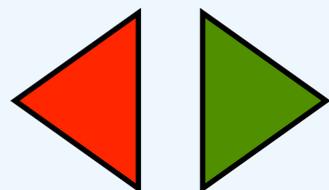
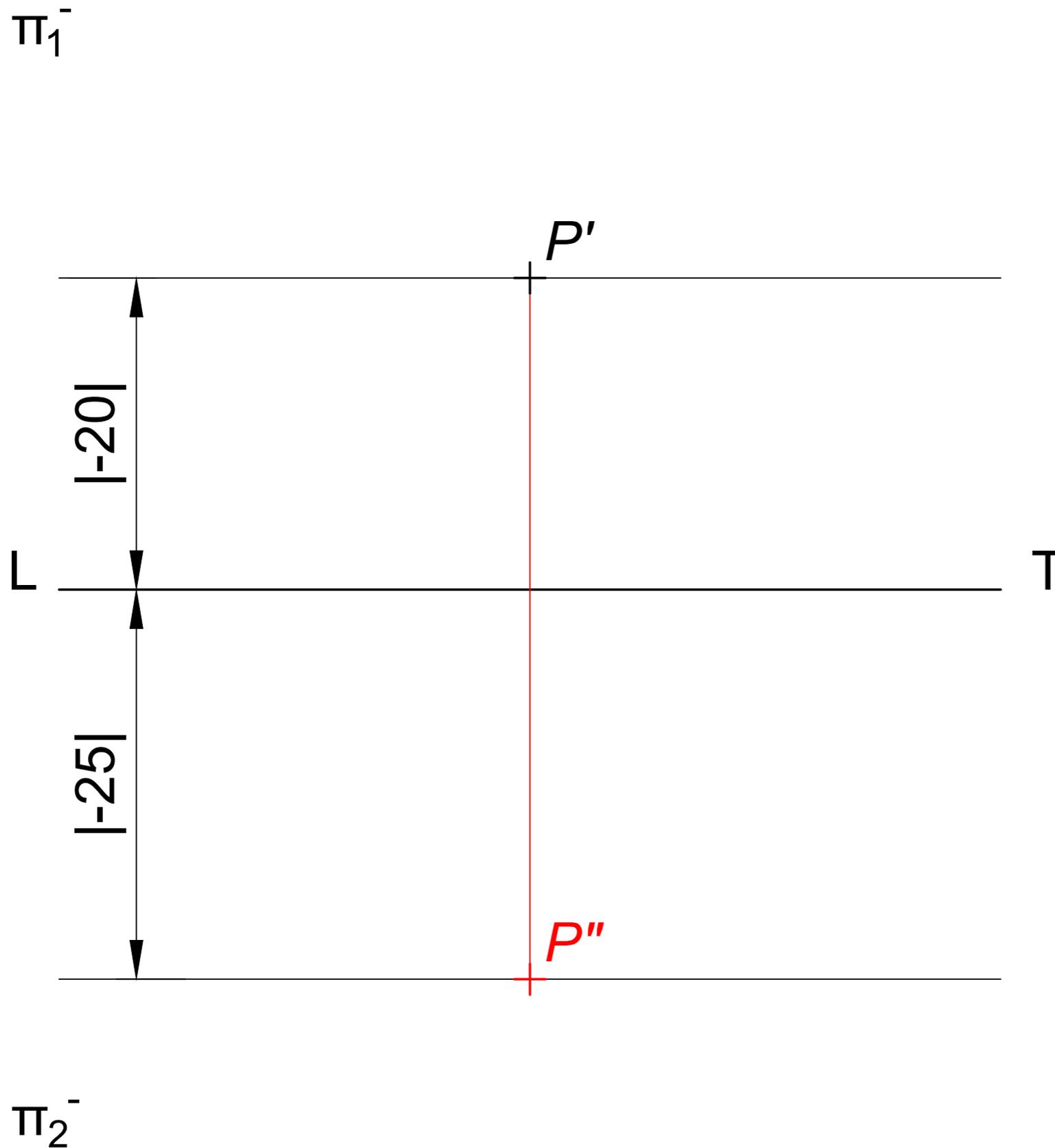
Rappresentare il punto $P(-20;-25)$

Analisi:

- i segni dell'oggetto e della quota sono -/- allora P risulta nel III diedro indicato con π_1^- sopra la LT e π_2^- sotto la LT;
- l'oggetto di P è di $|-20\text{mm}|$;
- la quota di P $|-25\text{mm}|$.

Rappresentazione:

- si traccia, su π_1^- , la linea di riferimento relativa all'oggetto di P posta 20mm da π_2^- (da LT) e su π_2^- la linea di riferimento relativa alla quota di P posta 25mm da π_1^- (da LT);
- sulla linea di riferimento dell'oggetto si fissa a piacere l'immagine P' del punto P ;
- per P' si conduce la linea di richiamo che permette di proiettare, sul riferimento della quota di P , la sua immagine seconda P'' .



Rappresentare il punto $P(-20;-25)$

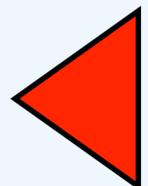
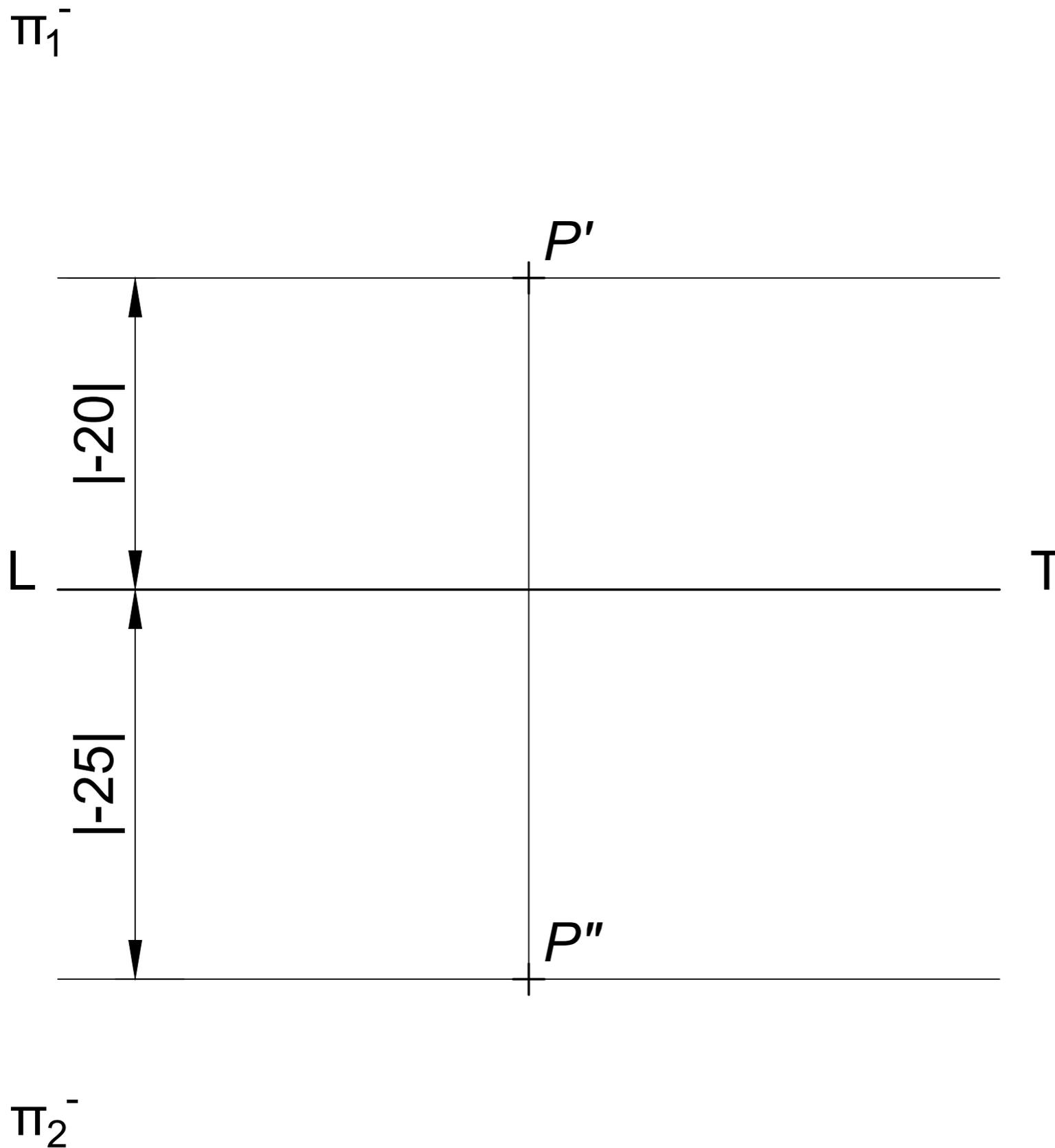
Analisi:

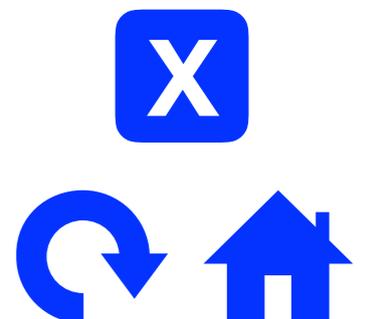
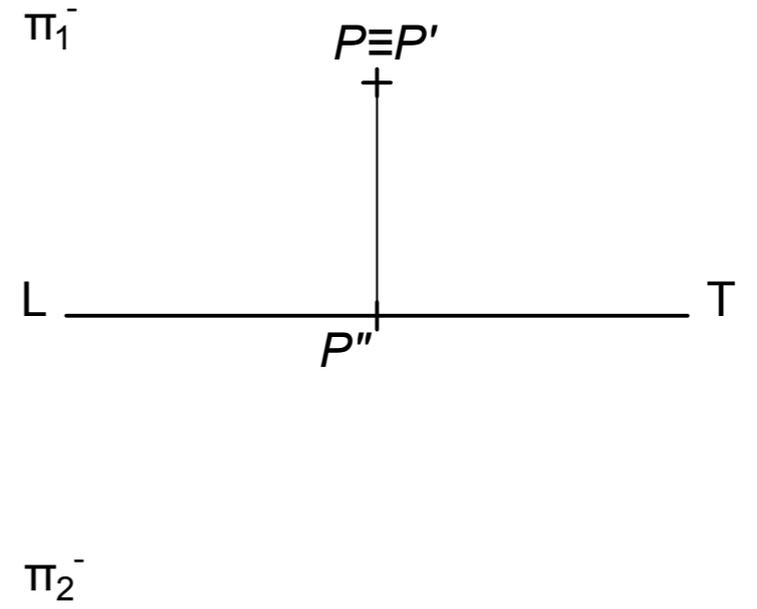
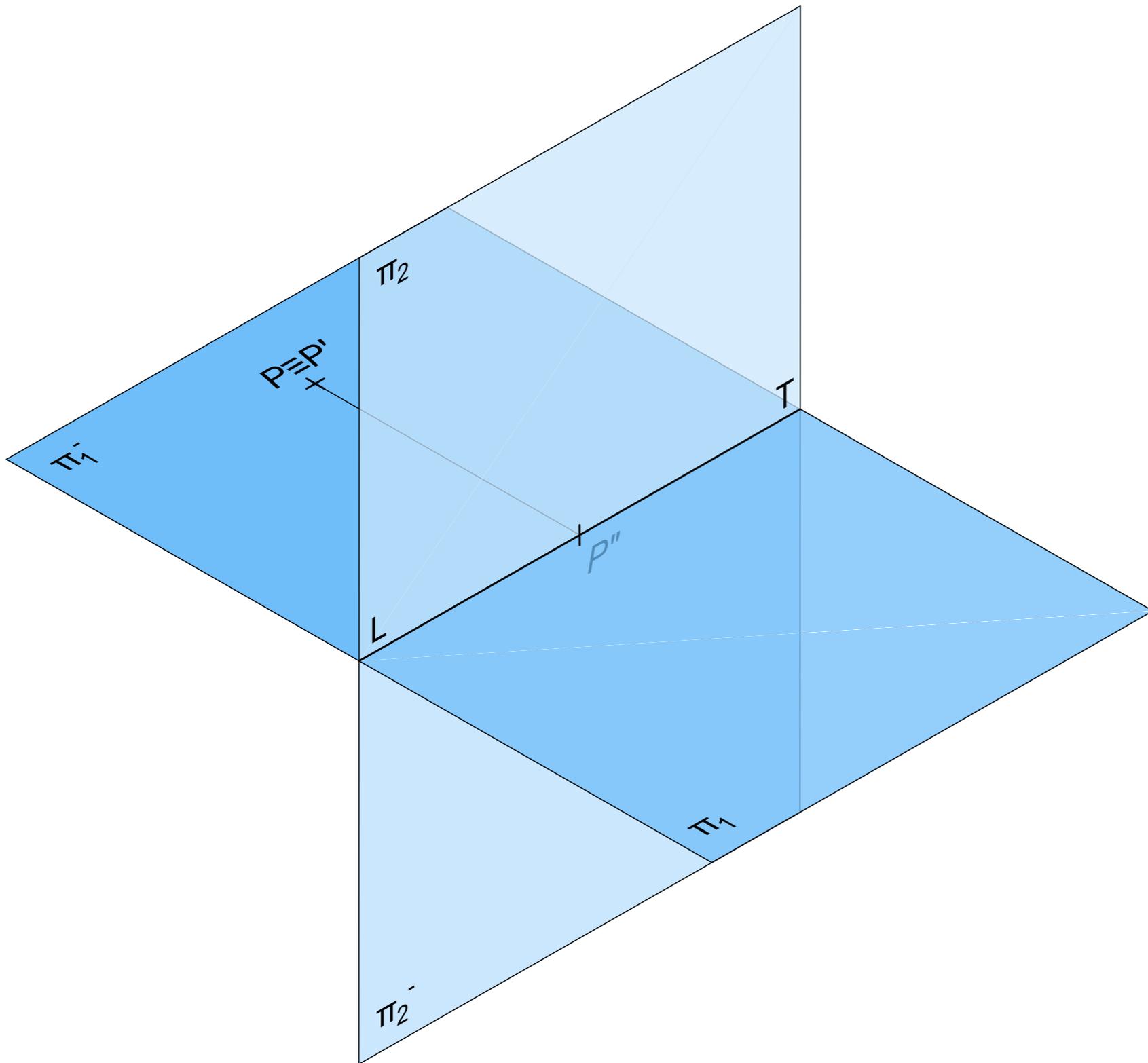
- i segni dell'oggetto e della quota sono -/- allora P risulta nel III diedro indicato con π_1^- sopra la LT e π_2^- sotto la LT;
- l'oggetto di P è di $|-20\text{mm}|$;
- la quota di P $|-25\text{mm}|$.

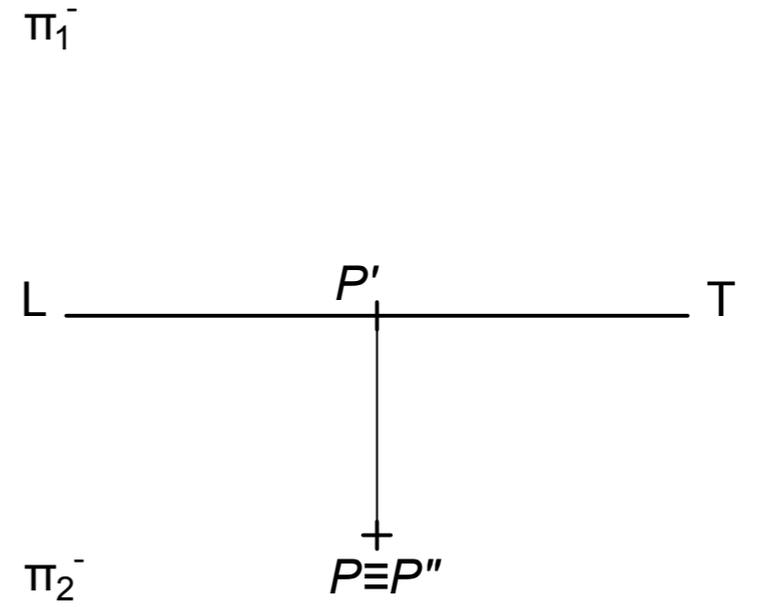
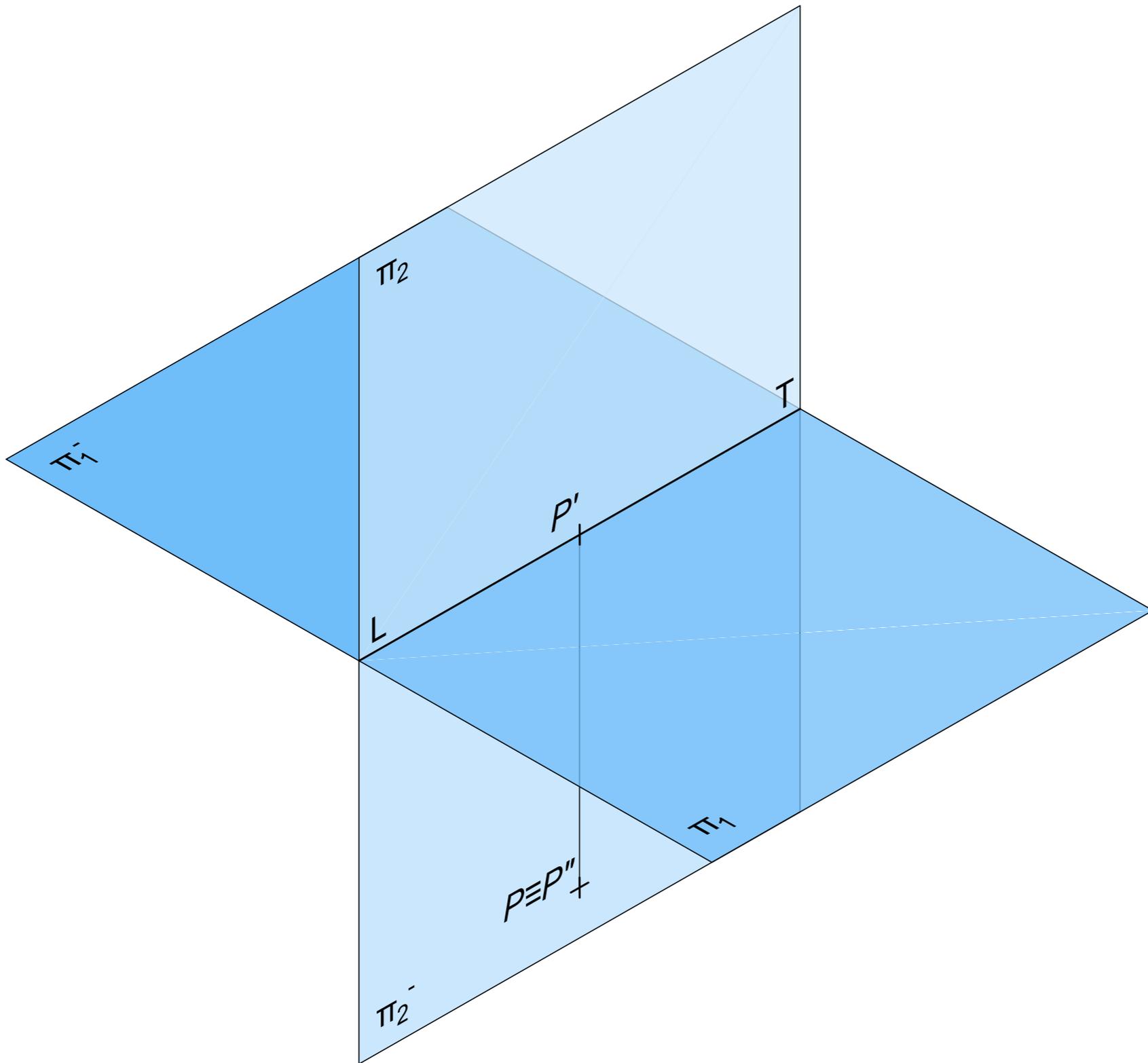
Rappresentazione:

- si traccia, su π_1^- , la linea di riferimento relativa all'oggetto di P posta 20mm da π_2^- (da LT) e su π_2^- la linea di riferimento relativa alla quota di P posta 25mm da π_1^- (da LT);
- sulla linea di riferimento dell'oggetto si fissa a piacere l'immagine P' del punto P ;
- per P' si conduce la linea di richiamo che permette di proiettare, sul riferimento della quota di P , la sua immagine seconda P'' .

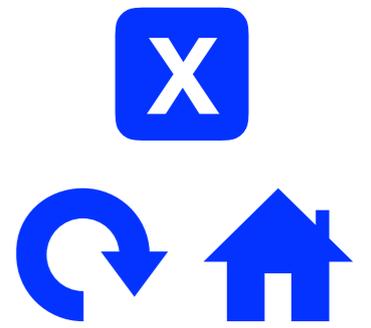
Il punto $P(-20;-25)$ è così rappresentato

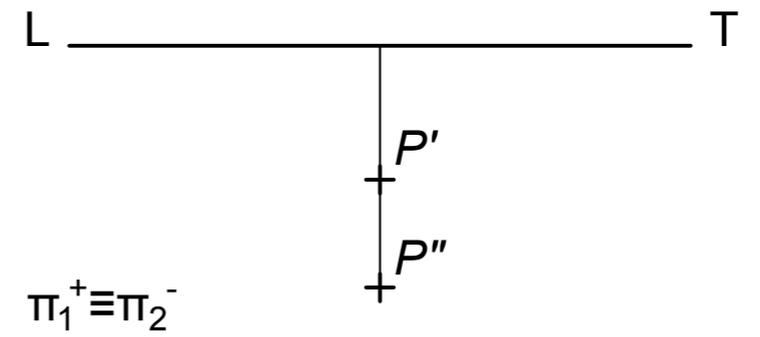
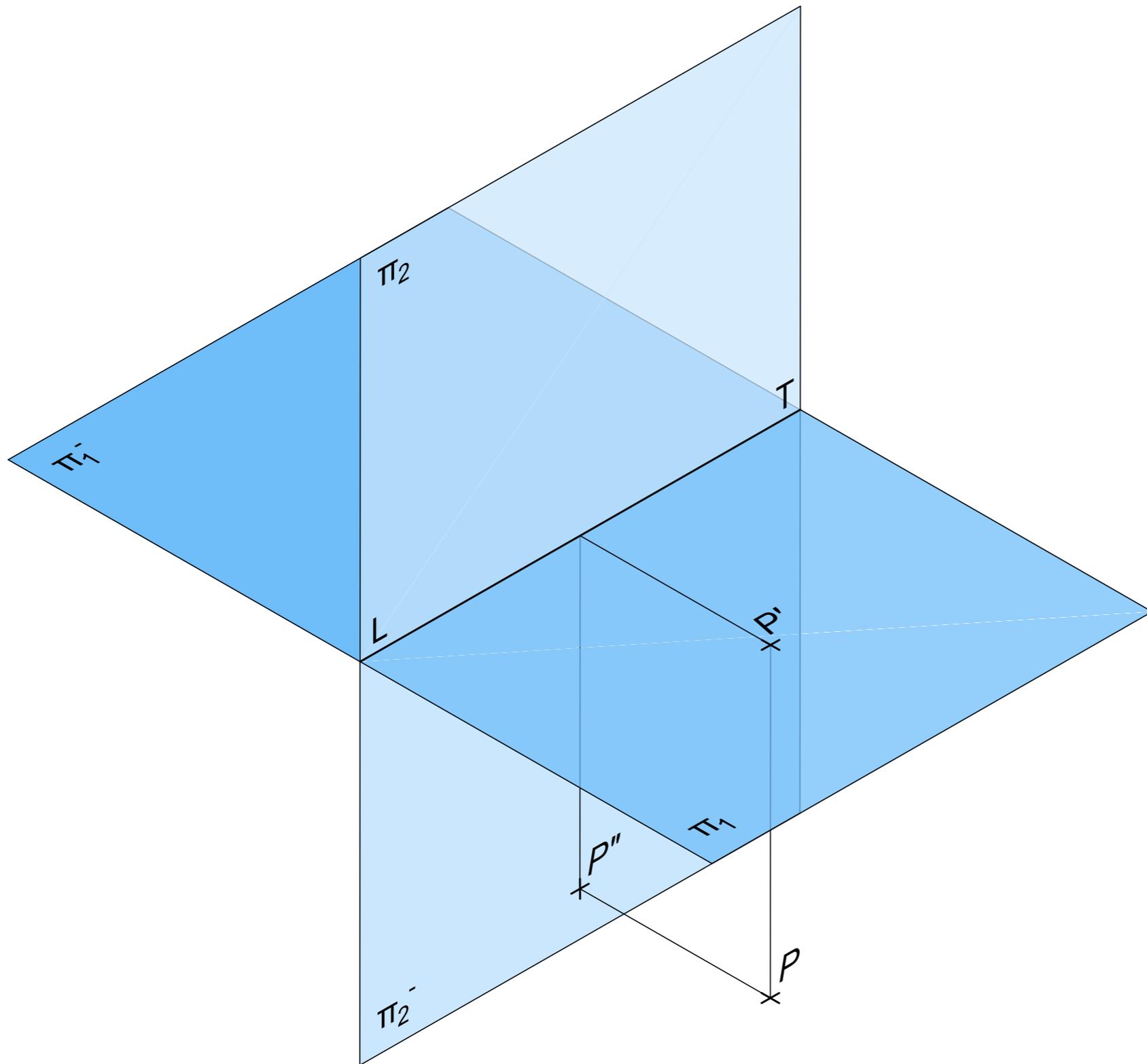






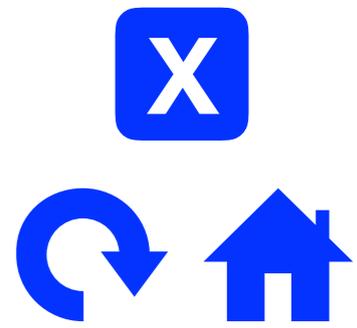
		$\in \pi_1^-$	$\in \pi_2^-$
Punto I diedro	Punto II diedro	Punto III diedro	Punto IV diedro





ESERCIZIO GUIDATO

			$\in \pi_1^+$	$\in \pi_2^-$
Punto I diedro	Punto II diedro	Punto III diedro	Punto IV diedro	



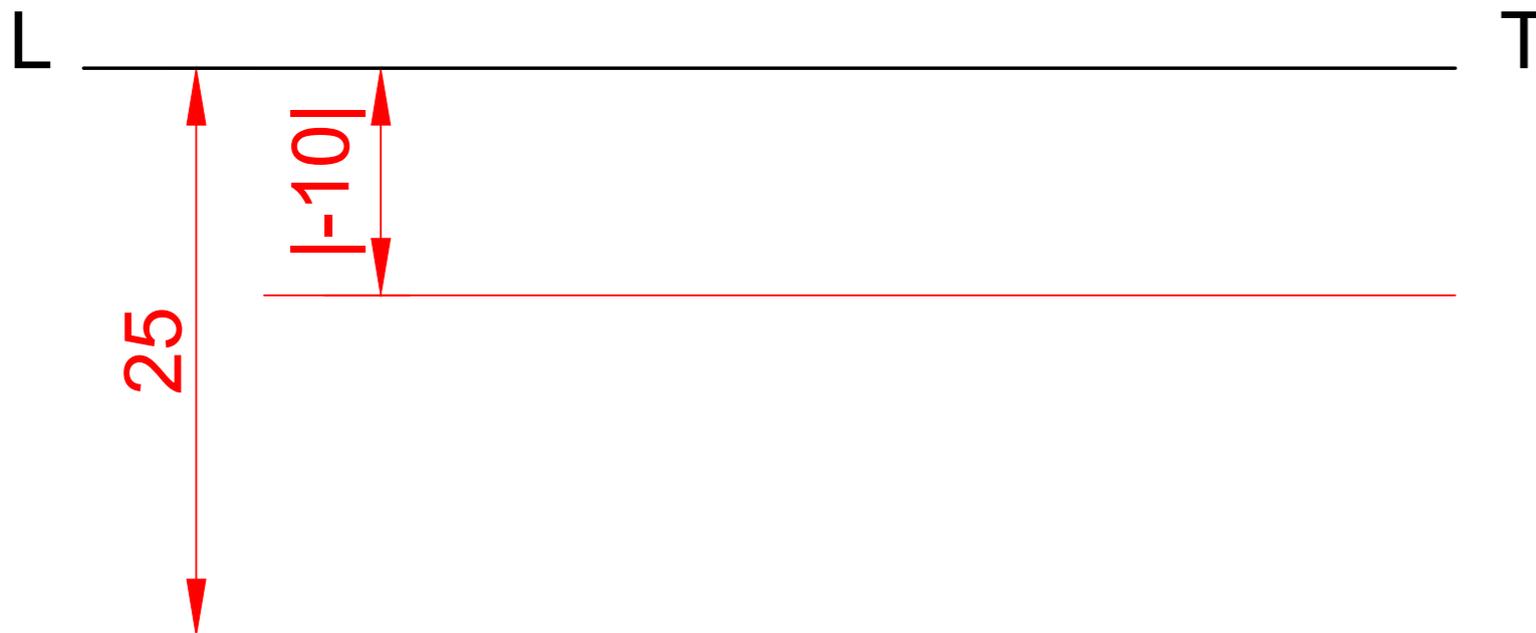
Rappresentare il punto $P(25;-10)$

Analisi:

- i segni dell'aggetto e della quota sono +/- allora P risulta nel IV diedro indicato con $\pi_1^+ \equiv \pi_2^-$ sotto la LT;
- l'aggetto di P è di 25mm;
- la quota di P $|-10\text{mm}|$.

Rappresentazione:

- si traccia, su π_1^+ , la linea di riferimento relativa all'aggetto di P posta 25mm da π_2^- (da LT) e su π_2^- la linea di riferimento relativa alla quota di P posta $|-10\text{mm}|$ da π_1^+ (da LT);



$\pi_1^+ \equiv \pi_2^-$



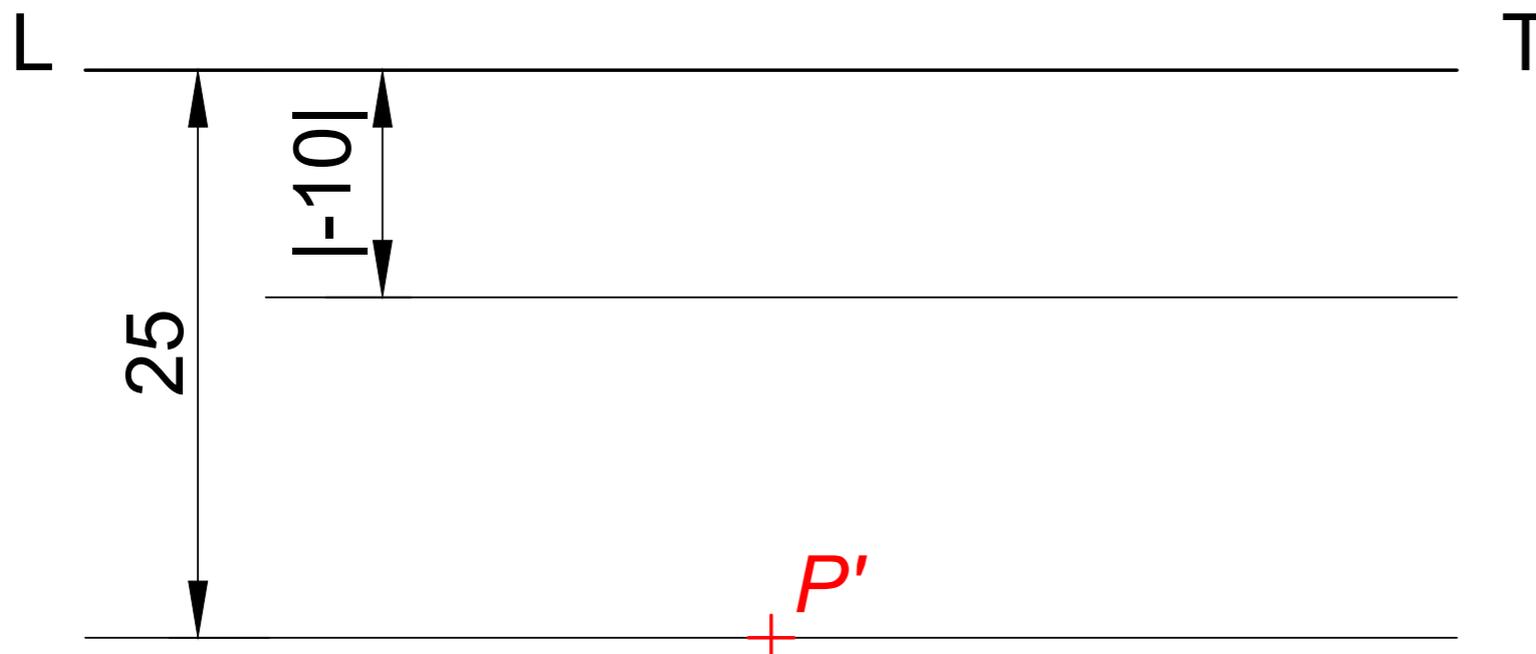
Rappresentare il punto $P(25;-10)$

Analisi:

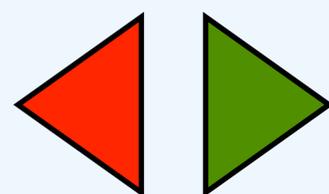
- i segni dell'aggetto e della quota sono +/- allora P risulta nel IV diedro indicato con $\pi_1^+ \equiv \pi_2^-$ sotto la LT;
- l'aggetto di P è di 25mm;
- la quota di P $|-10\text{mm}|$.

Rappresentazione:

- si traccia, su π_1^+ , la linea di riferimento relativa all'aggetto di P posta 25mm da π_2^- (da LT) e su π_2^- la linea di riferimento relativa alla quota di P posta $|-10\text{mm}|$ da π_1^+ (da LT);
- sulla linea di riferimento dell'aggetto si fissa a piacere l'immagine P' del punto P ;



$\pi_1^+ \equiv \pi_2^-$



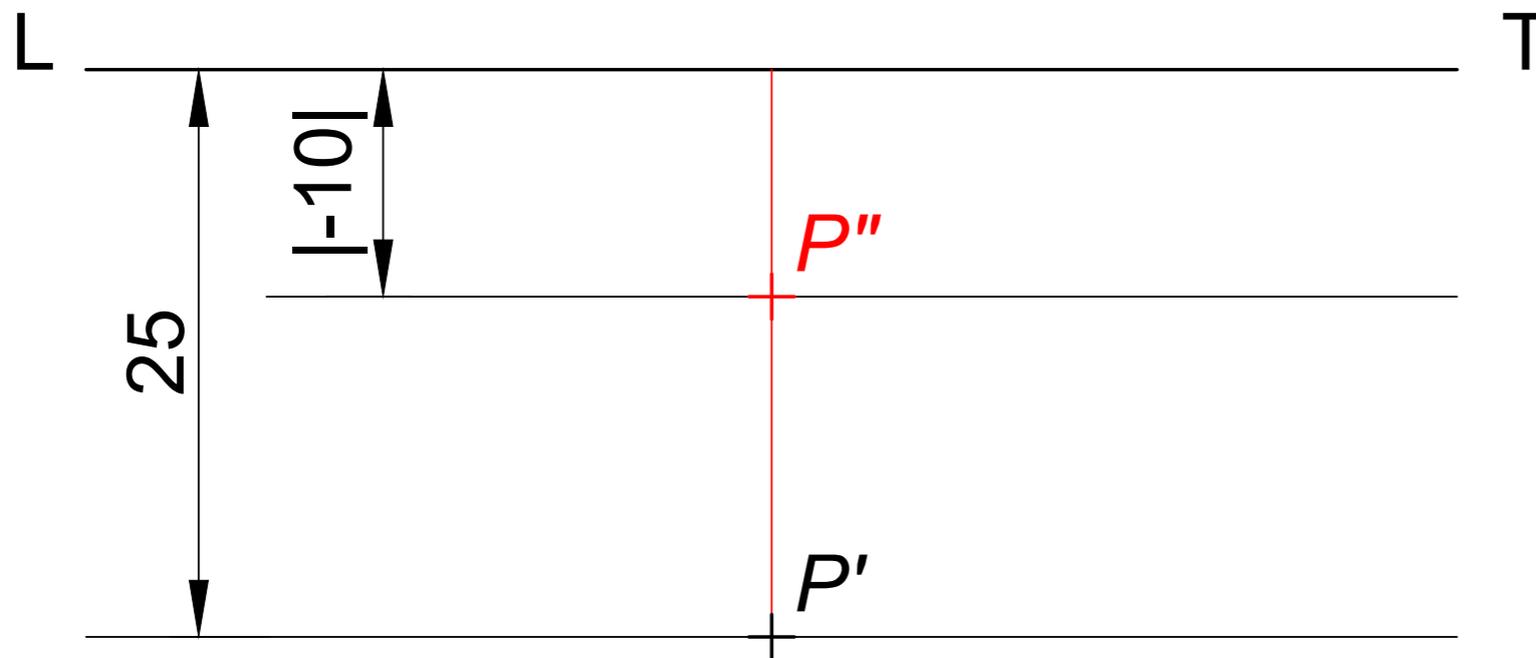
Rappresentare il punto $P(25;-10)$

Analisi:

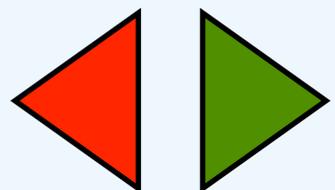
- i segni dell'aggetto e della quota sono +/- allora P risulta nel IV diedro indicato con $\pi_1^+ \equiv \pi_2^-$ sotto la LT;
- l'aggetto di P è di 25mm;
- la quota di P $|-10\text{mm}|$.

Rappresentazione:

- si traccia, su π_1^+ , la linea di riferimento relativa all'aggetto di P posta 25mm da π_2^- (da LT) e su π_2^- la linea di riferimento relativa alla quota di P posta $|-10\text{mm}|$ da π_1^+ (da LT);
- sulla linea di riferimento dell'aggetto si fissa a piacere l'immagine P' del punto P ;
- per P' si conduce la linea di richiamo che permette di proiettare, sul riferimento della quota di P , la sua immagine seconda P'' .



$\pi_1^+ \equiv \pi_2^-$



Rappresentare il punto $P(25;-10)$

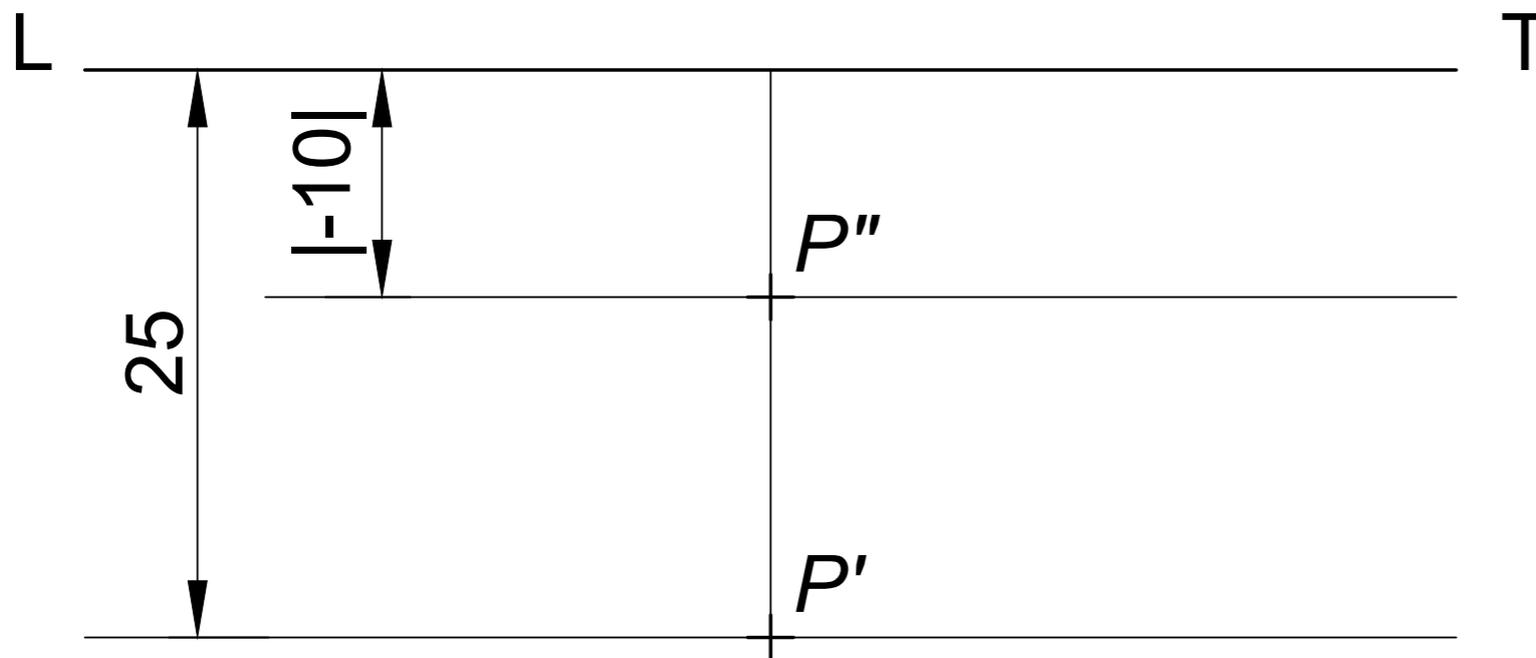
Analisi:

- i segni dell'aggetto e della quota sono +/- allora P risulta nel IV diedro indicato con $\pi_1^+ \equiv \pi_2^-$ sotto la LT;
- l'aggetto di P è di 25mm;
- la quota di P $|-10\text{mm}|$.

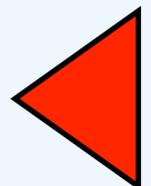
Rappresentazione:

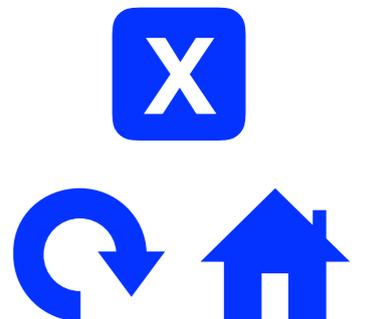
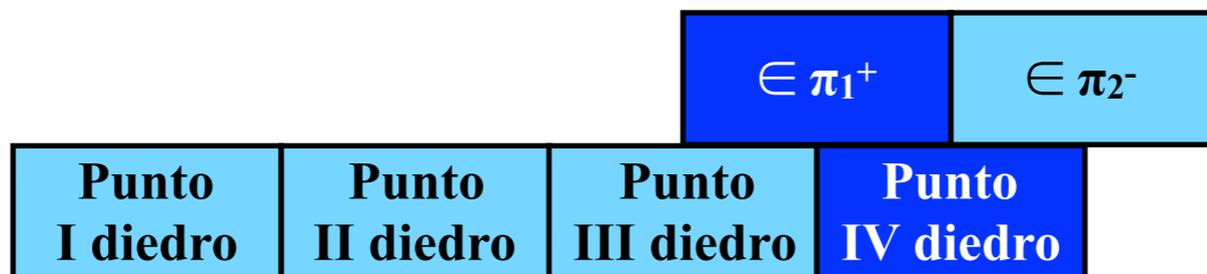
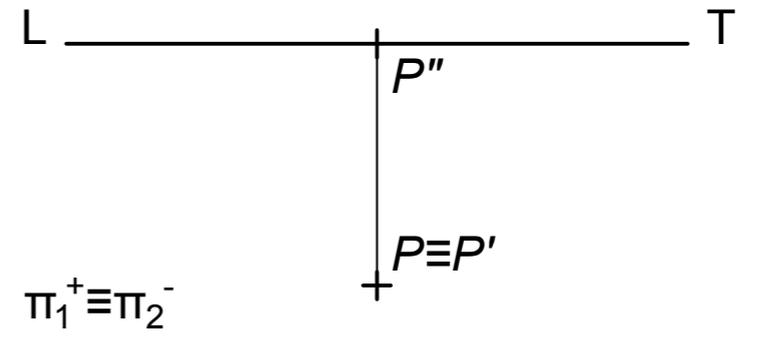
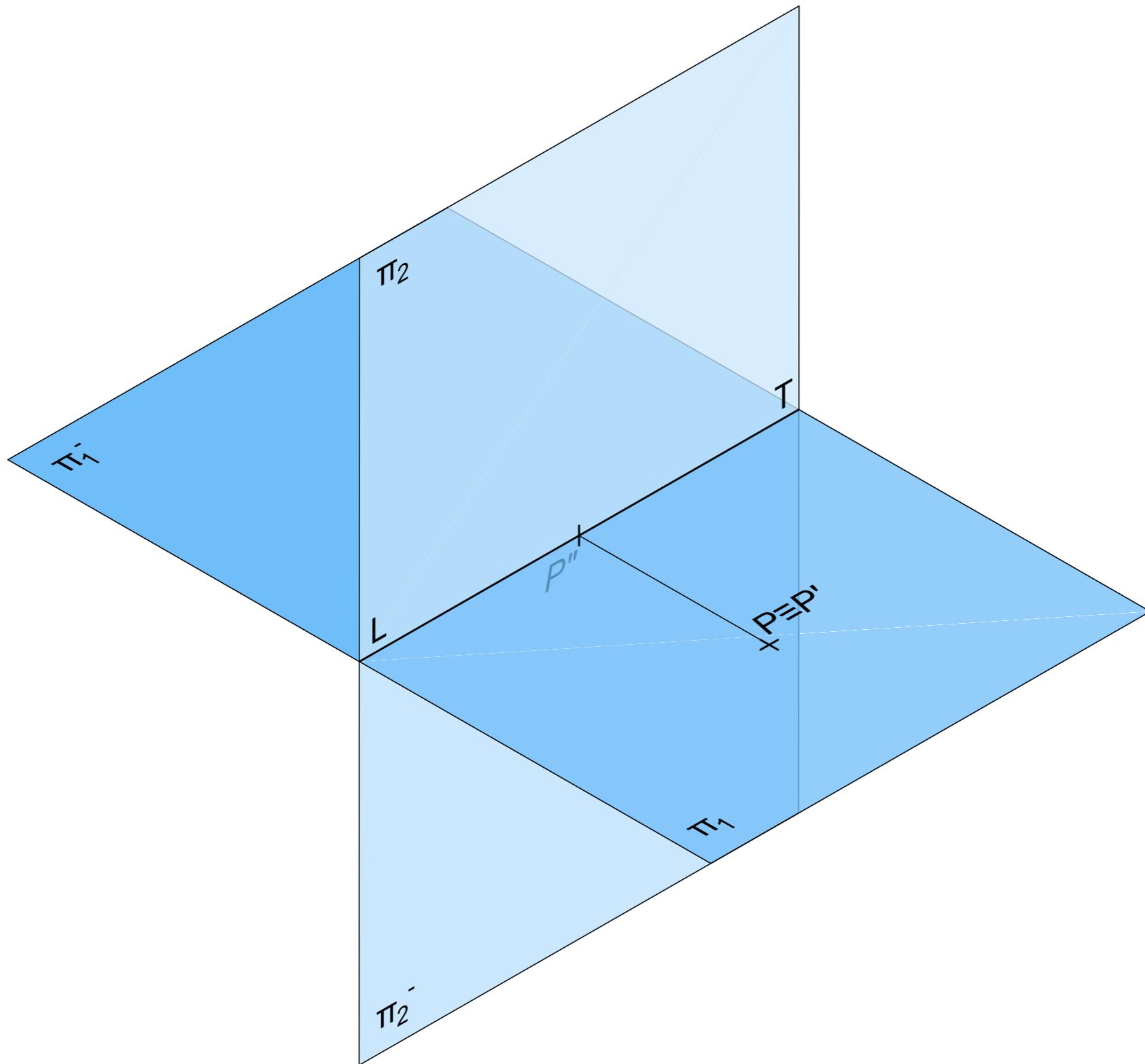
- si traccia, su π_1^+ , la linea di riferimento relativa all'aggetto di P posta 25mm da π_2^- (da LT) e su π_2^- la linea di riferimento relativa alla quota di P posta $|-10\text{mm}|$ da π_1^+ (da LT);
- sulla linea di riferimento dell'aggetto si fissa a piacere l'immagine P' del punto P ;
- per P' si conduce la linea di richiamo che permette di proiettare, sul riferimento della quota di P , la sua immagine seconda P'' .

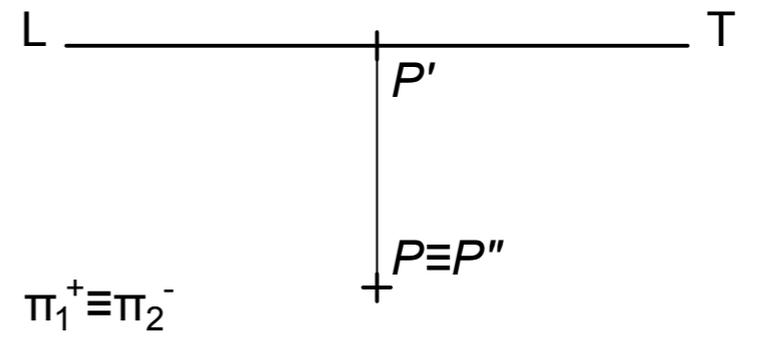
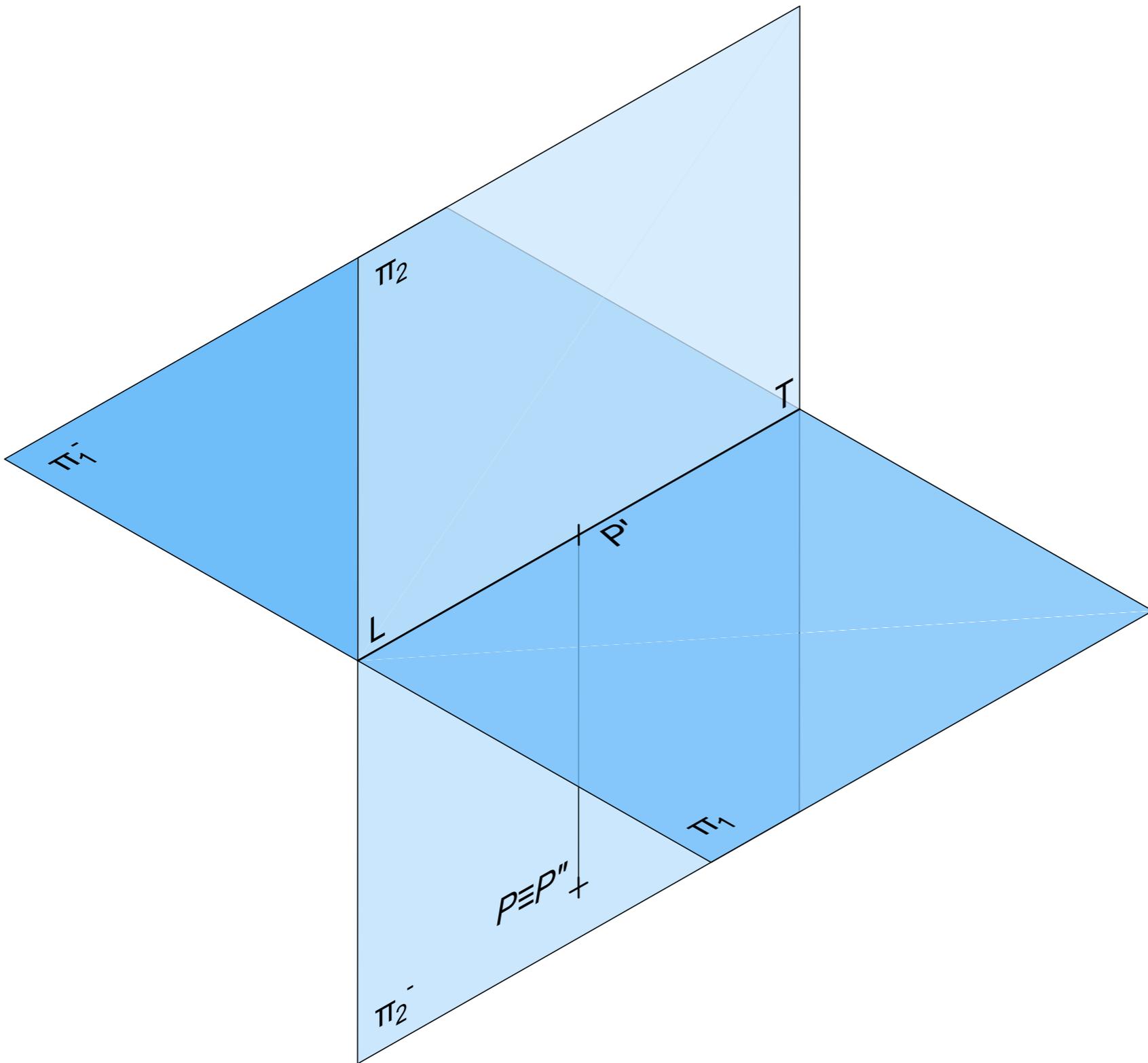
Il punto $P(25;-10)$ è così rappresentato



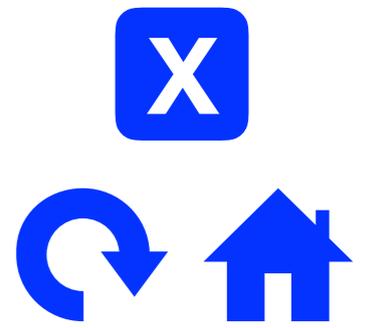
$$\pi_1^+ \equiv \pi_2^-$$

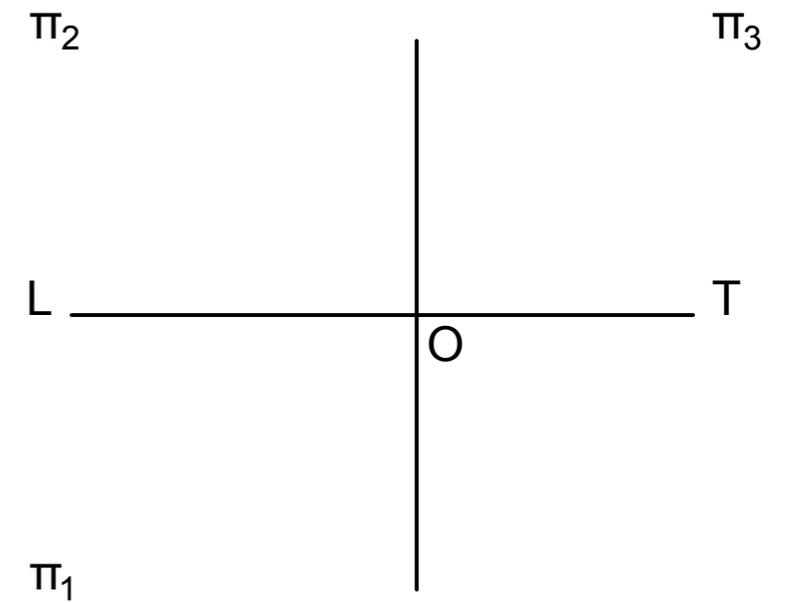
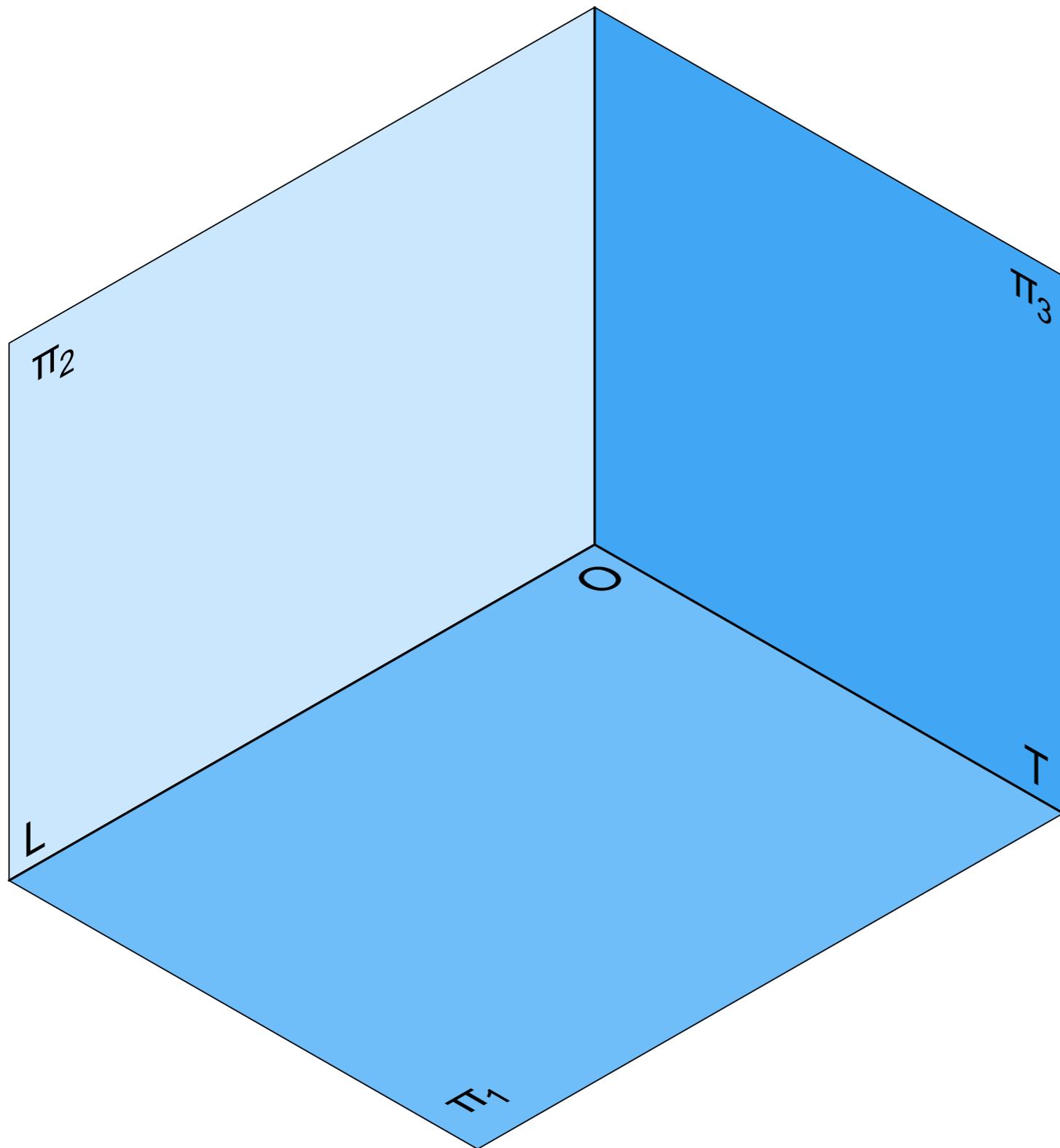






			$\in \pi_1^+$	$\in \pi_2^-$
Punto I diedro	Punto II diedro	Punto III diedro	Punto IV diedro	

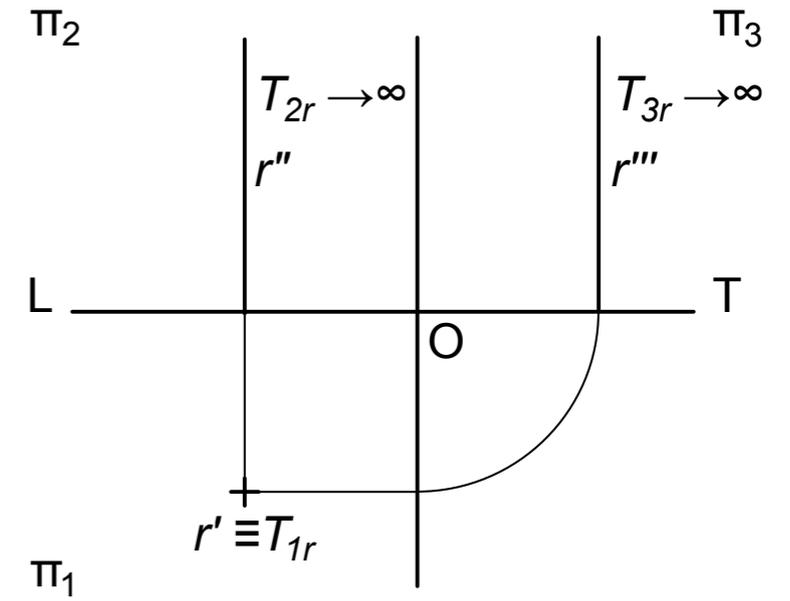
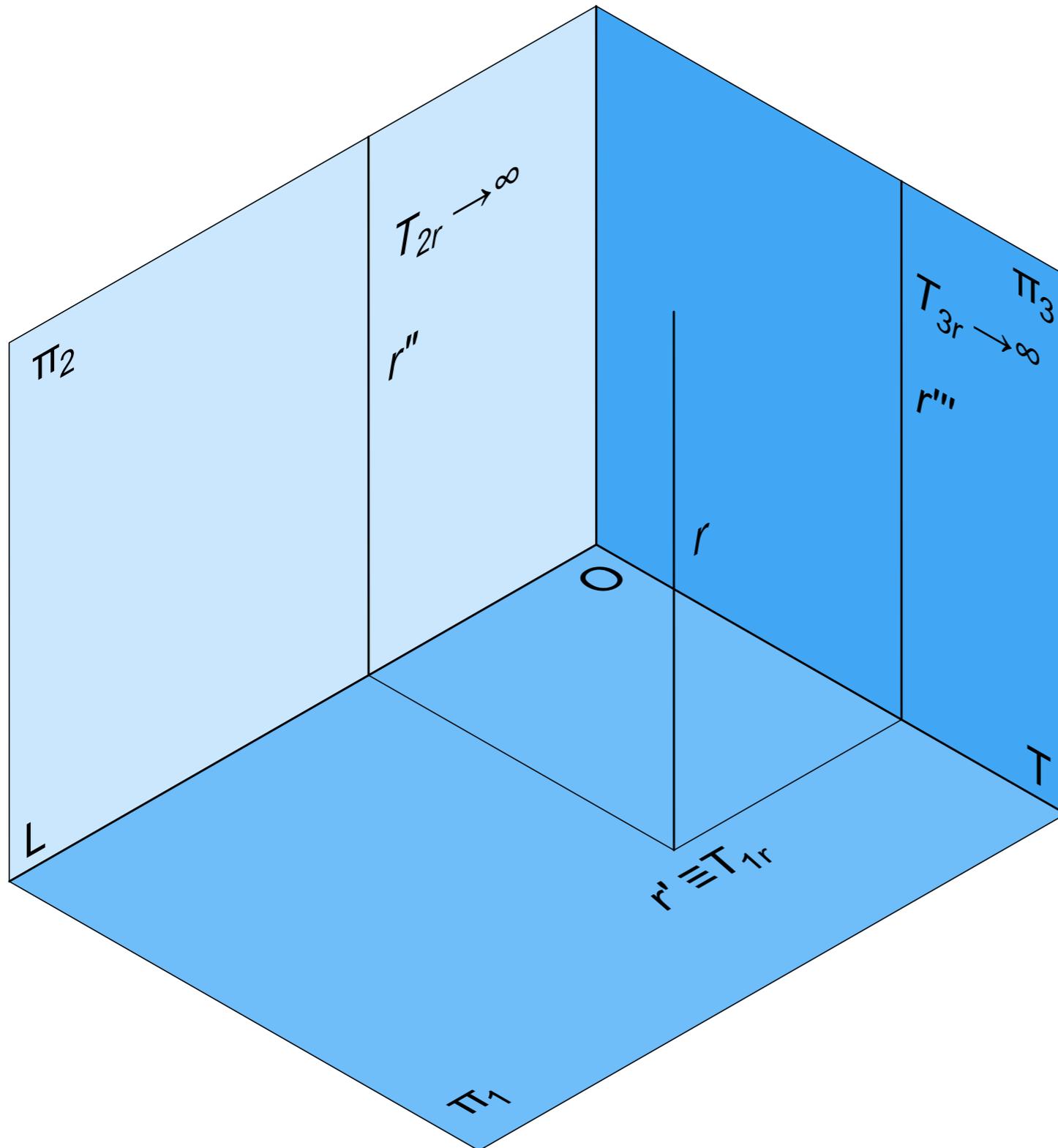




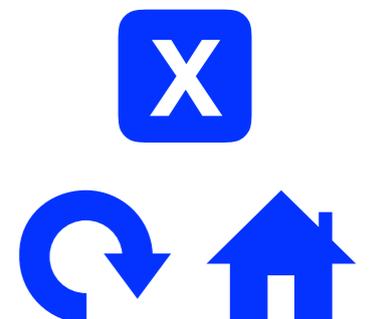
La retta è rappresentata
 mediante le sue immagini
 r' ; r'' ed r'''
 e le sue tracce
 T_{1r} ; T_{2r} e T_{3r}

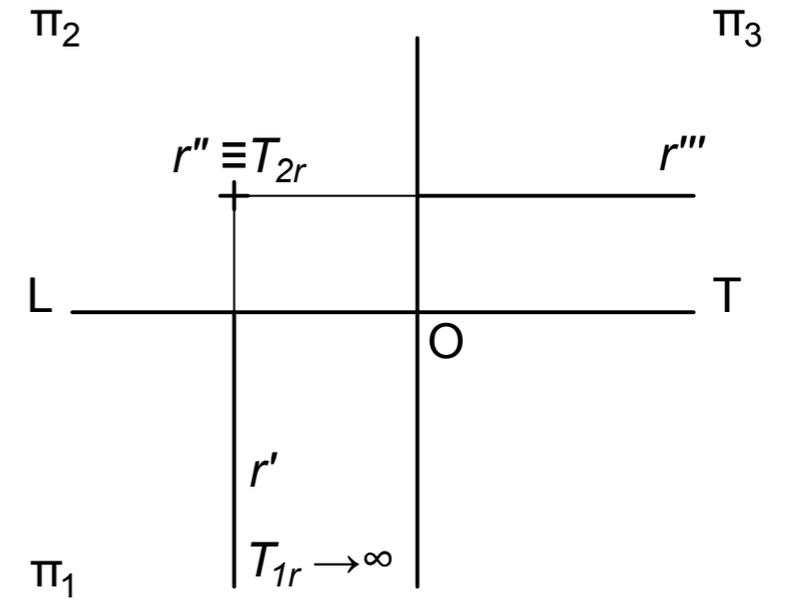
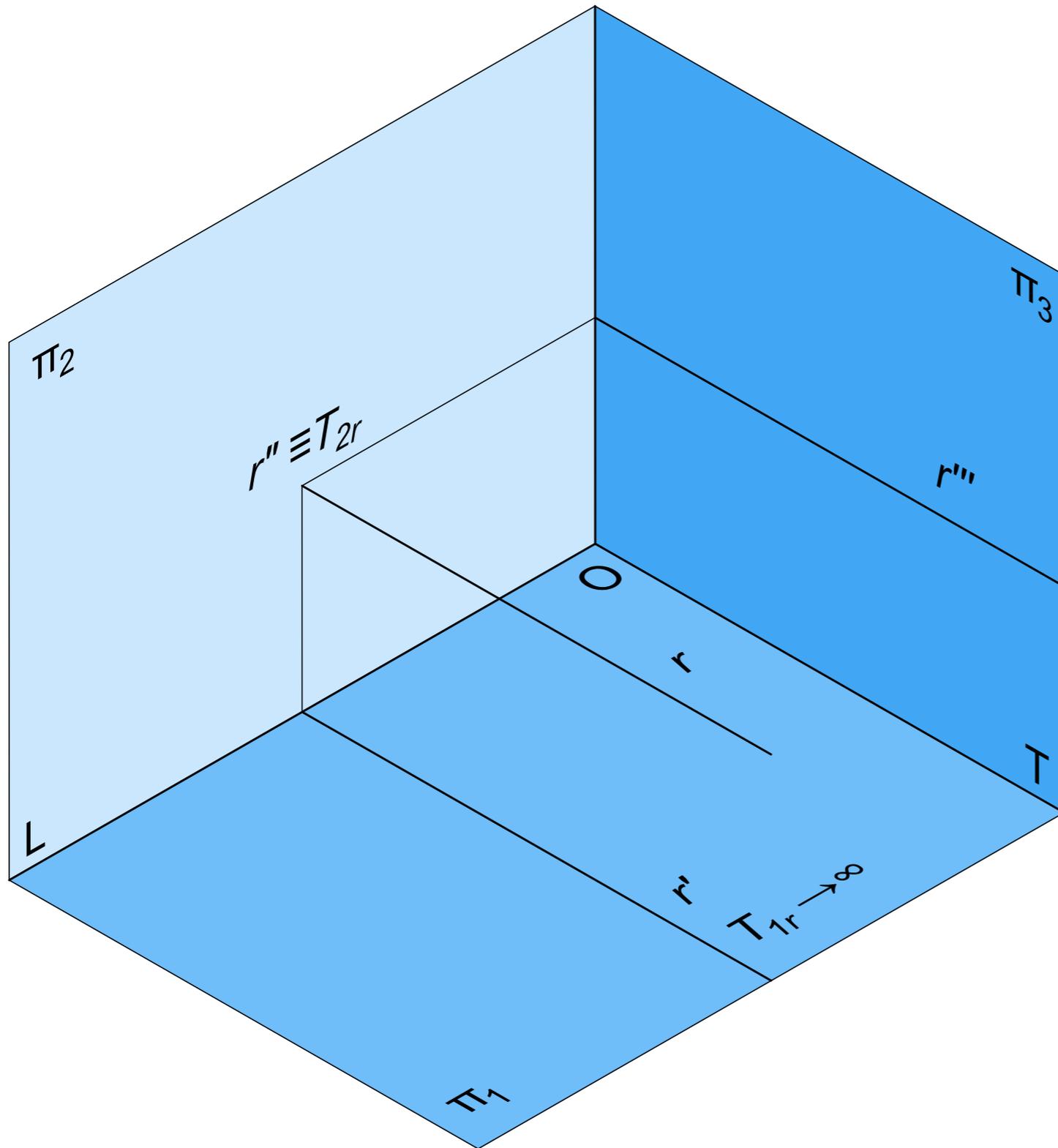
Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta $//LT (\perp \pi_3)$	Retta $//\pi_1 \angle \pi_2$	Retta $//\pi_2 \angle \pi_1$	Retta $//\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica
------------------------	------------------------	-------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------	-------------------





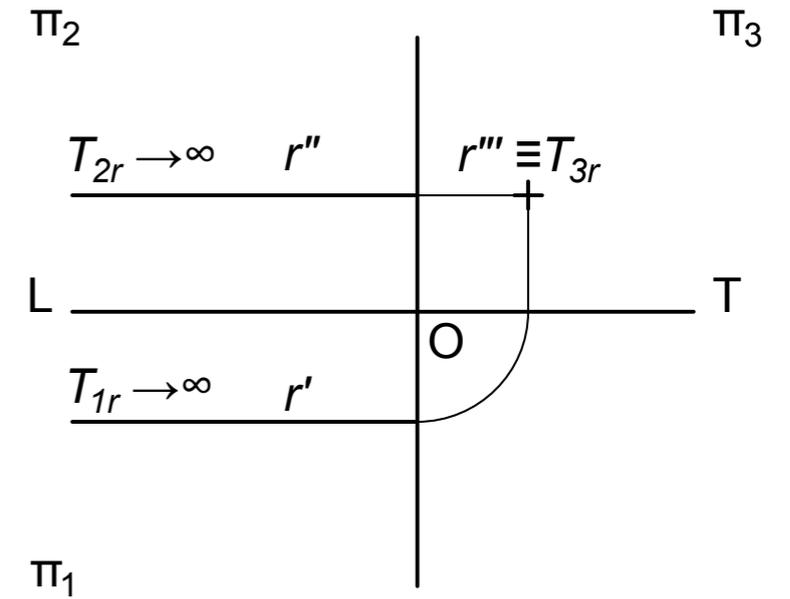
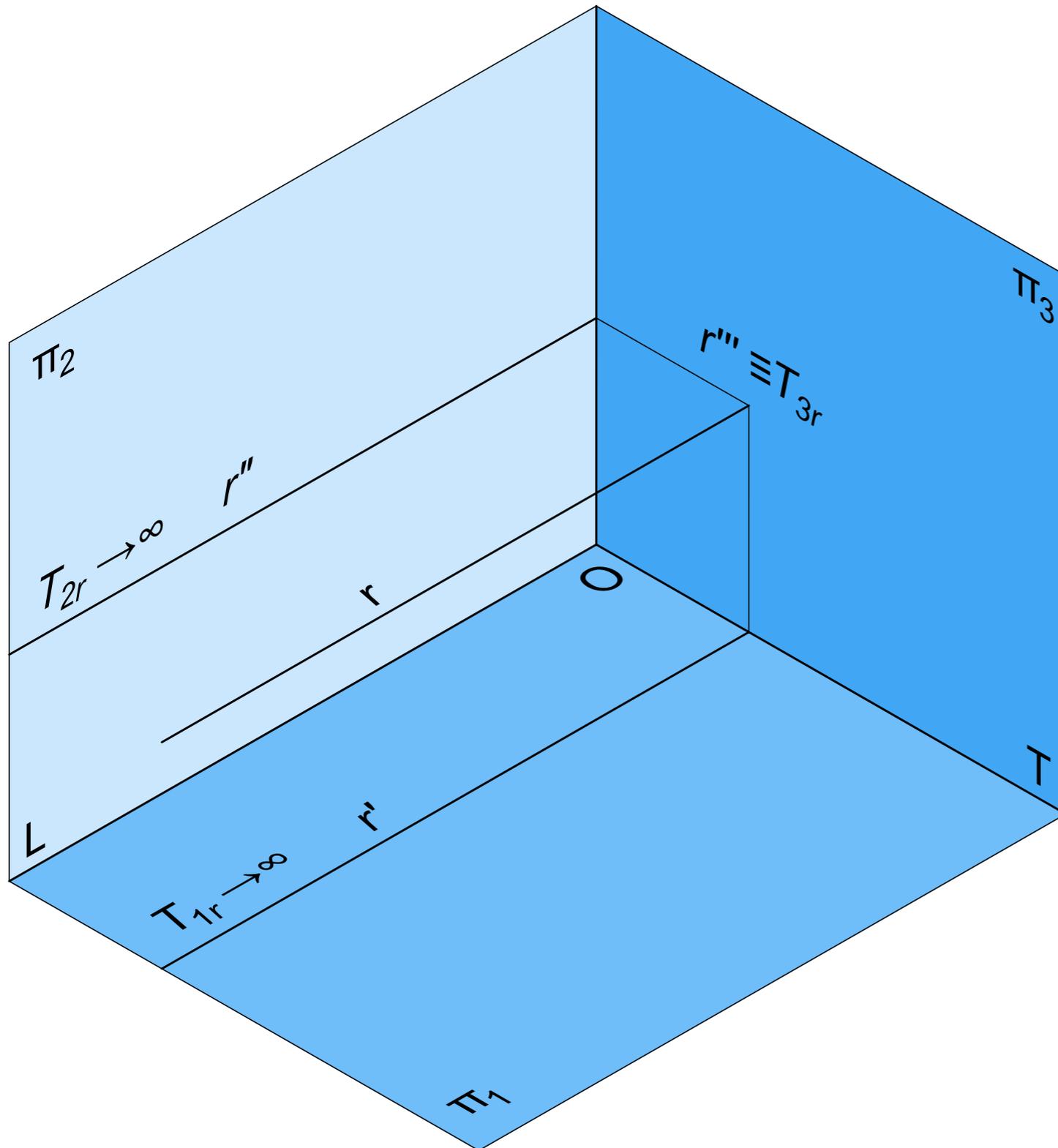
Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta $//LT (\perp \pi_3)$	Retta $//\pi_1 \angle \pi_2$	Retta $//\pi_2 \angle \pi_1$	Retta $//\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica
-------------------------------	-------------------------------	--------------------------------------	--	--	--	----------------------------	--------------------------





Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta $//LT (\perp \pi_3)$	Retta $//\pi_1 \angle \pi_2$	Retta $//\pi_2 \angle \pi_1$	Retta $//\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica
------------------------	------------------------	-------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------	-------------------





ESERCIZIO GUIDATO

Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta $//LT (\perp \pi_3)$	Retta $//\pi_1 \angle \pi_2$	Retta $//\pi_2 \angle \pi_1$	Retta $//\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica
------------------------	------------------------	--	---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------	-------------------



Determinare le tracce T_{1r} e T_{2r} della retta r di cui sono fornite le immagini r' e r'' .

Analisi:

- r' è parallela a LT;
- r'' è parallela a LT: la retta r di conseguenza risulta parallela a LT.

π_2

r''



L



T

r'



π_1



Determinare le tracce T_{1r} e T_{2r} della retta r di cui sono fornite le immagini r' e r'' .

Analisi:

- r' è parallela a LT;
- r'' è parallela a LT: la retta r di conseguenza risulta parallela a LT.

Ricerca delle tracce:

- poiché la retta r è parallela a LT ($\perp \pi_3$) la prima e la seconda traccia sono improprie perciò risulta $T_{1r} \rightarrow \infty$ e $T_{2r} \rightarrow \infty$;

π_2

r''



$T_{2r} \rightarrow \infty$

L



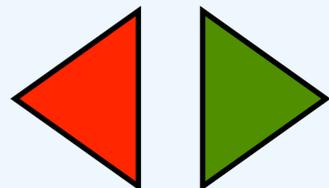
T

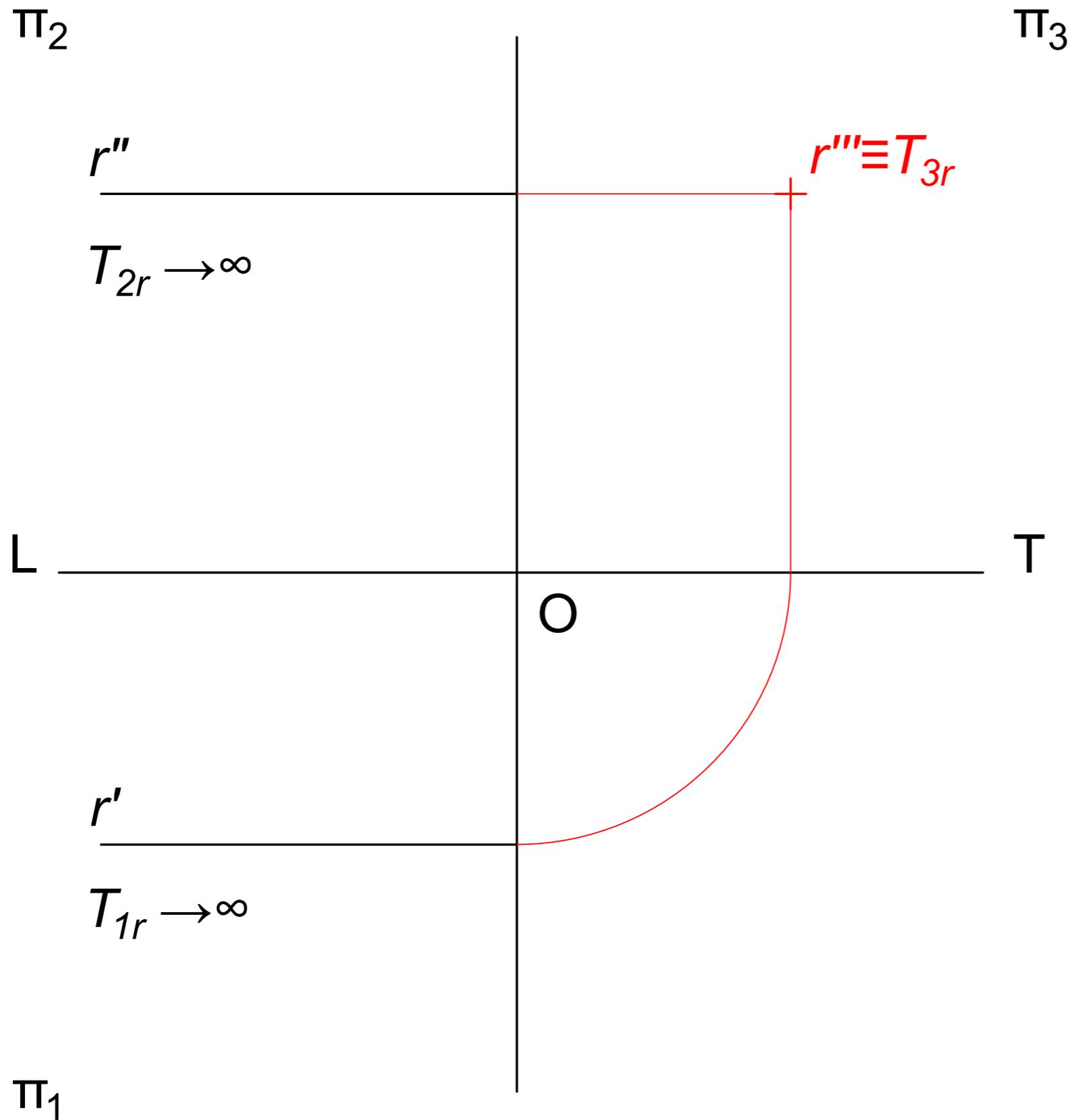
r'



$T_{1r} \rightarrow \infty$

π_1





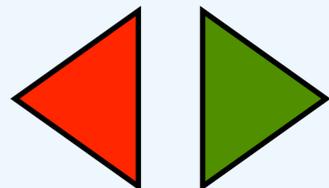
Determinare le tracce T_{1r} e T_{2r} della retta r di cui sono fornite le immagini r' e r'' .

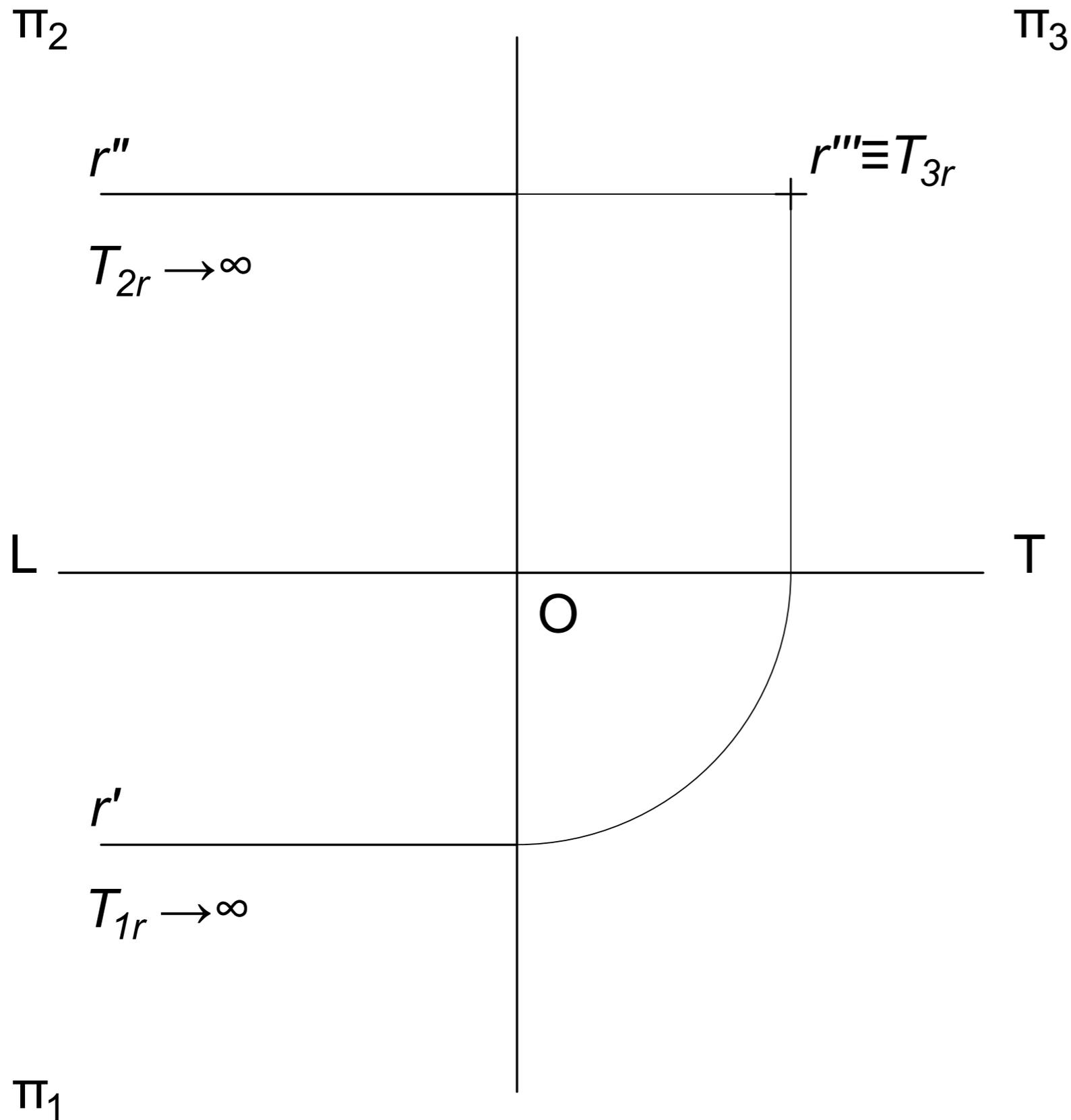
Analisi:

- r' è parallela a LT ;
- r'' è parallela a LT : la retta r di conseguenza risulta parallela a LT .

Ricerca delle tracce:

- poiché la retta r è parallela a LT ($\perp \pi_3$) la prima e la seconda traccia sono improprie perciò risulta $T_{1r} \rightarrow \infty$ e $T_{2r} \rightarrow \infty$;
- la rappresentazione di r viene completa proiettando r' e r'' su π_3 determinando la terza traccia T_{3r} .





Determinare le tracce T_{1r} e T_{2r} della retta r di cui sono fornite le immagini r' e r'' .

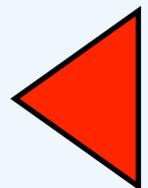
Analisi:

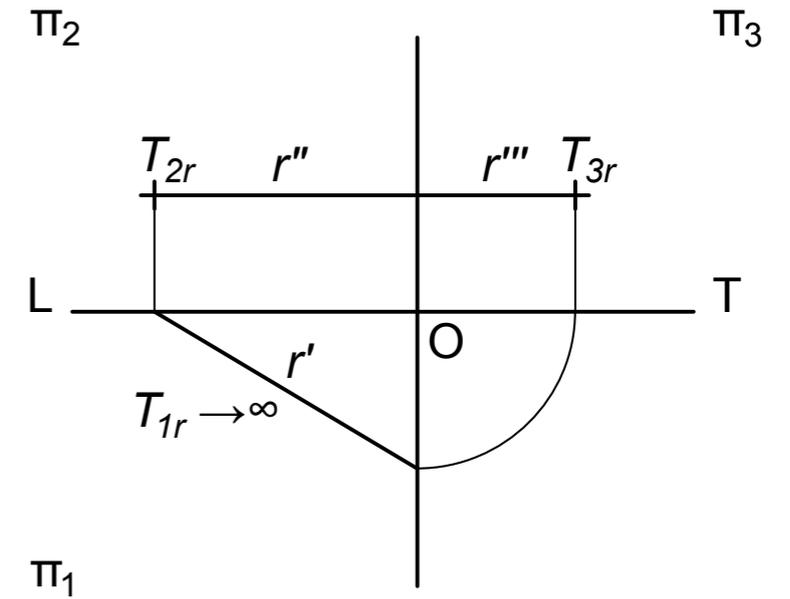
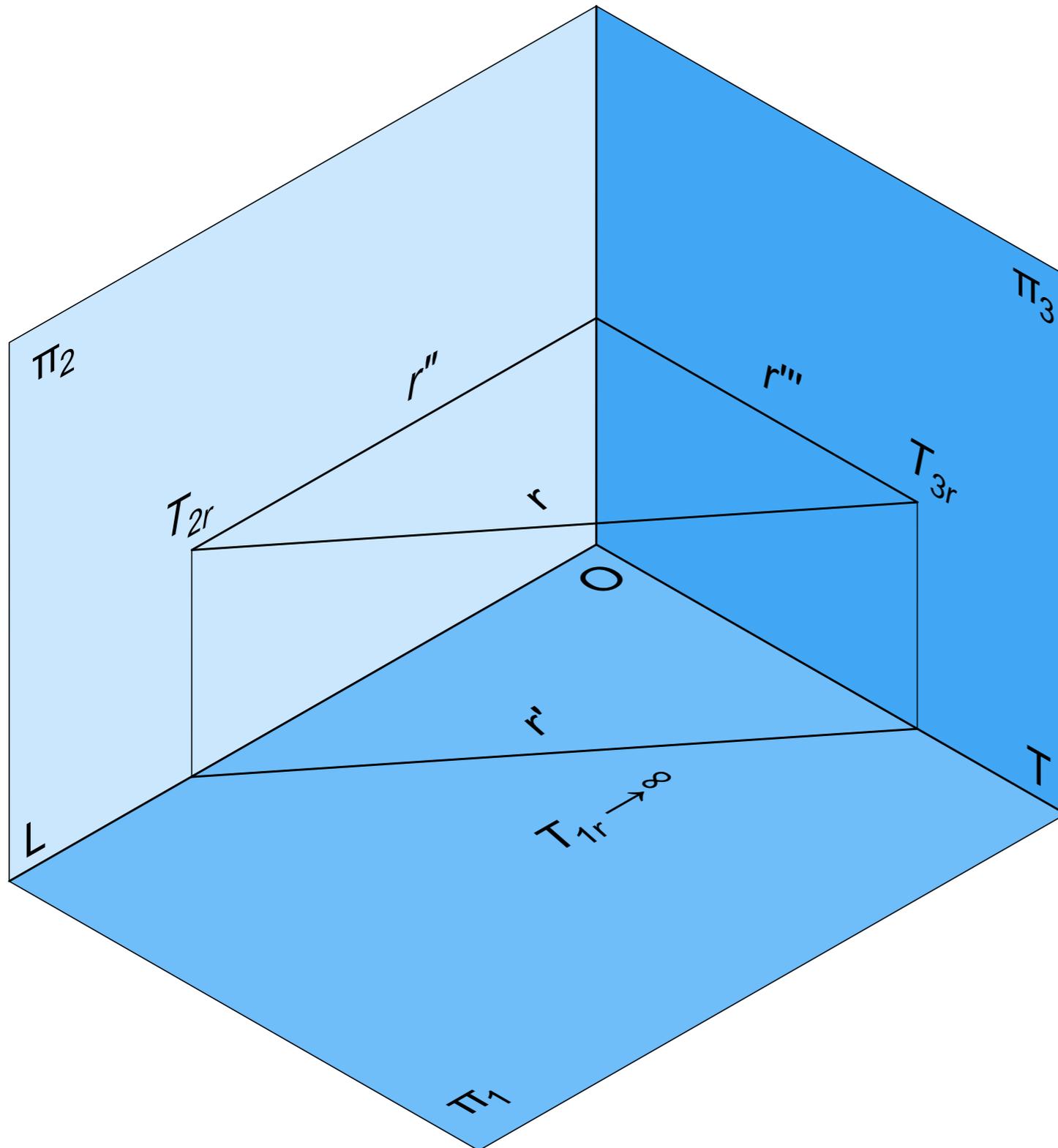
- r' è parallela a LT;
- r'' è parallela a LT: la retta r di conseguenza risulta parallela a LT.

Ricerca delle tracce:

- poiché la r retta è parallela a LT ($\perp \pi_3$) la prima e la seconda traccia sono improprie perciò risulta $T_{1r} \rightarrow \infty$ e $T_{2r} \rightarrow \infty$;
- la rappresentazione di r viene completa proiettando r' e r'' su π_3 determinando la terza traccia T_{3r} .

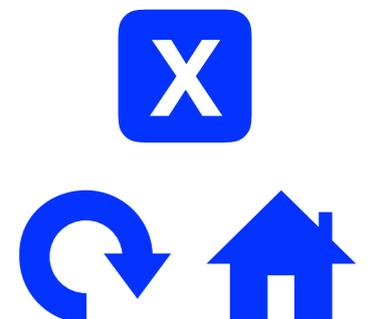
Trovate le tracce T_{1r} , T_{2r} e T_{3r} la retta r è completamente determinata





ESERCIZIO GUIDATO

Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta $//LT (\perp \pi_3)$	Retta $//\pi_1 \angle \pi_2$	Retta $//\pi_2 \angle \pi_1$	Retta $//\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica
------------------------	------------------------	-------------------------------	--	---------------------------------	---------------------------------	---------------------	-------------------



Determinare le immagini r' e r'' della retta r di cui sono fornite le tracce T_{1r} e T_{2r} .

Analisi:

- r' è inclinata a LT;
- r'' è parallela a LT: la retta r di conseguenza risulta $//\pi_1$.

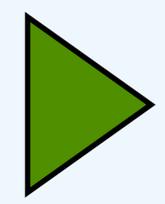
π_2

$+ T_{2r}$



$T_{1r} \rightarrow \infty$

π_1



Determinare le immagini r' e r'' della retta r di cui sono fornite le tracce T_{1r} e T_{2r} .

Analisi:

- T_{1r} è impropria;
- T_{2r} è propria: la retta r di conseguenza risulta $//\pi_1$.

Ricerca delle immagini:

1° caso

la retta r è $//\pi_1 \angle \pi_2$ (orizzontale)

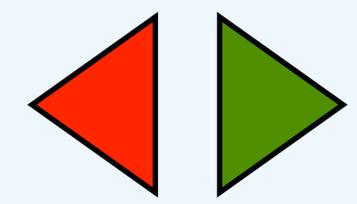
- si traccia la r'' parallelamente alla LT e passante per T_{2r} ;

π_2



$T_{1r} \rightarrow \infty$

π_1



Determinare le immagini r' e r'' della retta r di cui sono fornite le tracce T_{1r} e T_{2r} .

Analisi:

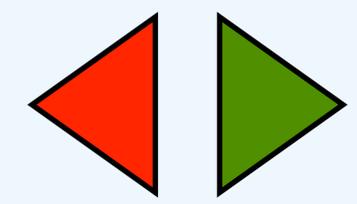
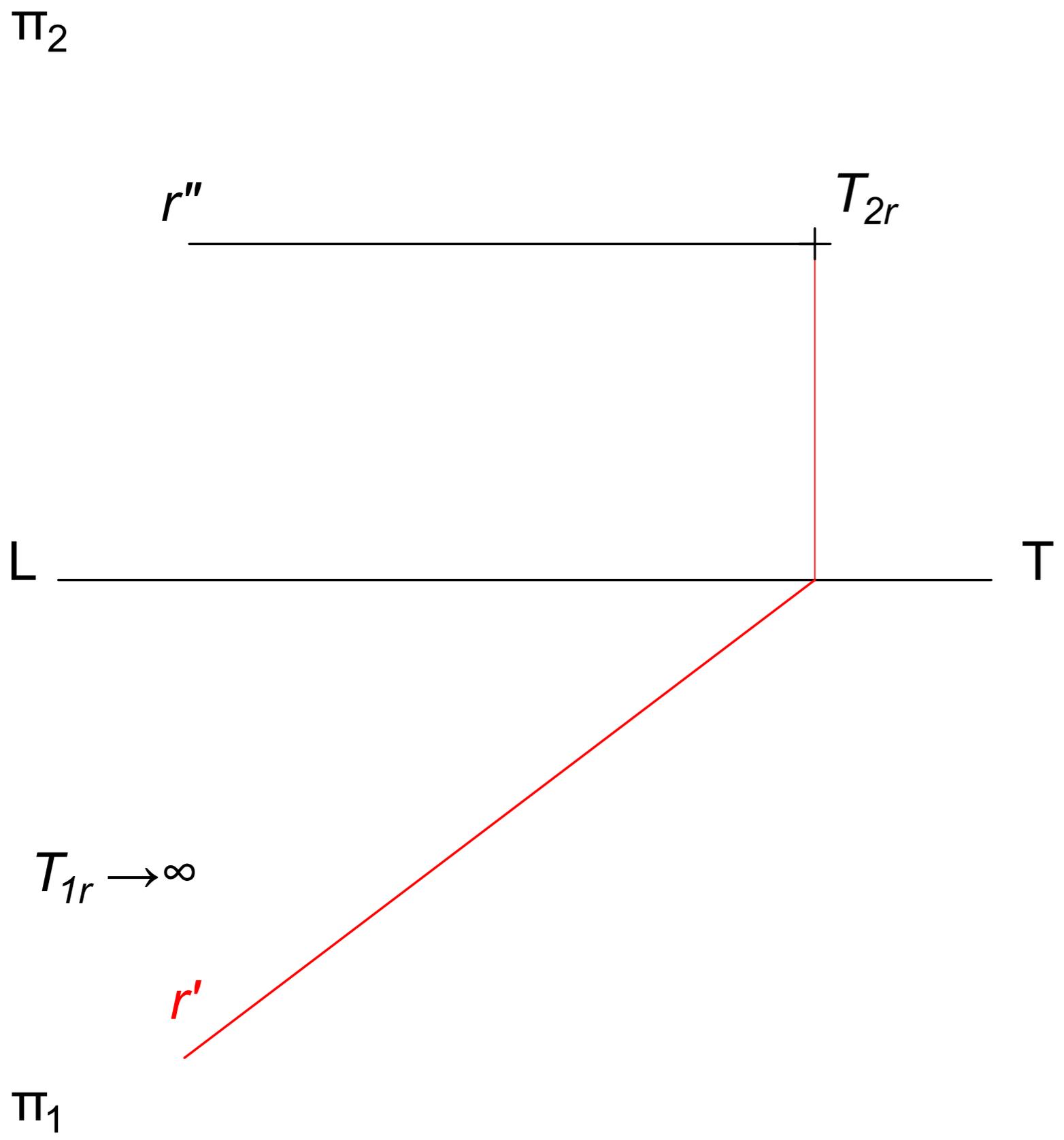
- T_{1r} è impropria;
- T_{2r} è propria: la retta r di conseguenza risulta $//\pi_1$.

Ricerca delle immagini:

1° caso

la retta r è $//\pi_1 \angle \pi_2$ (orizzontale)

- si traccia la r'' parallelamente alla LT e passante per T_{2r} ;
- si proietta T_{2r} sulla LT e, con inclinazione a piacere concordemente al verso di r'' , si traccia, dal punto trovato, la r' .



Determinare le immagini r' e r'' della retta r di cui sono fornite le tracce T_{1r} e T_{2r} .

Analisi:

- T_{1r} è impropria;
- T_{2r} è propria: la retta r di conseguenza risulta $//\pi_1$.

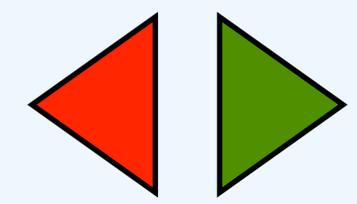
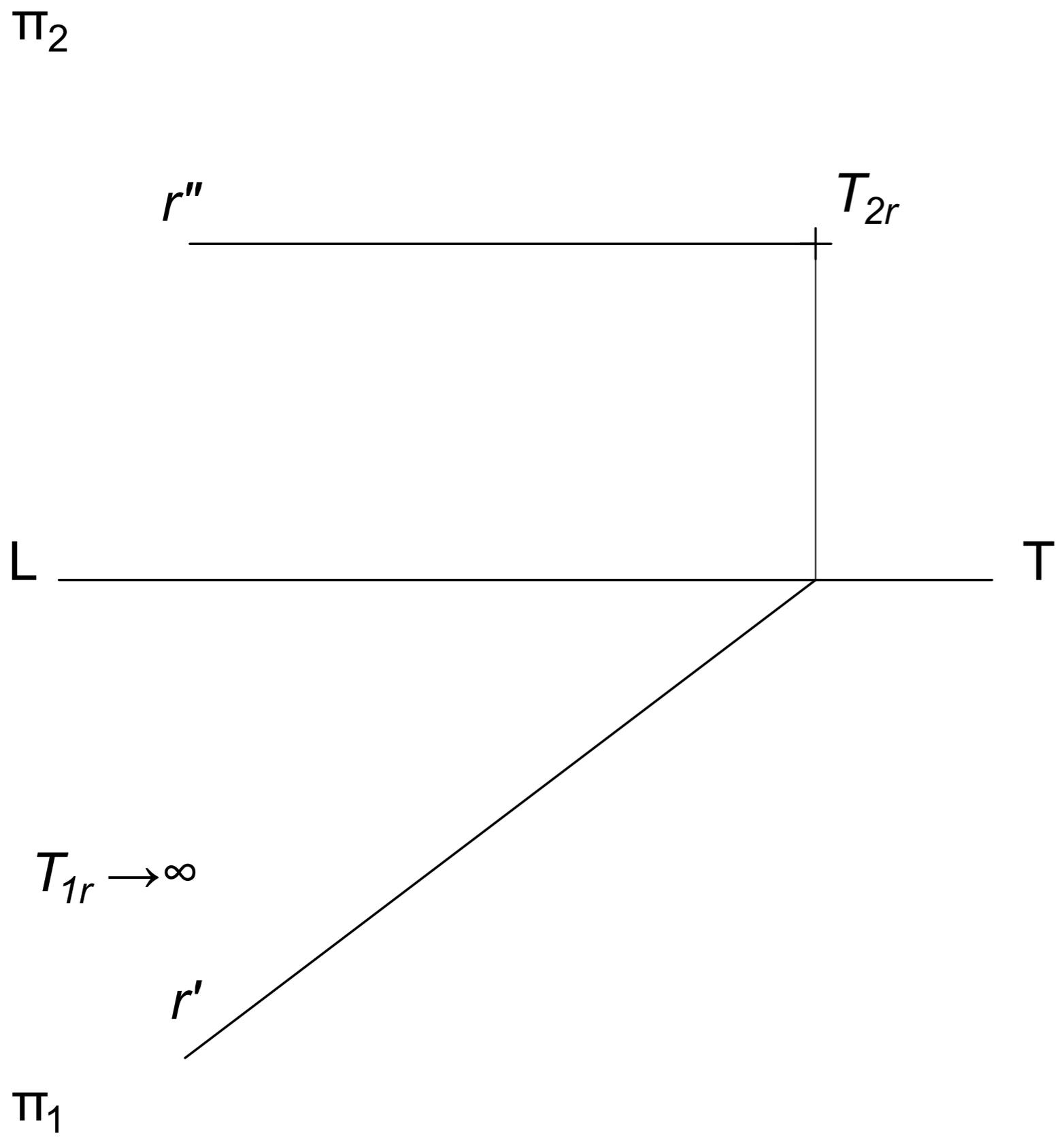
Ricerca delle immagini:

1° caso

la retta r è $//\pi_1 \angle \pi_2$ (orizzontale)

- si traccia la r'' parallelamente alla LT e passante per T_{2r} ;
- si proietta T_{2r} sulla LT e, con inclinazione a piacere concordemente al verso di r'' , si traccia, dal punto trovato, la r' .

Trovate le immagini r' ed r'' la retta $r//\pi_1 \angle \pi_2$ è determinata.



π_2

$$r'' \equiv T_{2r} +$$

L _____ T

$$T_{1r} \rightarrow \infty$$

 π_1

Determinare le immagini r' e r'' della retta r di cui sono fornite le tracce T_{1r} e T_{2r} .

Analisi:

- T_{1r} è impropria;
- T_{2r} è propria: la retta r di conseguenza risulta $//\pi_1$.

Ricerca delle immagini:

1° caso

la retta r è $//\pi_1 \angle \pi_2$ (orizzontale)

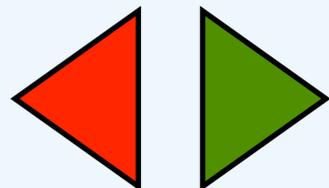
- si traccia la r'' parallelamente alla LT e passante per T_{2r} ;
- si proietta T_{2r} sulla LT e, con inclinazione a piacere concordemente al verso di r'' , si traccia, dal punto trovato, la r' .

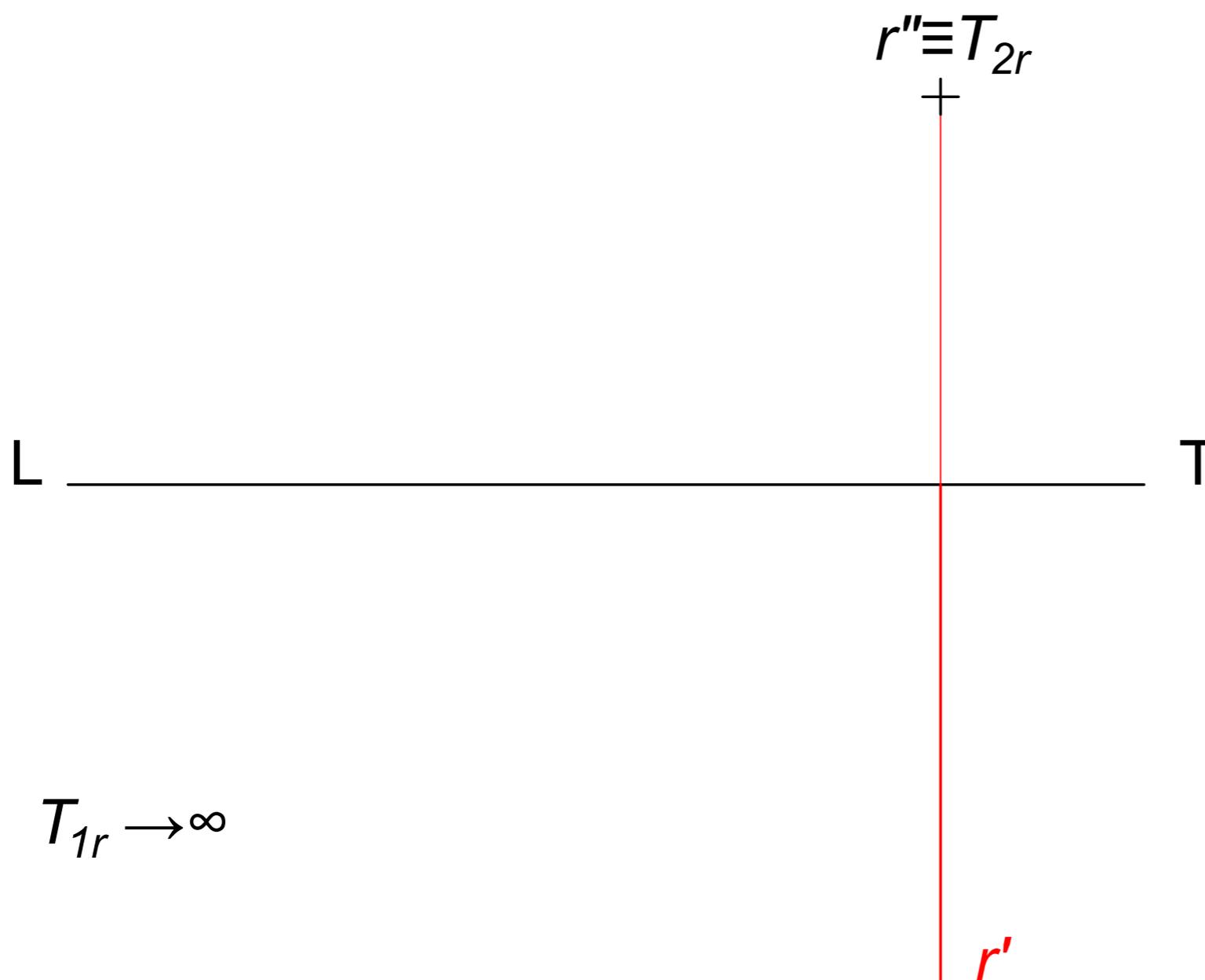
Trovate le immagini r' ed r'' la retta $r//\pi_1 \angle \pi_2$ è determinata.

2° caso

la retta r è $\perp \pi_2$

- la r'' coincide con T_{2r} ;



π_2  $T_{1r} \rightarrow \infty$ π_1

Determinare le immagini r' e r'' della retta r di cui sono fornite le tracce T_{1r} e T_{2r} .

Analisi:

- T_{1r} è impropria;
- T_{2r} è propria: la retta r di conseguenza risulta $//\pi_1$.

Ricerca delle immagini:

1° caso

la retta r è $//\pi_1 \angle \pi_2$ (orizzontale)

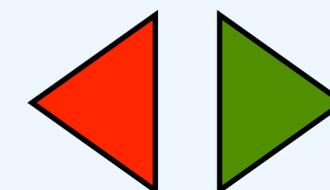
- si traccia la r'' parallelamente alla LT e passante per T_{2r} ;
- si proietta T_{2r} sulla LT e, con inclinazione a piacere concordemente al verso di r'' , si traccia, dal punto trovato, la r' .

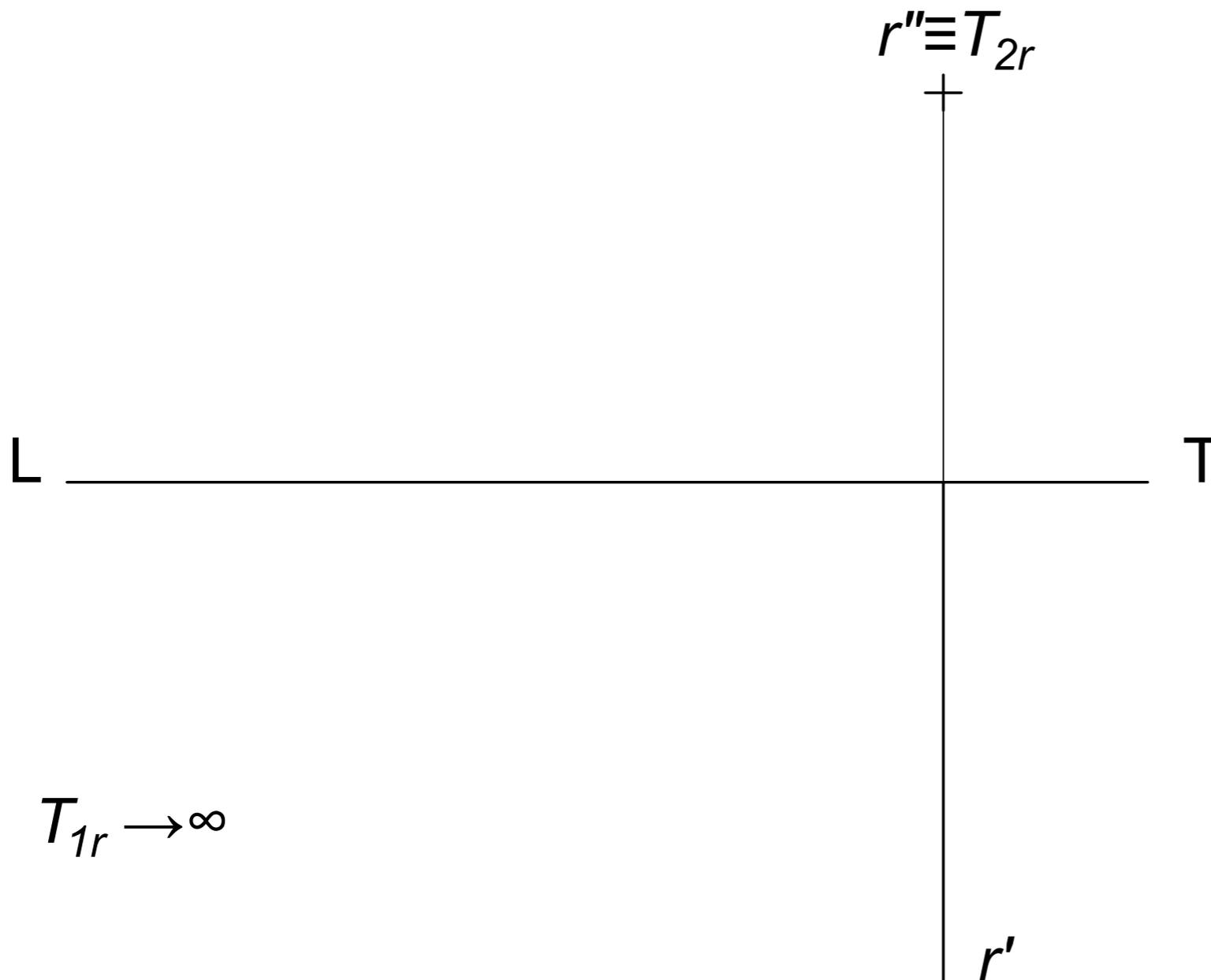
Trovate le immagini r' ed r'' la retta $r//\pi_1 \angle \pi_2$ è determinata.

2° caso

la retta r è $\perp \pi_2$

- la r'' coincide con T_{2r} ;
- si proietta T_{2r} sulla LT e si traccia, dal punto trovato, la r' ortogonale a LT .



π_2  π_1

Determinare le immagini r' e r'' della retta r di cui sono fornite le tracce T_{1r} e T_{2r} .

Analisi:

- T_{1r} è impropria;
- T_{2r} è propria: la retta r di conseguenza risulta $\parallel \pi_1$.

Ricerca delle immagini:

1° caso

la retta r è $\parallel \pi_1 \angle \pi_2$ (orizzontale)

- si traccia la r'' parallelamente alla LT e passante per T_{2r} ;
- si proietta T_{2r} sulla LT e, con inclinazione a piacere concordemente al verso di r'' , si traccia, dal punto trovato, la r' .

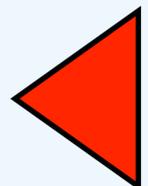
Trovate le immagini r' ed r'' la retta $r \parallel \pi_1 \angle \pi_2$ è determinata.

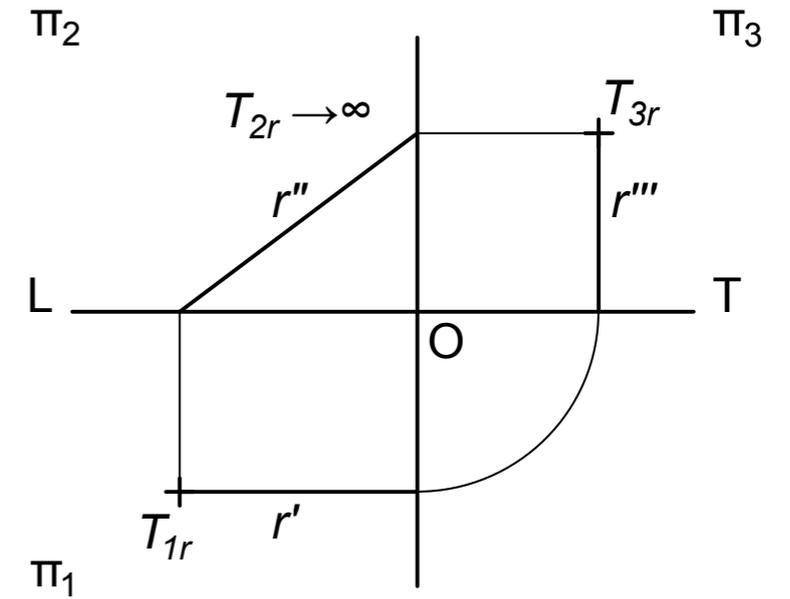
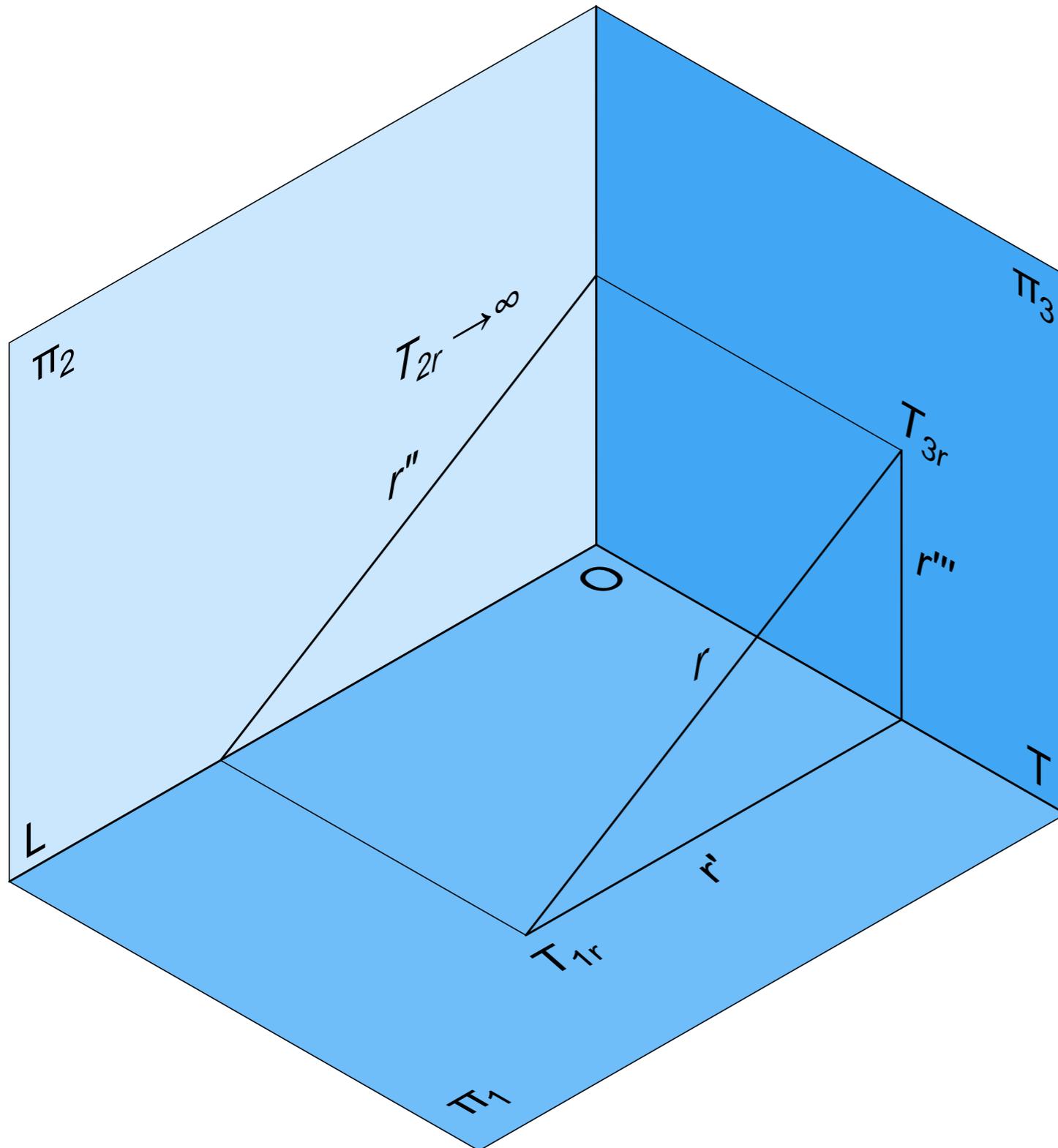
2° caso

la retta r è $\perp \pi_2$

- la r'' coincide con T_{2r} ;
- si proietta T_{2r} sulla LT e si traccia, dal punto trovato, la r' ortogonale a LT.

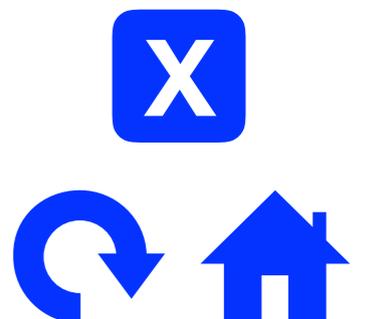
Trovate le immagini r' ed r'' la retta $r \perp \pi_2$ è determinata.





ESERCIZIO GUIDATO

Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta $//LT (\perp \pi_3)$	Retta $//\pi_1 \angle \pi_2$	Retta $//\pi_2 \angle \pi_1$	Retta $//\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica
------------------------	------------------------	-------------------------------	---------------------------------	--	---------------------------------	-----------------------	-------------------



Determinare le tracce T_{1r} e T_{2r} della retta r di cui sono fornite le immagini r' e r'' .

Analisi:

- r'' è inclinata a LT;
- r' è parallela a LT: la retta r di conseguenza risulta frontale.

π_2

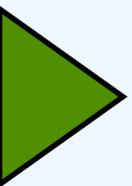
r''

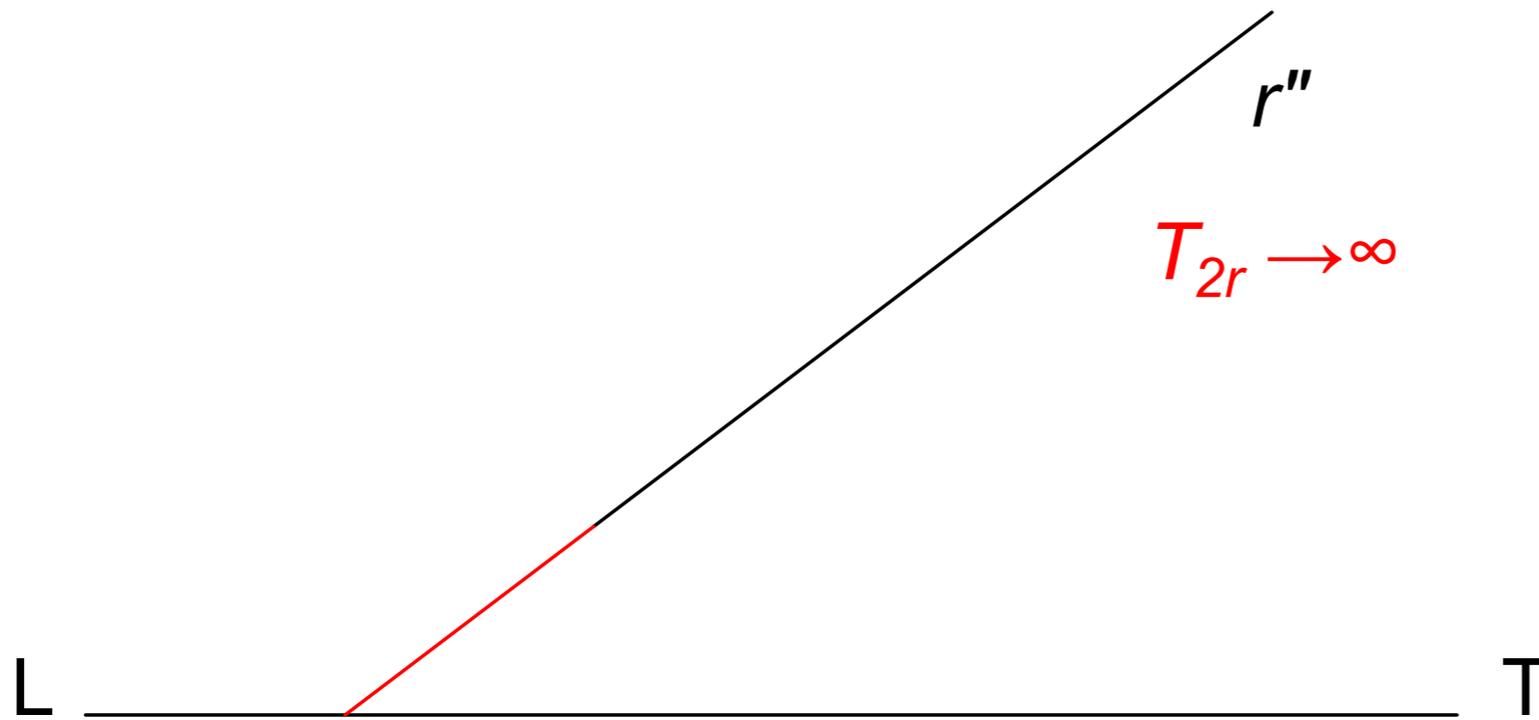
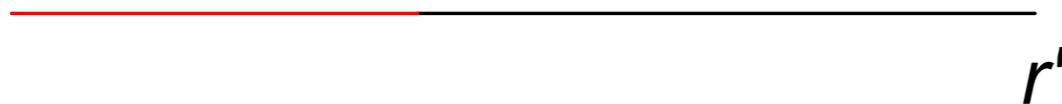
L

T

r'

π_1



π_2  π_1 

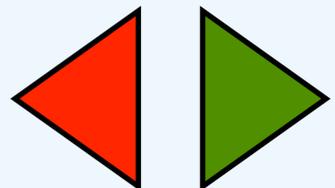
Determinare le tracce T_{1r} e T_{2r} della retta r di cui sono fornite le immagini r' e r'' .

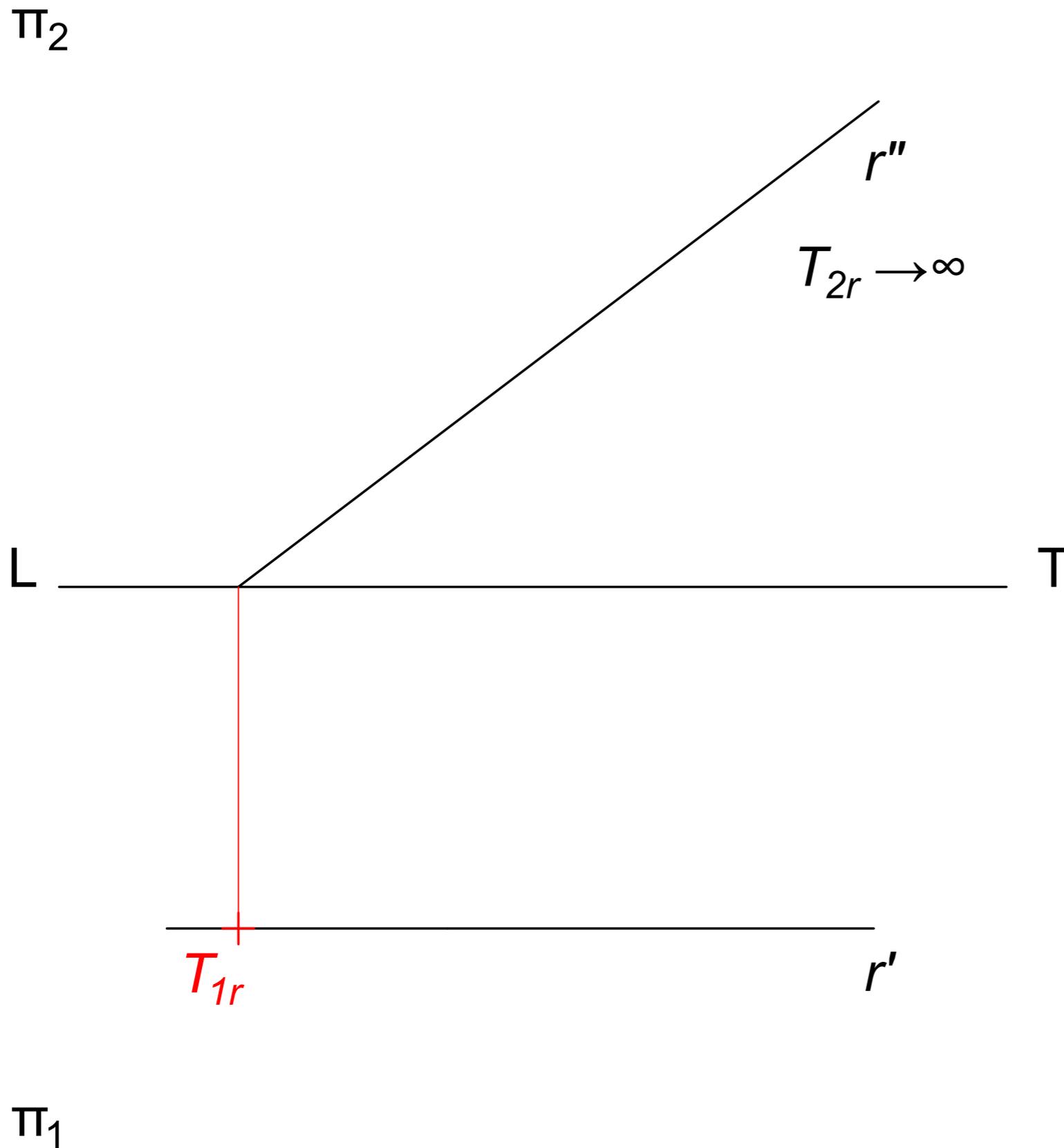
Analisi:

- r'' è inclinata a LT;
- r' è parallela a LT: la retta r di conseguenza risulta frontale.

Ricerca delle tracce:

- si prolungano la r'' fino a intersecare la LT e la r' ;
- poiché la retta è frontale ($//\pi_2$) la seconda traccia è impropria perciò risulta $T_{2r} \rightarrow \infty$;





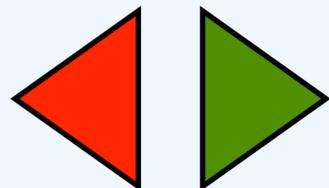
Determinare le tracce T_{1r} e T_{2r} della retta r di cui sono fornite le immagini r' e r'' .

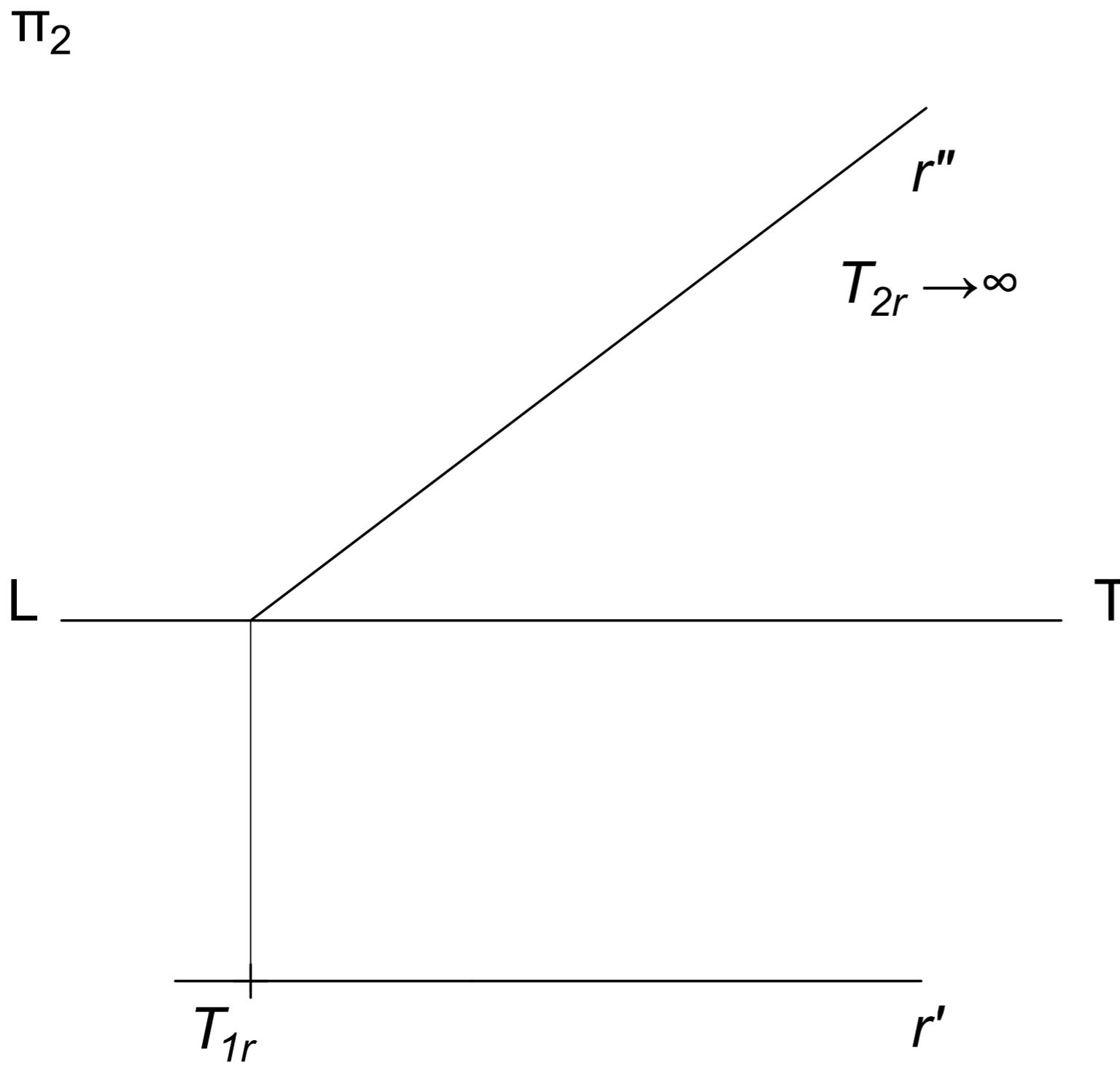
Analisi:

- r'' è inclinata a LT;
- r' è parallela a LT: la retta r di conseguenza risulta frontale.

Ricerca delle tracce:

- si prolungano la r'' fino a intersecare la LT e la r' ;
- poiché la retta è frontale ($//\pi_2$) la seconda traccia è impropria perciò risulta $T_{2r} \rightarrow \infty$;
- si proietta l'intersezione della r'' con la LT su r' determinando la prima traccia T_{1r} come punto proprio.





π_1

π_2

Determinare le tracce T_{1r} e T_{2r} della retta r di cui sono fornite le immagini r' e r'' .

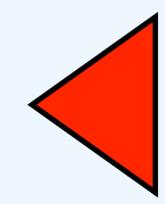
Analisi:

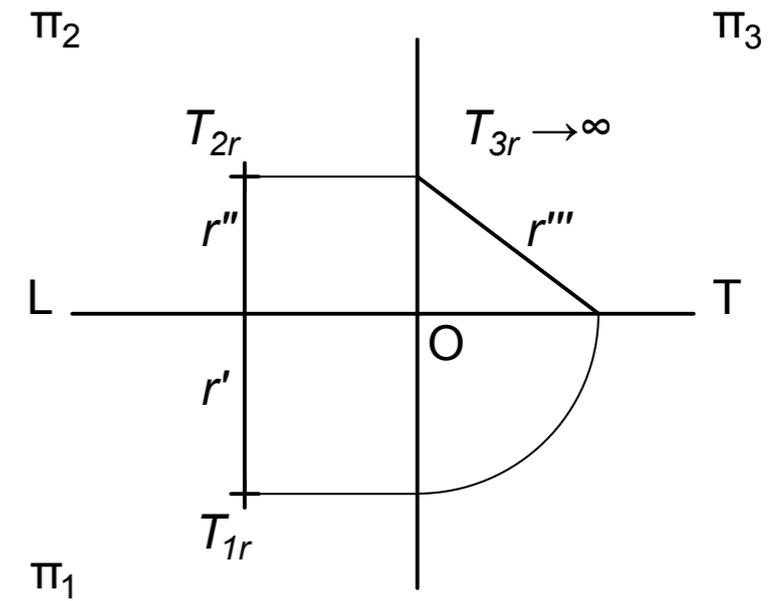
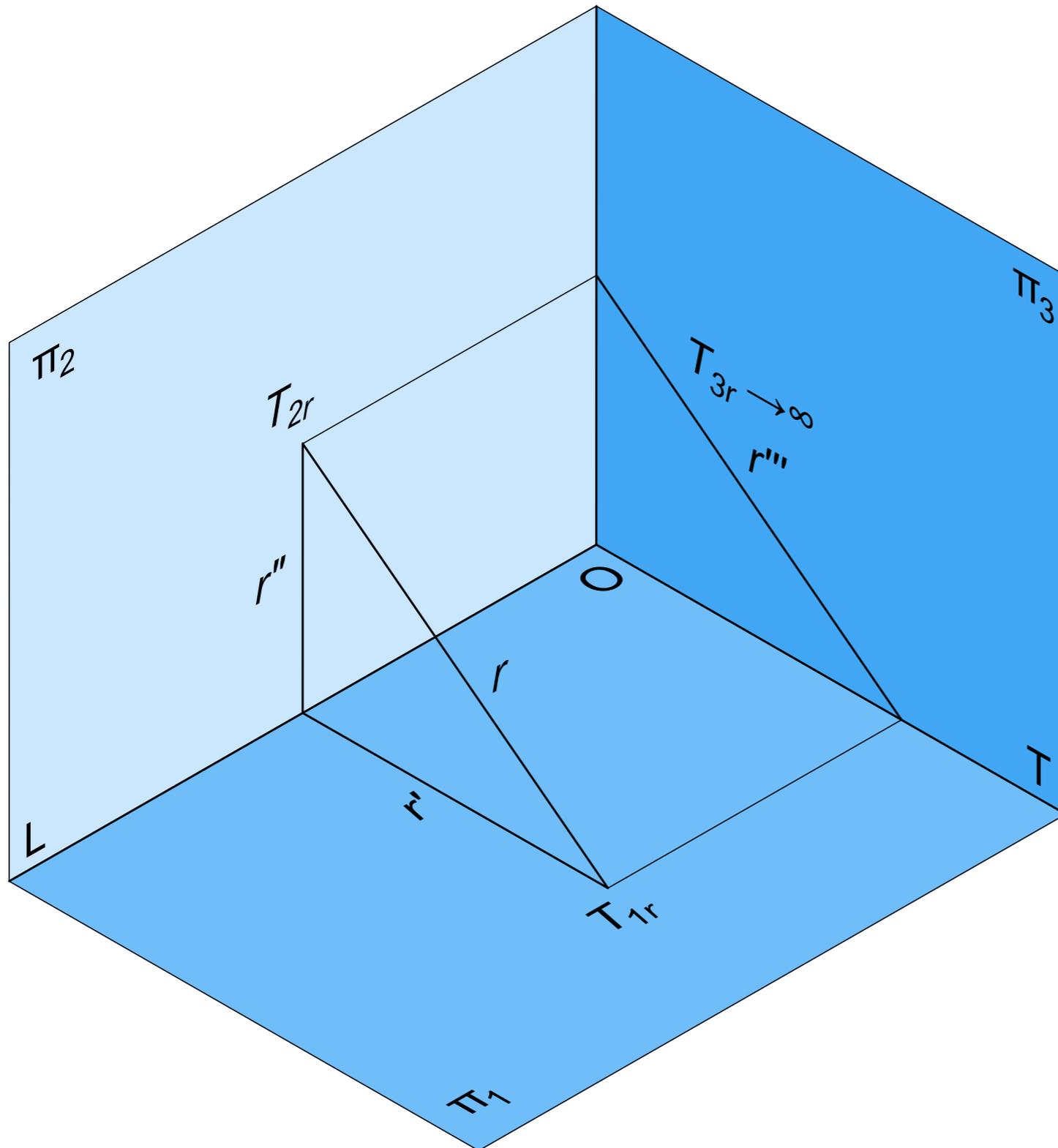
- r'' è inclinata a LT;
- r' è parallela a LT: la retta r di conseguenza risulta frontale.

Ricerca delle tracce:

- si prolungano la r'' fino a intersecare la LT e la r' ;
- poiché la retta è frontale ($//\pi_2$) la seconda traccia è impropria perciò risulta $T_{2r} \rightarrow \infty$;
- si proietta l'intersezione della r'' con la LT su r' determinando la prima traccia T_{1r} come punto proprio.

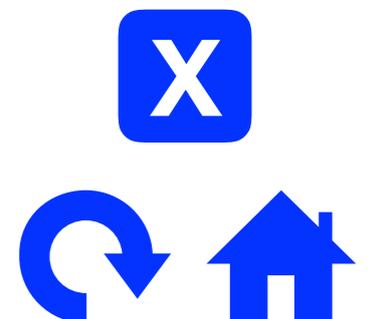
Trovate le tracce T_{1r} e T_{2r} la retta r è così completamente determinata





ESERCIZIO GUIDATO

Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta $//LT (\perp \pi_3)$	Retta $//\pi_1 \angle \pi_2$	Retta $//\pi_2 \angle \pi_1$	Retta $//\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica
------------------------	------------------------	-------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------	-------------------



π_2

T_{2r_+}

L

T

T_{1r_+}

π_1

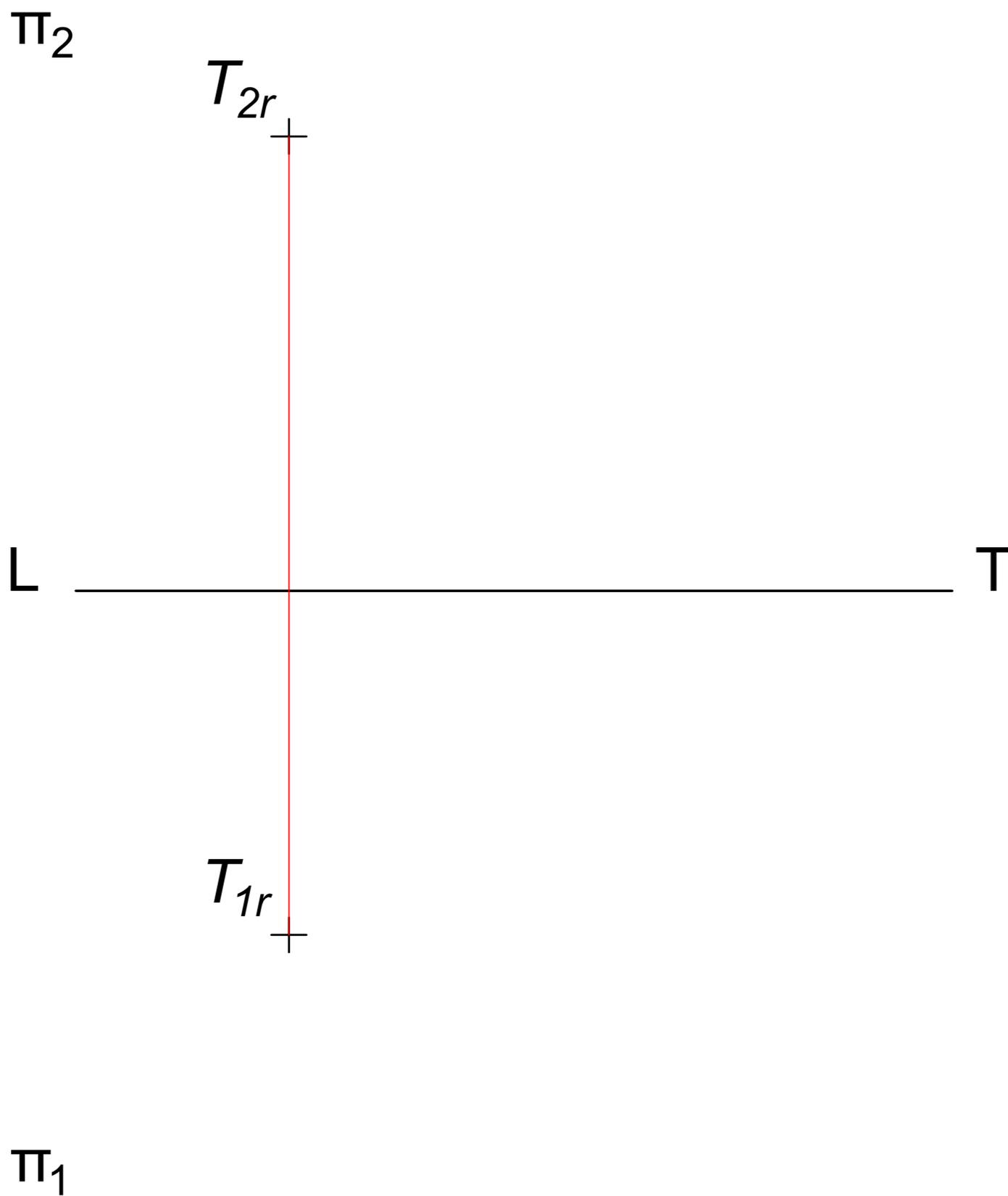
Date le tracce T_{1r} e T_{2r} della retta r determinare le immagini r' e r'' della retta stessa

Analisi di T_{1r} e T_{2r} :

- entrambe sono punti propri;
- giacciono sui quadri omonimi;
- non sono coincidenti;
- appartengono alla stessa LdR.

La retta quindi è di profilo ($r // \pi_3$).





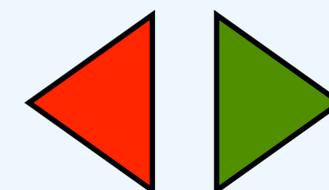
Date le tracce T_{1r} e T_{2r} della retta r determinare le immagini r' e r'' della retta stessa

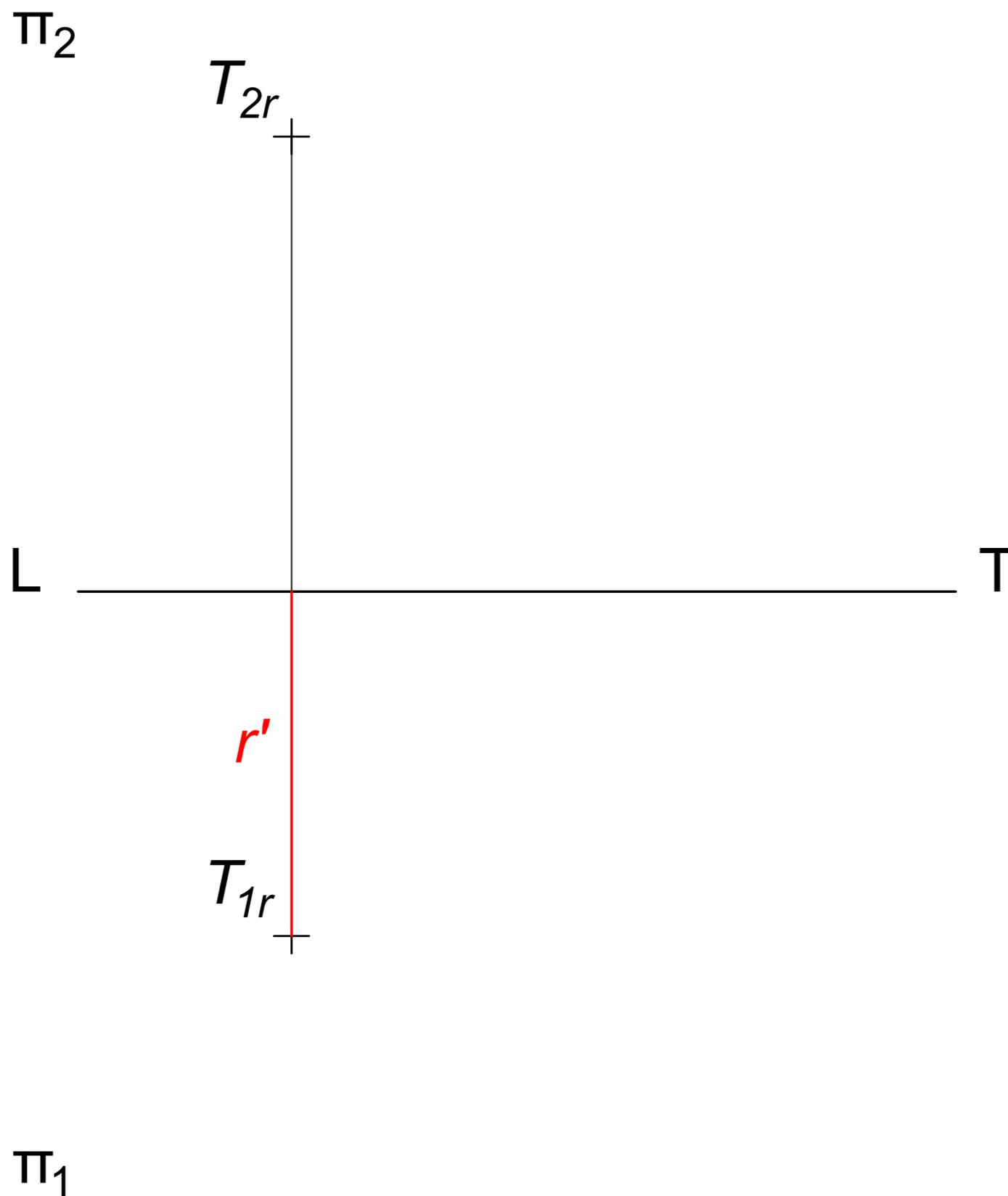
Analisi di T_{1r} e T_{2r} :

- entrambe sono punti propri;
- giacciono sui quadri omonimi;
- non sono coincidenti;
- appartengono alla stessa LdR.

La retta quindi è di profilo ($r // \pi_3$).

Proiettare T_{1r} su π_2 e T_{2r} su π_1 .





Date le tracce T_{1r} e T_{2r} della retta r determinare le immagini r' e r'' della retta stessa

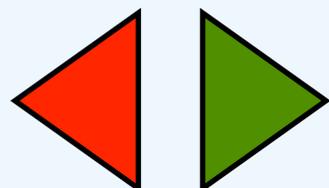
Analisi di T_{1r} e T_{2r} :

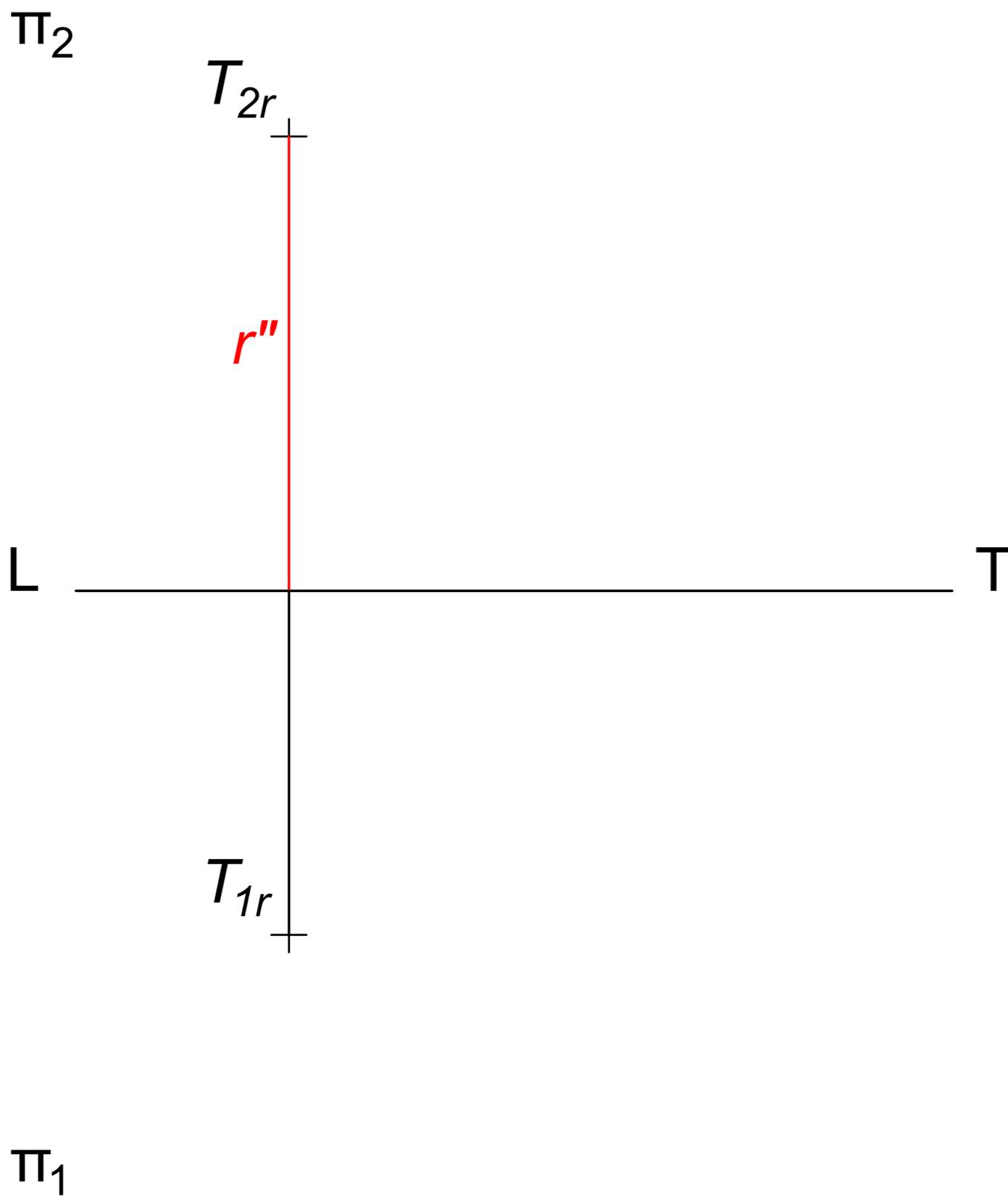
- entrambe sono punti propri;
- giacciono sui quadri omonimi;
- non sono coincidenti;
- appartengono alla stessa LdR.

La retta quindi è di profilo ($r // \pi_3$).

Proiettare T_{1r} su π_2 e T_{2r} su π_1 .

Tracciare la prima immagine r' della retta r congiungendo T_{1r} con la proiezione di T_{2r} su π_1





Date le tracce T_{1r} e T_{2r} della retta r determinare le immagini r' e r'' della retta stessa

Analisi di T_{1r} e T_{2r} :

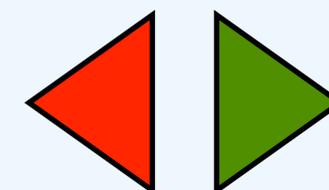
- entrambe sono punti propri;
- giacciono sui quadri omonimi;
- non sono coincidenti;
- appartengono alla stessa LdR.

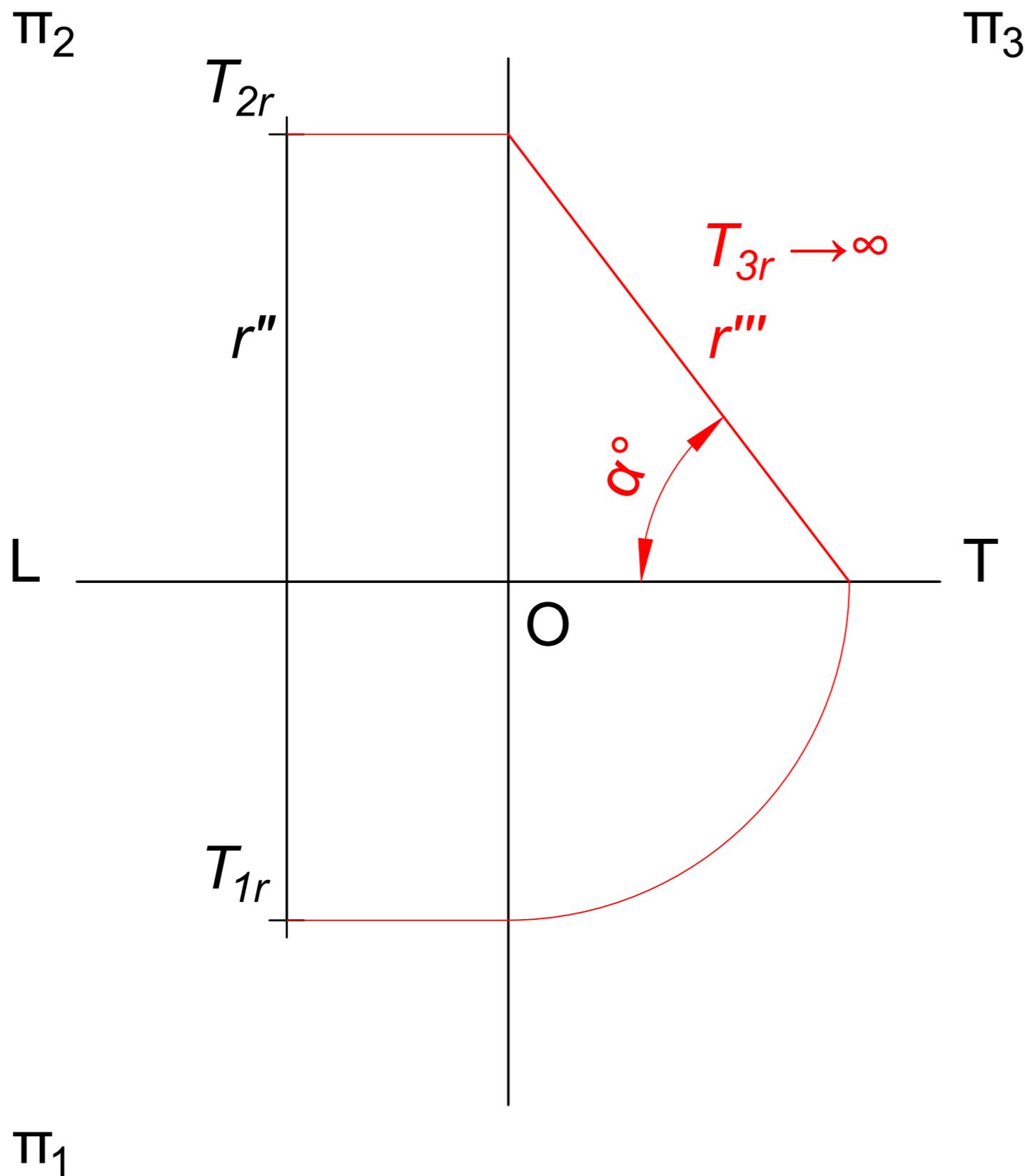
La retta quindi è di profilo ($r // \pi_3$).

Proiettare T_{1r} su π_2 e T_{2r} su π_1 .

Tracciare la prima immagine r' della retta r congiungendo T_{1r} con la proiezione di T_{2r} su π_1

Tracciare la seconda immagine r'' della retta r congiungendo T_{2r} con la proiezione di T_{1r} su π_2





Date le tracce T_{1r} e T_{2r} della retta r determinare le immagini r' e r'' della retta stessa

Analisi di T_{1r} e T_{2r} :

- entrambe sono punti propri;
- giacciono sui quadri omonimi;
- non sono coincidenti;
- appartengono alla stessa LdR.

La retta quindi è di profilo ($r // \pi_3$).

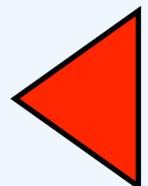
Proiettare T_{1r} su π_2 e T_{2r} su π_1 .

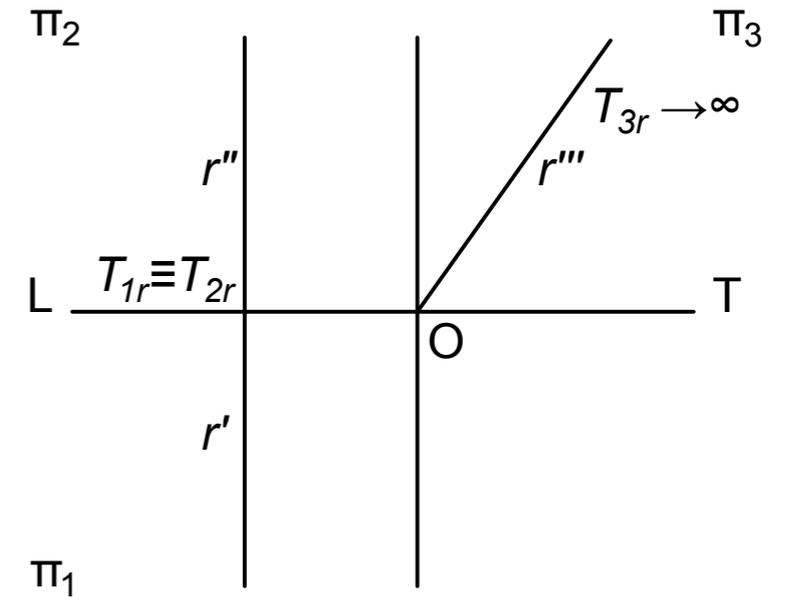
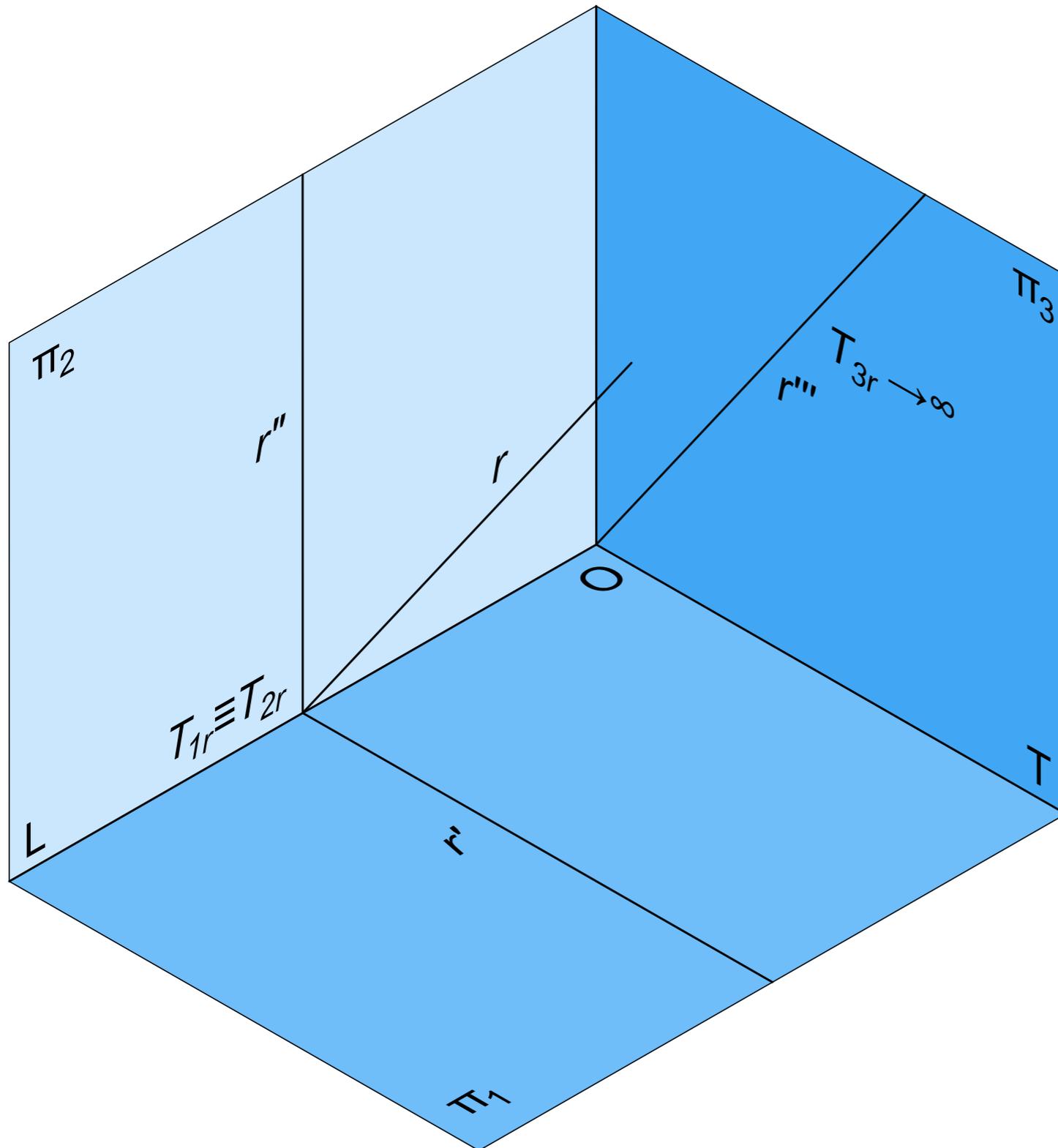
Tracciare la prima immagine r' della retta r congiungendo T_{1r} con la proiezione di T_{2r} su π_1

Tracciare la seconda immagine r'' della retta r congiungendo T_{2r} con la proiezione di T_{1r} su π_2

Le immagini r' ed r'' della retta r , date le sue tracce T_{1r} e T_{2r} , sono così determinate.

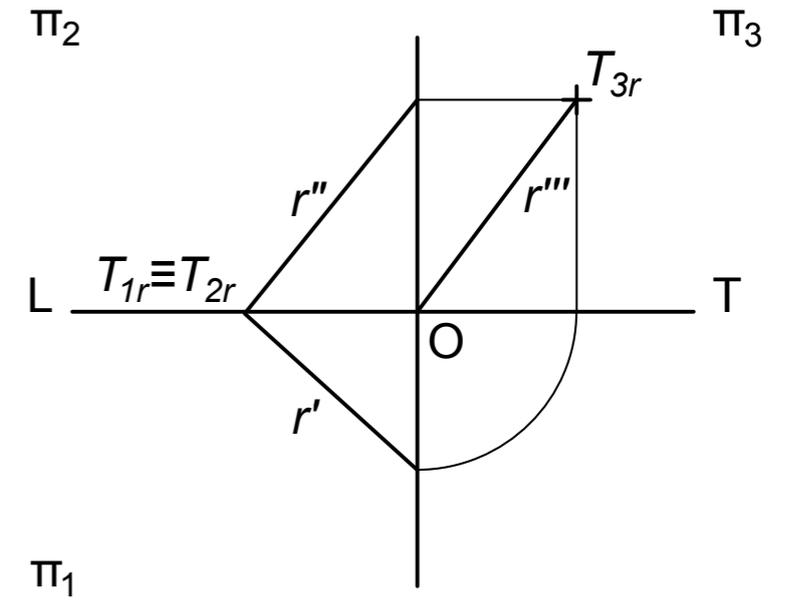
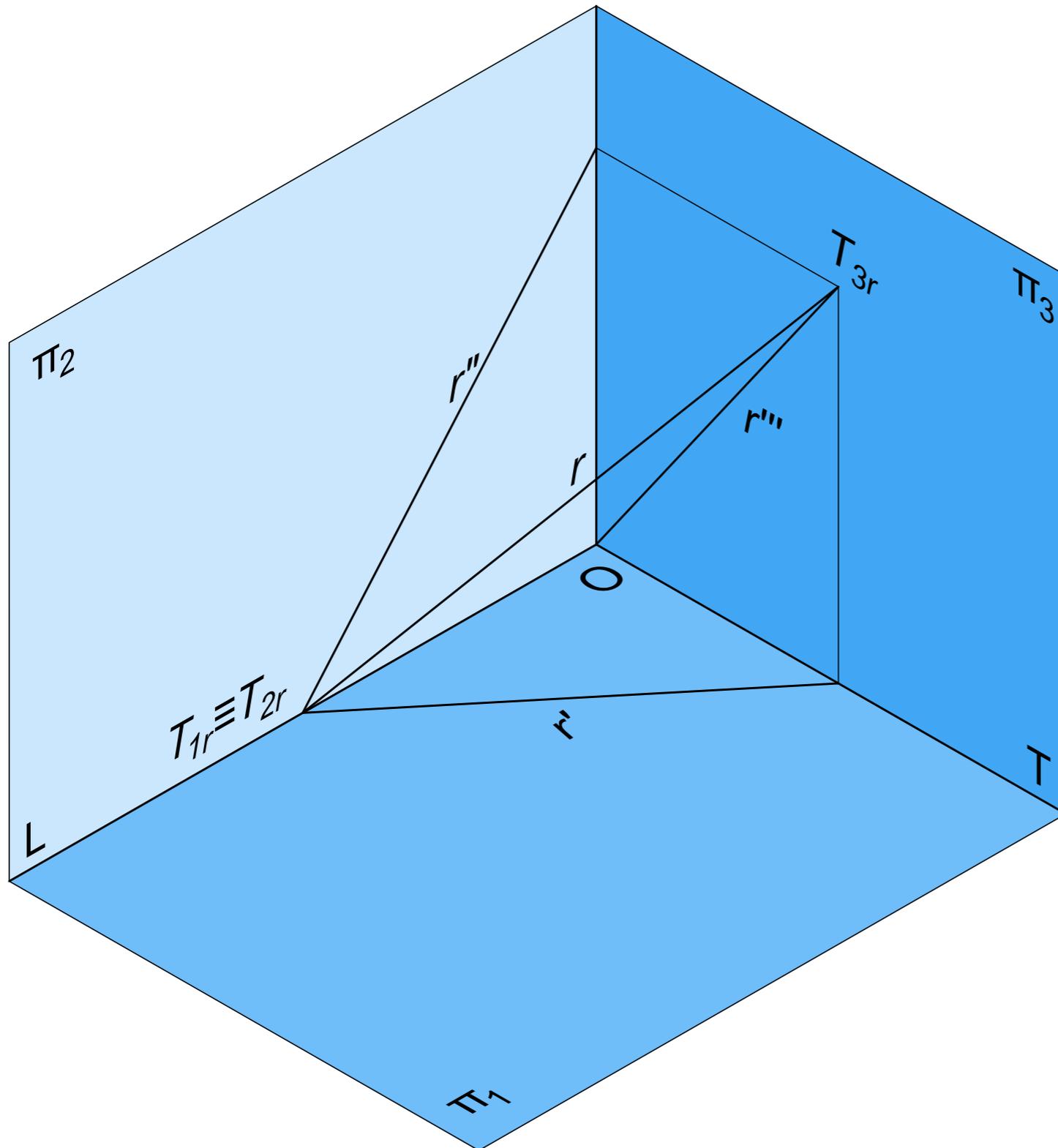
Per una rappresentazione più completa della retta r è opportuno raffigurarne anche la terza immagine, sul terzo quadro (π_3), dove è possibile rilevare l'inclinazione della retta r rispetto al primo quadro.





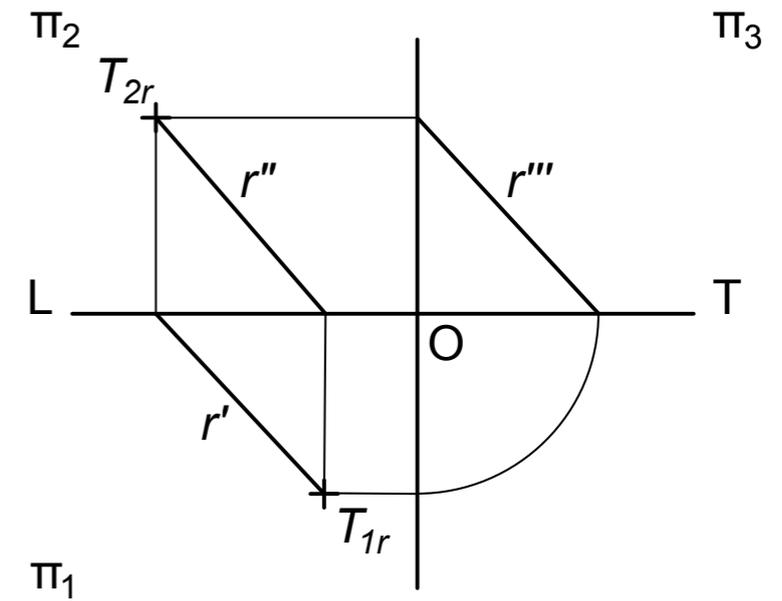
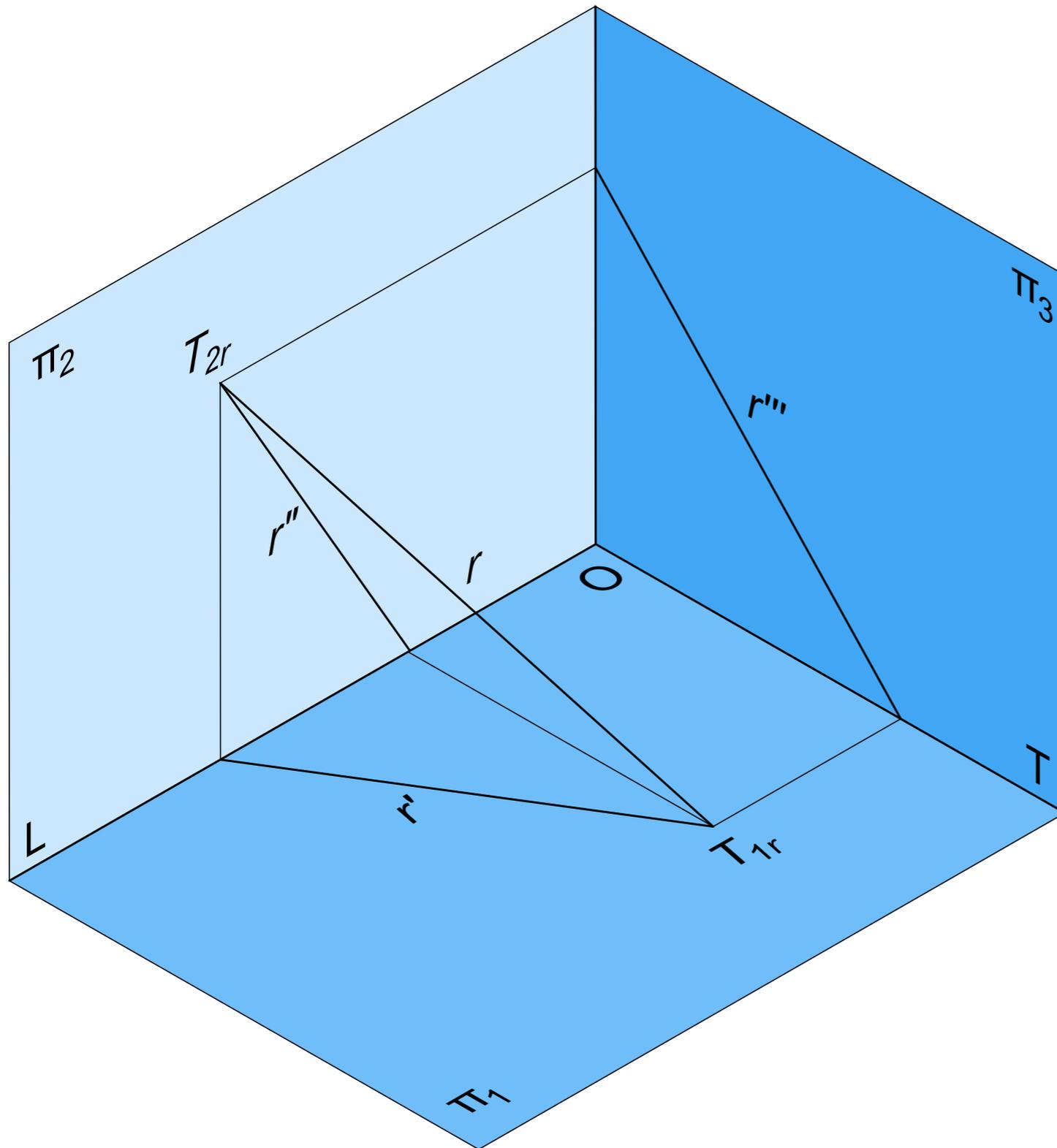
						di profilo	sghemba
Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta $//LT (\perp \pi_3)$	Retta $//\pi_1 \angle \pi_2$	Retta $//\pi_2 \angle \pi_1$	Retta $//\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica





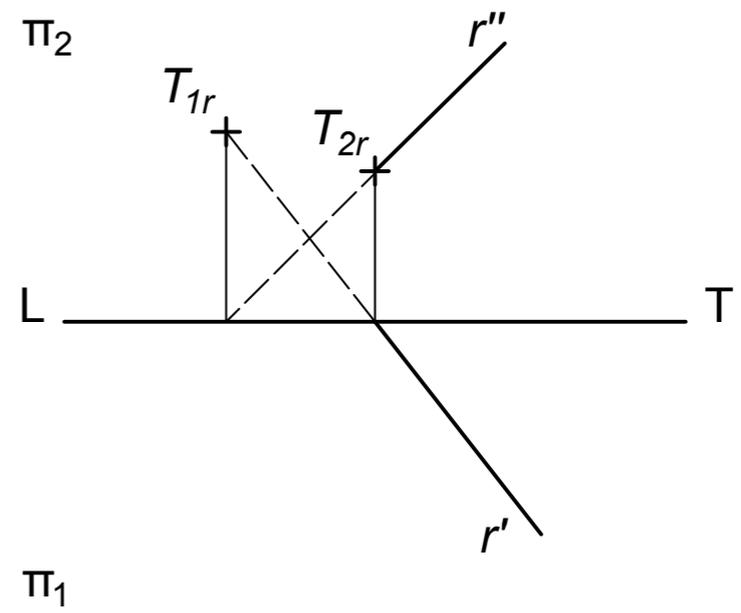
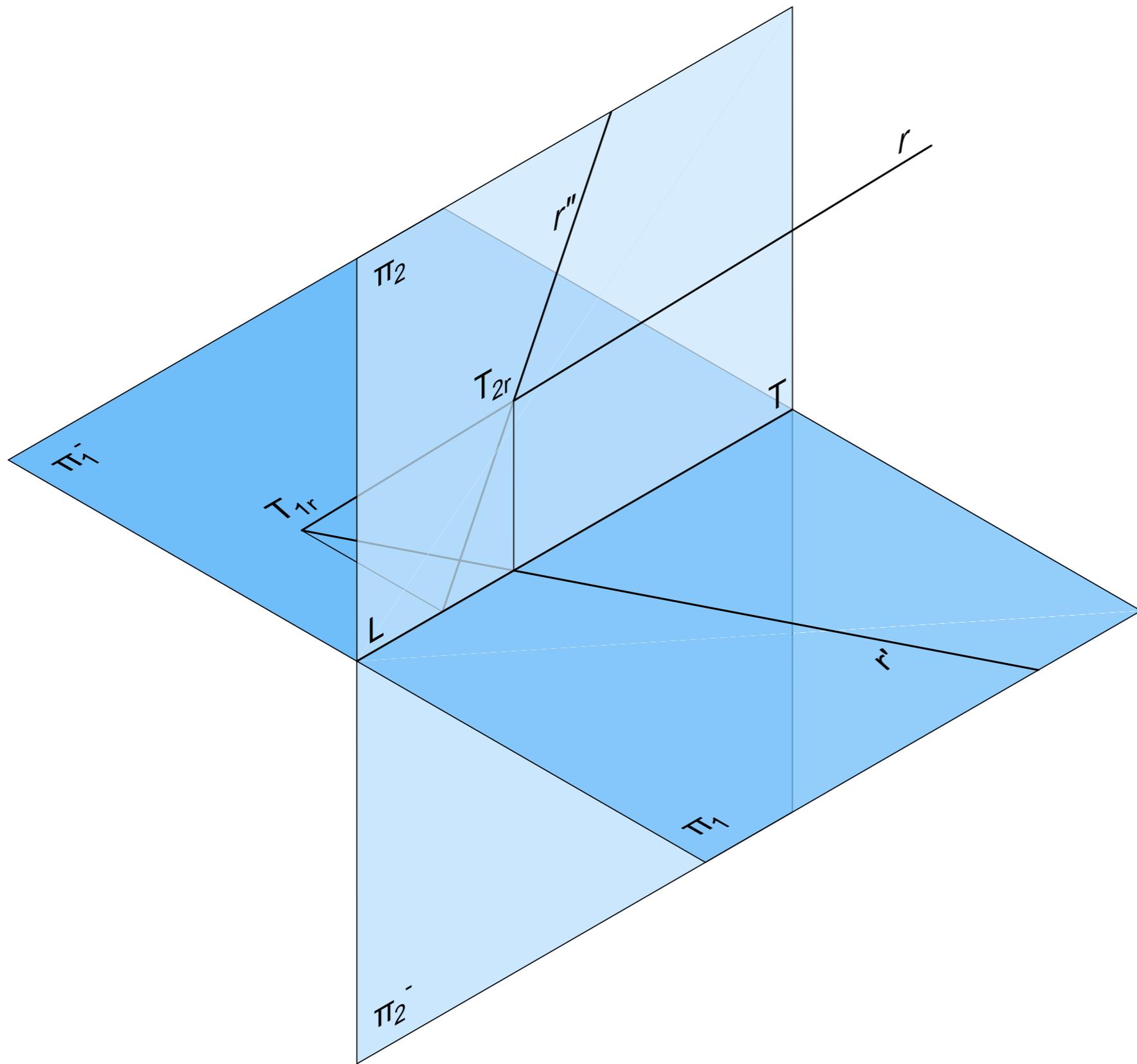
						di profilo	sghemba
Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta $//LT (\perp \pi_3)$	Retta $//\pi_1 \angle \pi_2$	Retta $//\pi_2 \angle \pi_1$	Retta $//\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica



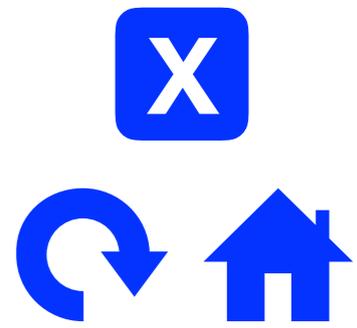


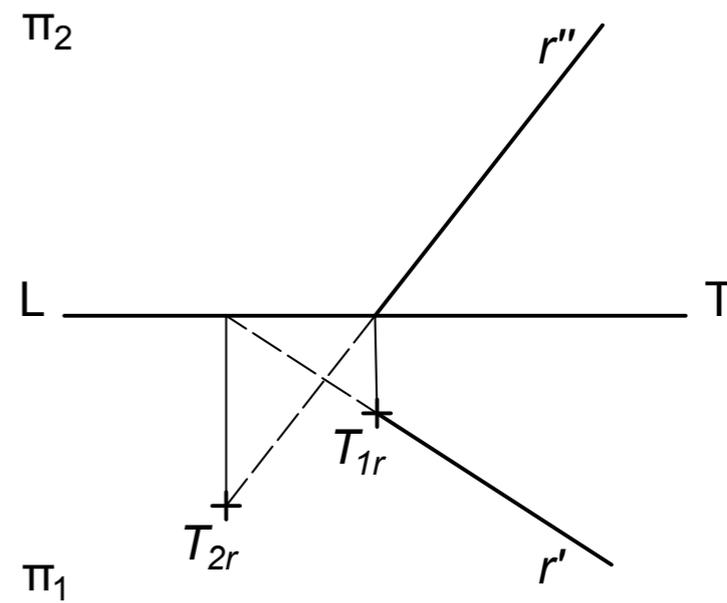
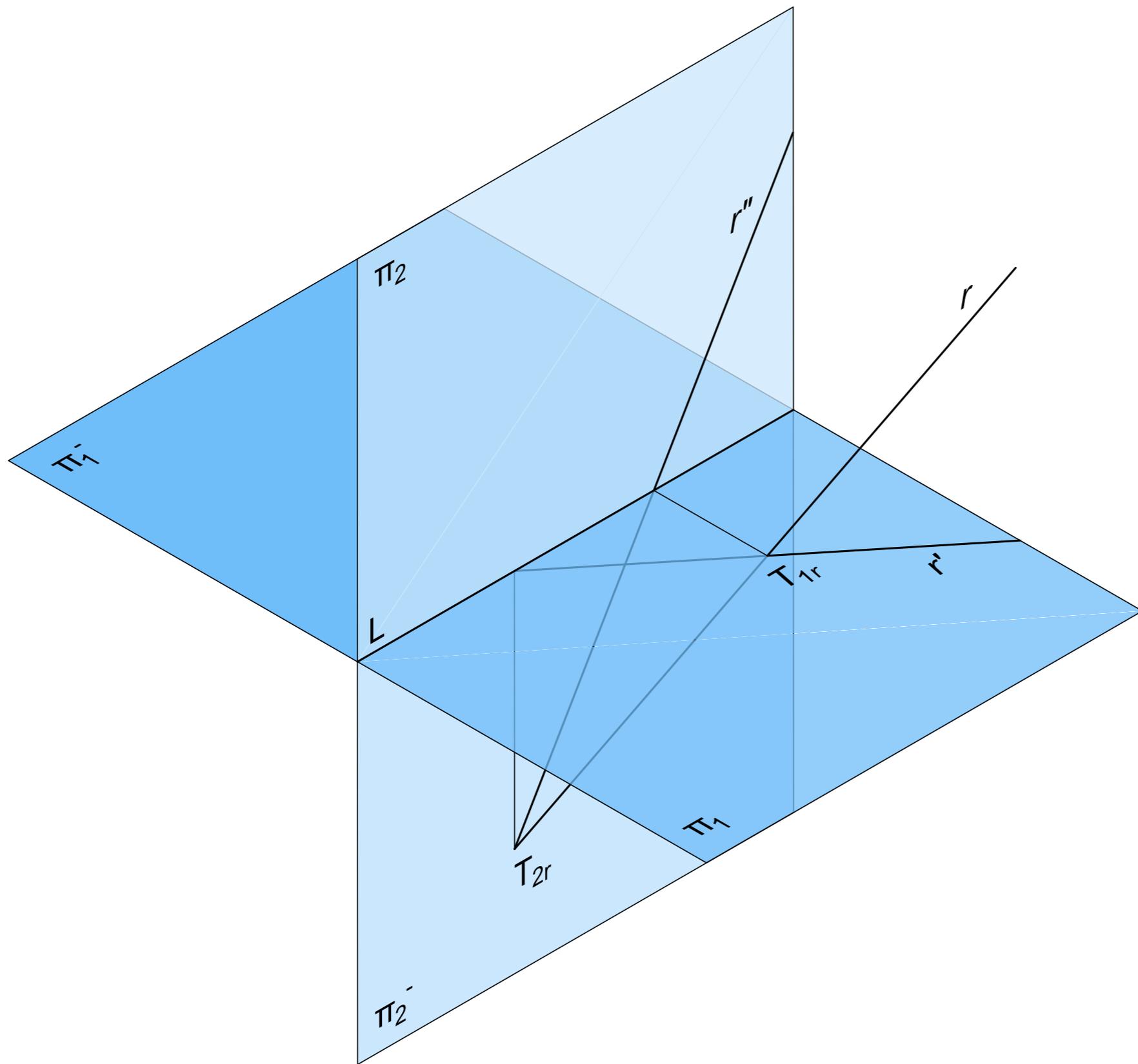
Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta $//LT (\perp \pi_3)$	Retta $//\pi_1 \angle \pi_2$	Retta $//\pi_2 \angle \pi_1$	Retta $//\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica
------------------------	------------------------	-------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------	-------------------





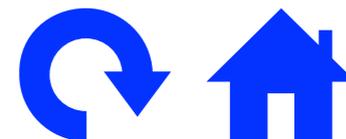
Retta con T_{1r} su π₁⁻ e T_{2r} su π₂⁻	Retta con T_{1r} su π₁⁺ e T_{2r} su π₂⁻
--	--





ESERCIZIO GUIDATO

Retta con T_{1r} su π_1^- e T_{2r} su π_2^+	Retta con T_{1r} su π_1^+ e T_{2r} su π_2^-
--	--



Date le tracce T_{1r} e T_{2r} della retta r determinare le immagini r' e r'' della retta stessa

Analisi di T_{1r} e T_{2r} :

- entrambe sono punti propri;
- entrambe giacciono sotto LT;
- non sono coincidenti;
- non appartengono alla stessa LdR.

La retta quindi è sghemba anomala con T_{2r} giacente su π_2^- nel IV spazio diedro.

π_2

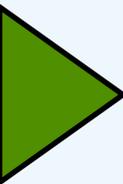
L

T

+
 T_{1r}

+
 T_{2r}

π_1



Date le tracce T_{1r} e T_{2r} della retta r determinare le immagini r' e r'' della retta stessa

Analisi di T_{1r} e T_{2r} :

- entrambe sono punti propri;
- entrambe giacciono sotto LT;
- non sono coincidenti;
- non appartengono alla stessa LdR.

La retta quindi è sghemba anomala con T_{2r} giacente su π_2^- nel IV spazio diedro.

Proiettare T_{1r} su π_2 e T_{2r} su π_1

π_2

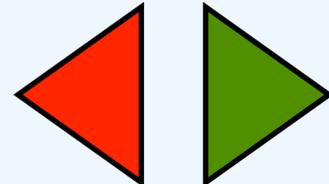


T_{1r}

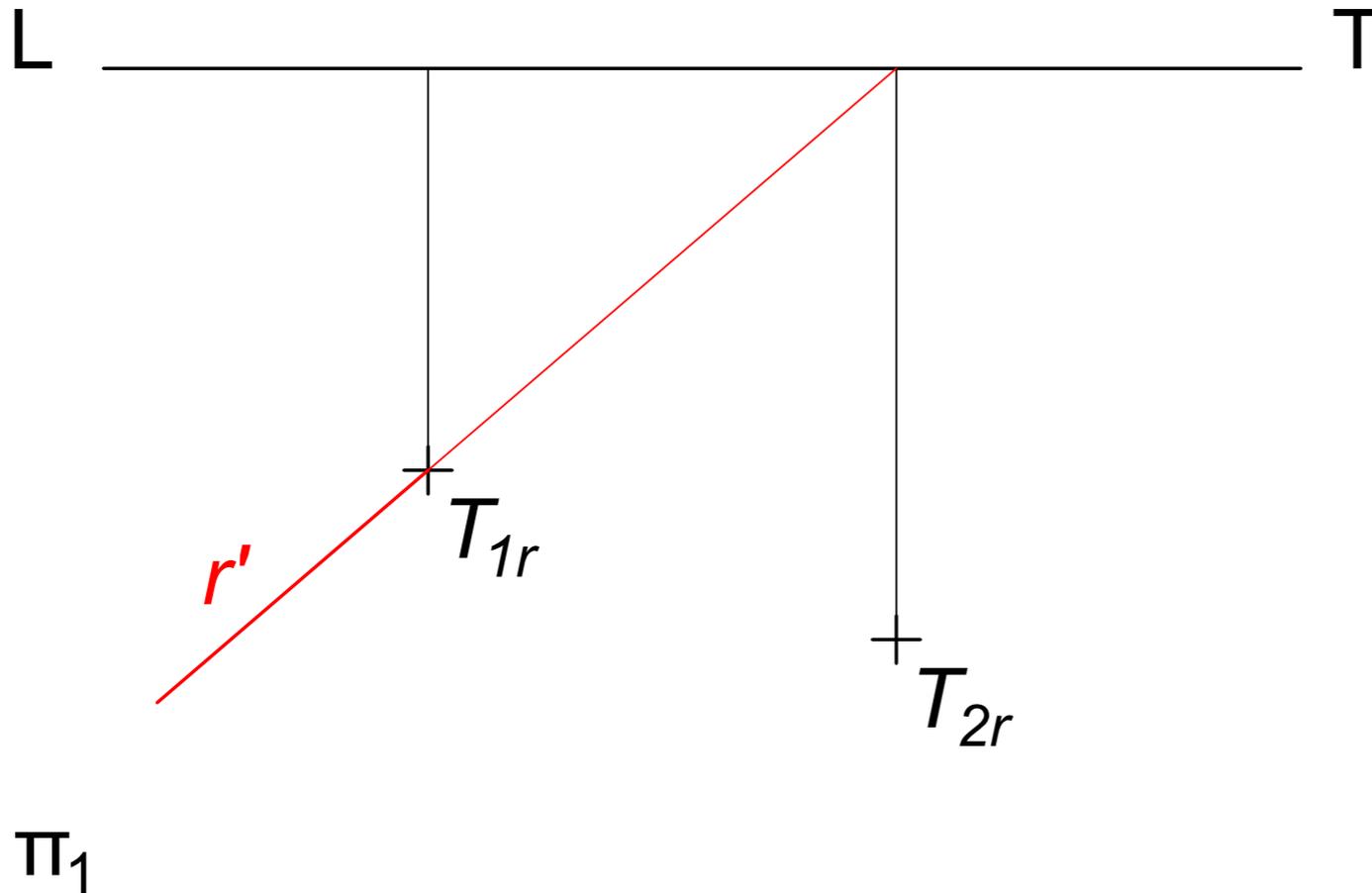


T_{2r}

π_1



π_2



π_1

Date le tracce T_{1r} e T_{2r} della retta r determinare le immagini r' e r'' della retta stessa

Analisi di T_{1r} e T_{2r} :

- entrambe sono punti propri;
- entrambe giacciono sotto LT;
- non sono coincidenti;
- non appartengono alla stessa LdR.

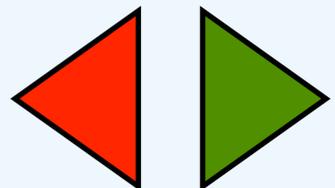
La retta quindi è sghemba anomala con T_{2r} giacente su π_2^- nel IV spazio diedro.

Proiettare T_{1r} su π_2 e T_{2r} su π_1

Congiungere la proiezione di T_{2r} con T_{1r} e prolungare oltre T_{1r} .

Quanto rappresentato tra la proiezione di T_{2r} e la traccia T_{1r} è la porzione dell'immagine prima della retta ricadente nel IV spazio diedro.

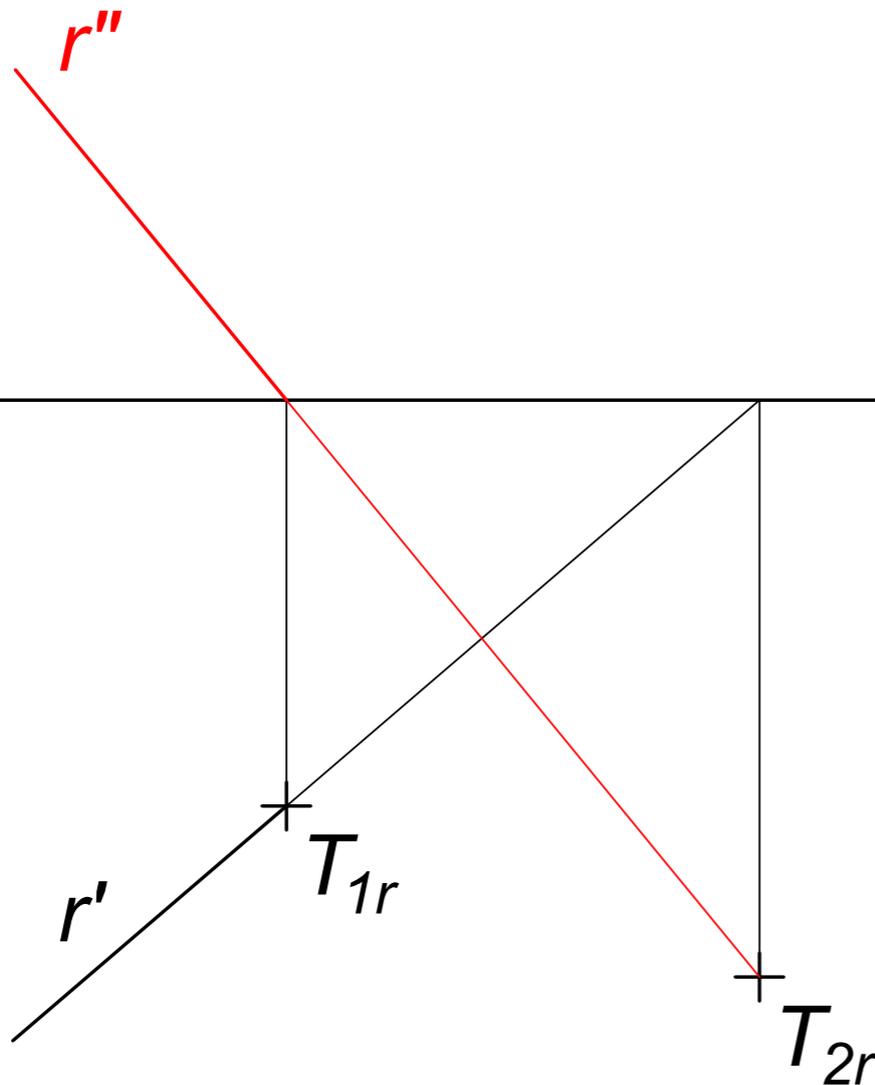
Quanto disegnato oltre T_{1r} è l'immagine prima della retta ricadente nel I spazio diedro.



π_2

L

T

 π_1 

Date le tracce T_{1r} e T_{2r} della retta r determinare le immagini r' e r'' della retta stessa

Analisi di T_{1r} e T_{2r} :

- entrambe sono punti propri;
- entrambe giacciono sotto LT;
- non sono coincidenti;
- non appartengono alla stessa LdR.

La retta quindi è sghemba anomala con T_{2r} giacente su π_2^- nel IV spazio diedro.

Proiettare T_{1r} su π_2 e T_{2r} su π_1

Congiungere la proiezione di T_{2r} con T_{1r} e prolungare oltre T_{1r} .

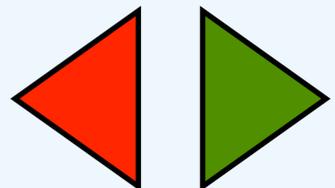
Quanto rappresentato tra la proiezione di T_{2r} e la traccia T_{1r} è la porzione dell'immagine prima della retta ricadente nel IV spazio diedro.

Quanto disegnato oltre T_{1r} è l'immagine prima della retta ricadente nel I spazio diedro.

Congiungere T_{2r} con la proiezione di T_{1r} e prolungare su π_2 .

Quanto disegnato su π_1 rappresenta la porzione della seconda immagine della retta ricadente nel IV spazio diedro.

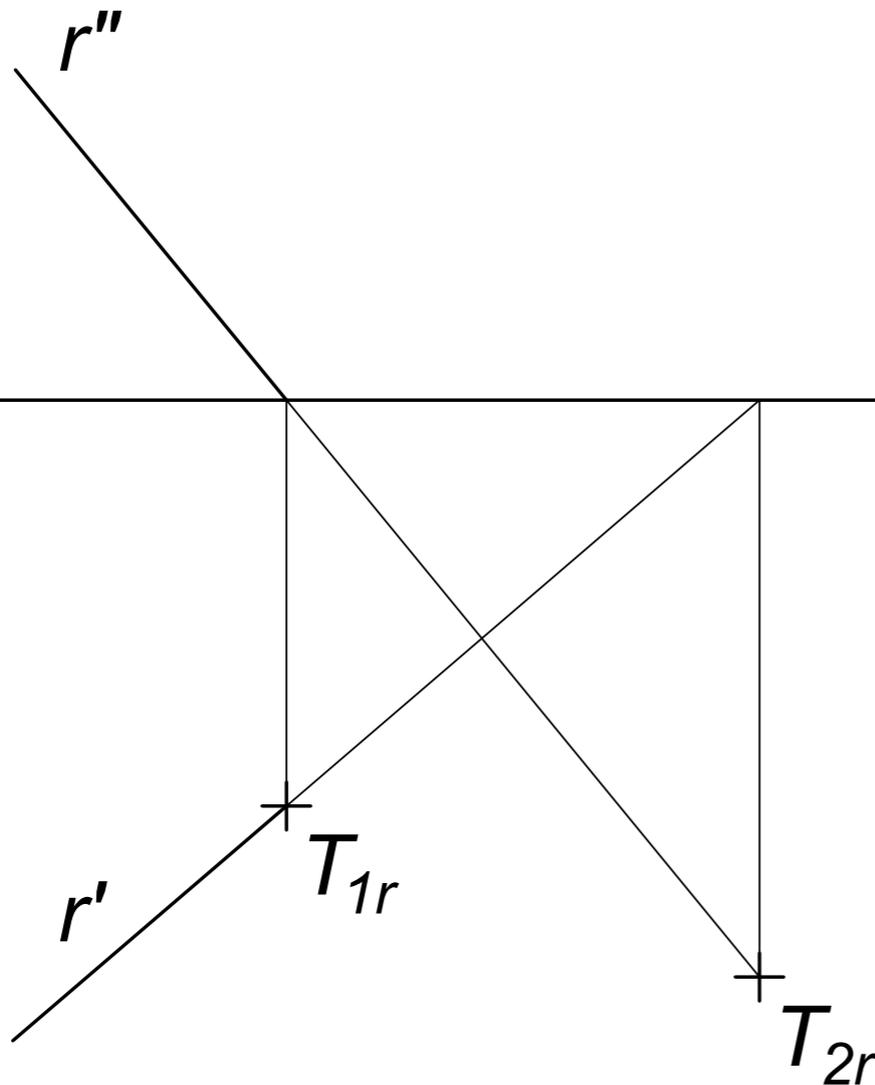
Quanto rappresentato su π_2 è la seconda immagine della retta ricadente nel I spazio diedro.



π_2

L

T

 π_1 

Date le tracce T_{1r} e T_{2r} della retta r determinare le immagini r' e r'' della retta stessa

Analisi di T_{1r} e T_{2r} :

- entrambe sono punti propri;
- entrambe giacciono sotto LT;
- non sono coincidenti;
- non appartengono alla stessa LdR.

La retta quindi è sghemba anomala con T_{2r} giacente su π_2^- nel IV spazio diedro.

Proiettare T_{1r} su π_2 e T_{2r} su π_1

Congiungere la proiezione di T_{2r} con T_{1r} e prolungare oltre T_{1r} .

Quanto rappresentato tra la proiezione di T_{2r} e la traccia T_{1r} è la porzione dell'immagine prima della retta ricadente nel IV spazio diedro.

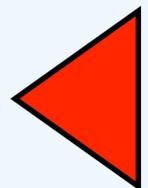
Quanto disegnato oltre T_{1r} è l'immagine prima della retta ricadente nel I spazio diedro.

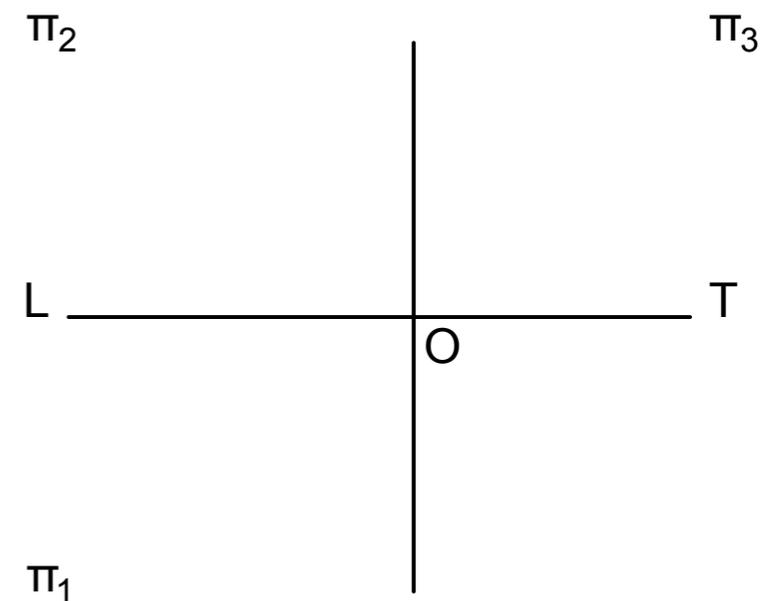
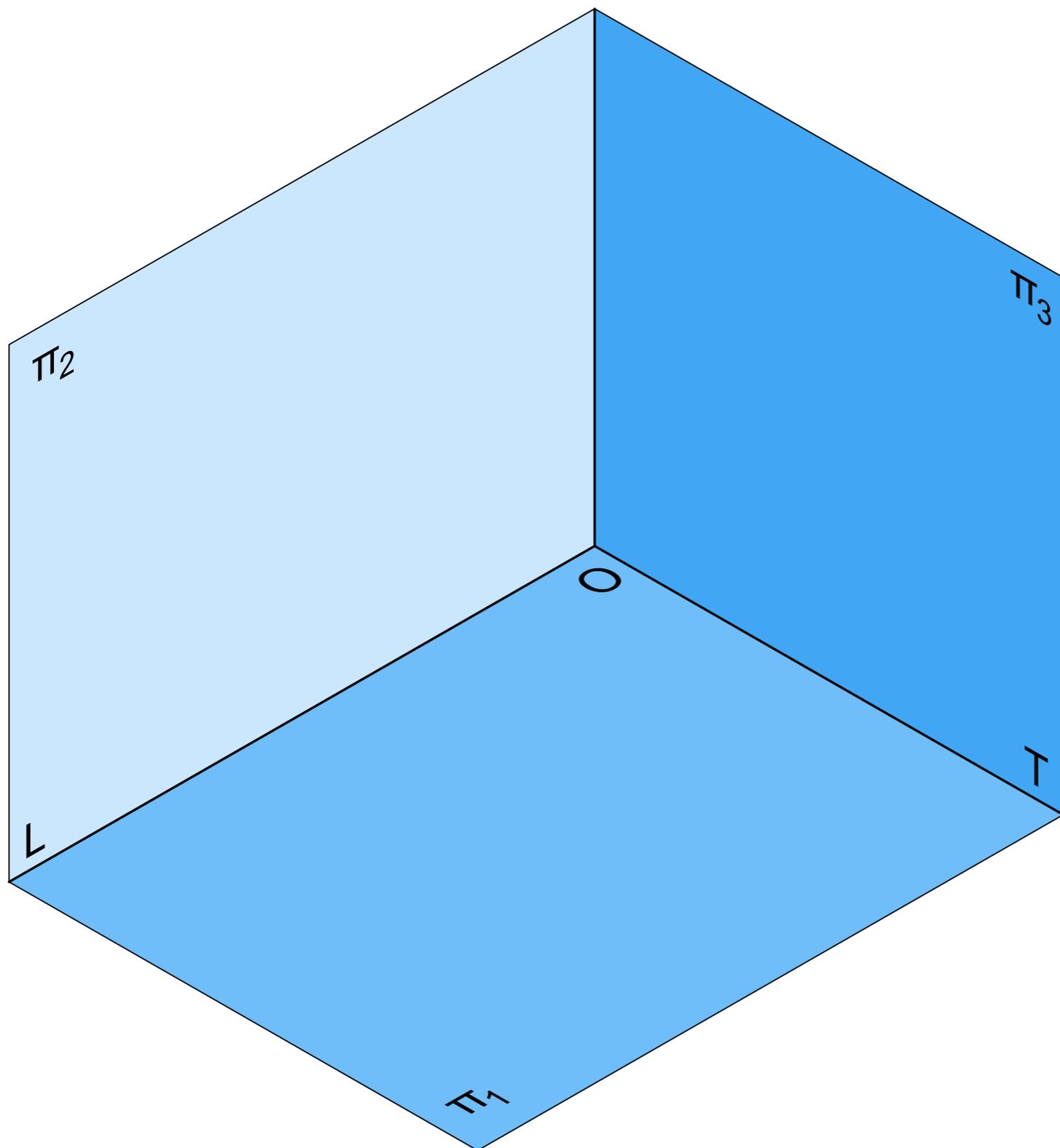
Congiungere T_{2r} con la proiezione di T_{1r} e prolungare su π_2 .

Quanto disegnato su π_1 rappresenta la porzione della seconda immagine della retta ricadente nel IV spazio diedro.

Quanto rappresentato su π_2 è la seconda immagine della retta ricadente nel I spazio diedro.

Le immagini r' ed r'' della retta r sono così determinate

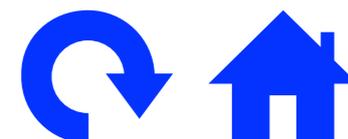


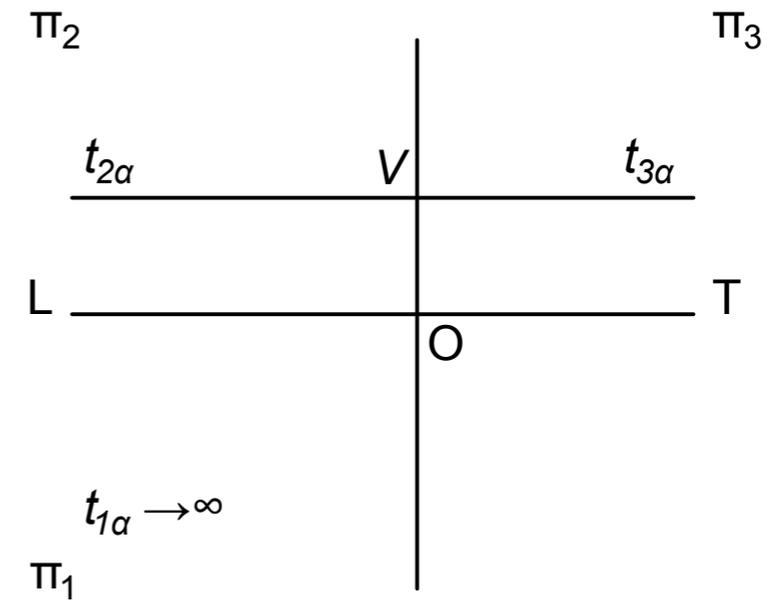
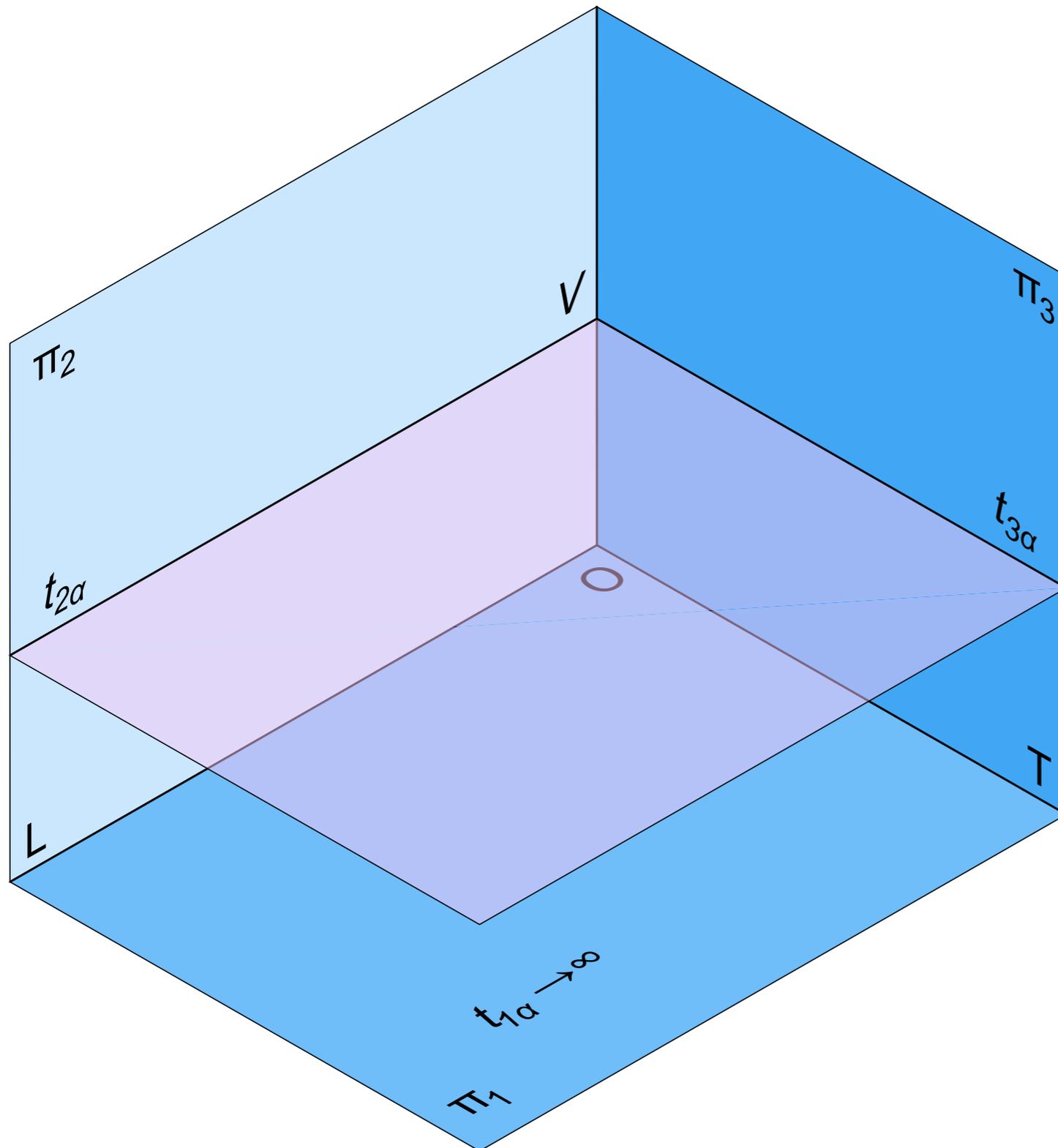


Il piano è rappresentato
mediante le sue tracce

t_{1a} ; t_{2a} e t_{3a}

Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
----------------------------	----------------------------	----------------------------	--	--	------------------------------	-----------------------------------	---------------------------------





ESERCIZIO GUIDATO

Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
----------------------------	----------------------------	----------------------------	--	--	-----------------------	----------------------------	--------------------------



π_2 π_3

L

T

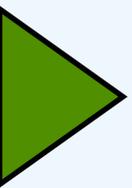
O

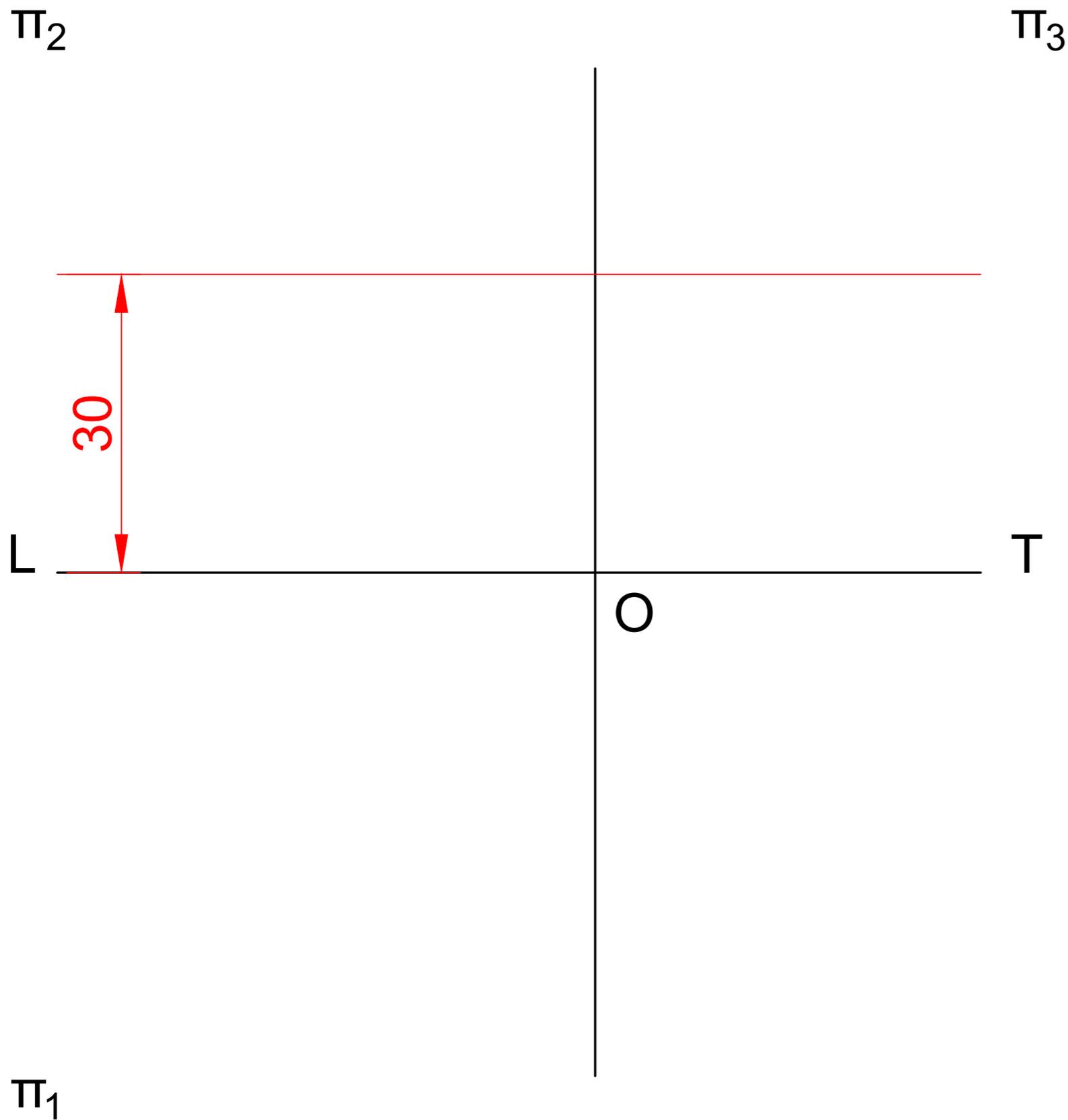
 π_1

Rappresentare il piano α orizzontale di cui è fornita la quota $h_\alpha = 30\text{mm}$.

Analisi:

- Il piano α è parallelo a π_1 perciò la $t_{1\alpha}$ è impropria cioè: $t_{1\alpha} \rightarrow \infty$;
- $t_{2\alpha}$ e $t_{3\alpha}$ sono // LT poste alla quota h_α .





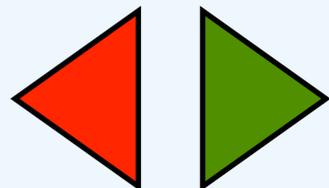
Rappresentare il piano α orizzontale di cui è fornita la quota $h_\alpha = 30\text{mm}$.

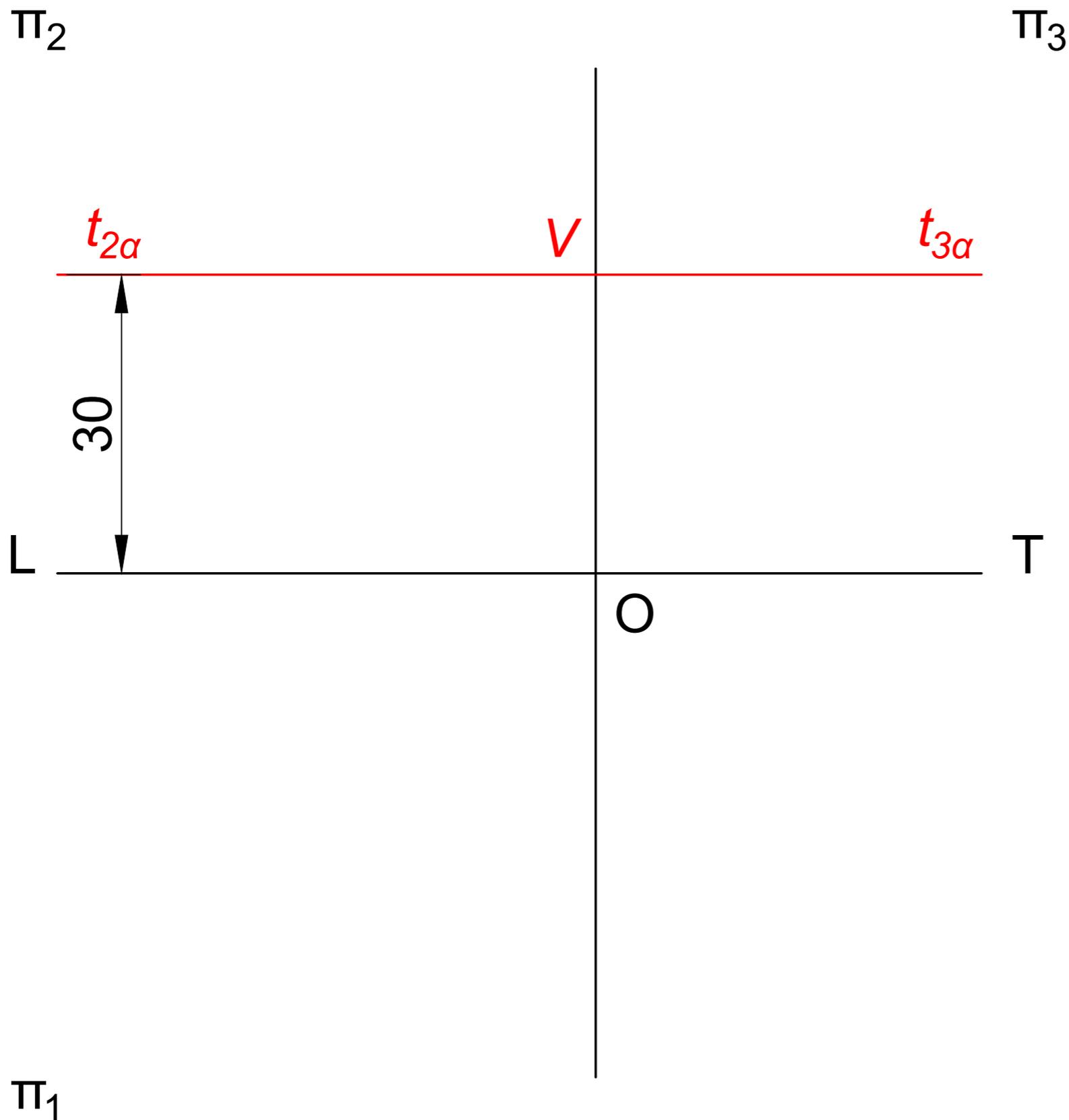
Analisi:

- Il piano α è parallelo a π_1 perciò la $t_{1\alpha}$ è impropria cioè: $t_{1\alpha} \rightarrow \infty$;
- $t_{2\alpha}$ e $t_{3\alpha}$ sono // LT poste alla quota h_α .

Ricerca delle tracce:

- parallelamente alla LT si individua, su π_1 e su π_2 , il riferimento della quota del piano α posta ad $h_\alpha = 30\text{mm}$;





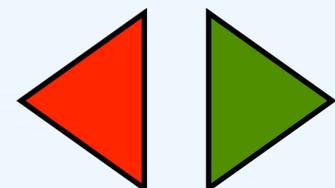
Rappresentare il piano α orizzontale di cui è fornita la quota $h_\alpha = 30\text{mm}$.

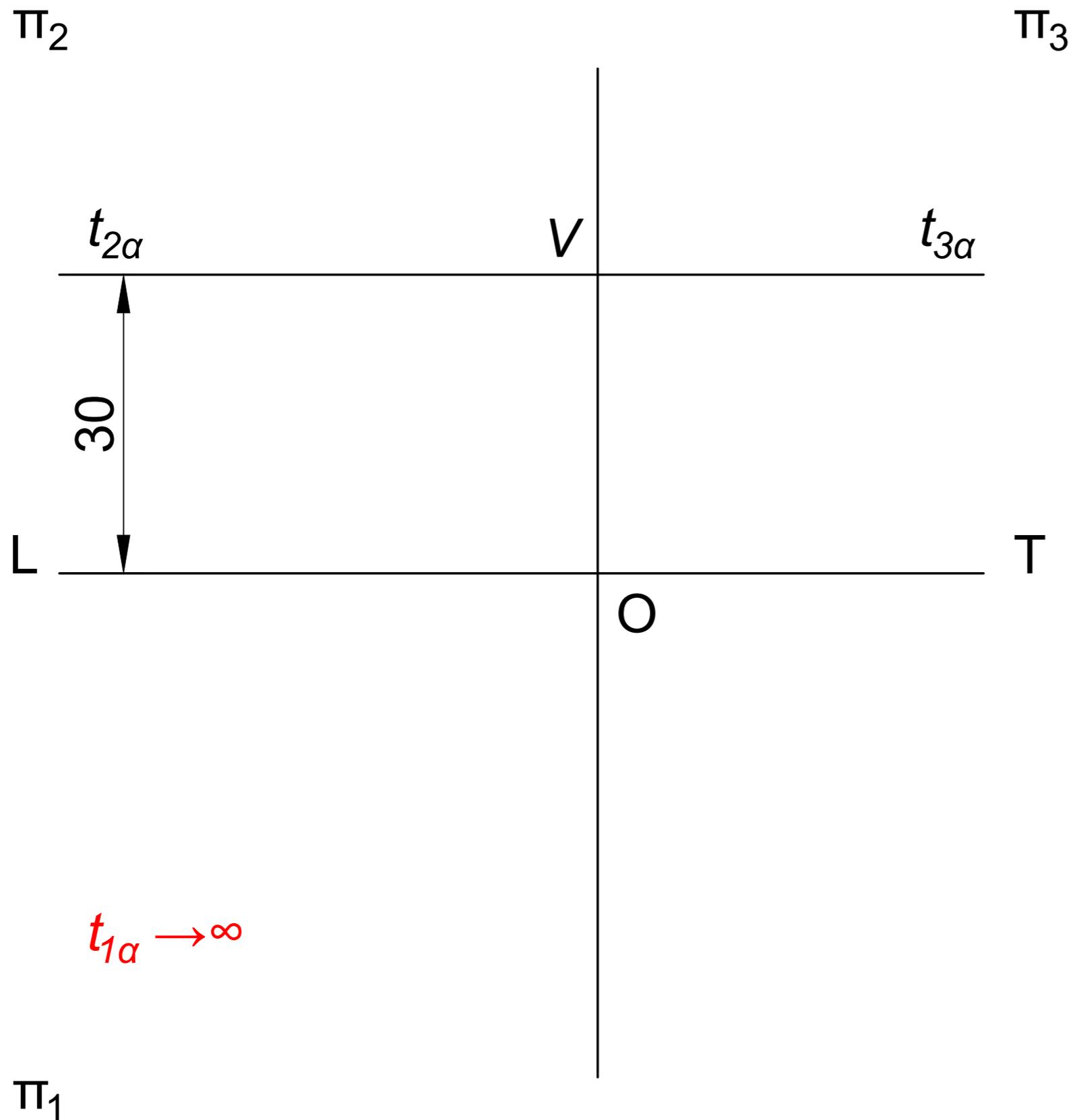
Analisi:

- Il piano α è parallelo a π_1 perciò la $t_{1\alpha}$ è impropria cioè: $t_{1\alpha} \rightarrow \infty$;
- $t_{2\alpha}$ e $t_{3\alpha}$ sono // LT poste alla quota h_α .

Ricerca delle tracce:

- parallelamente alla LT si individua, su π_1 e su π_2 , il riferimento della quota del piano α posta ad $h_\alpha = 30\text{mm}$;
- sulla linea di riferimento, individuante la quota di α , si rappresentano le tracce del piano. Su π_2 $t_{2\alpha}$ e su π_3 $t_{3\alpha}$. Si indica con V l'intersezione di α con la separatrice tra il secondo e il terzo quadro;





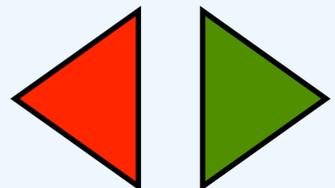
Rappresentare il piano α orizzontale di cui è fornita la quota $h_\alpha = 30\text{mm}$.

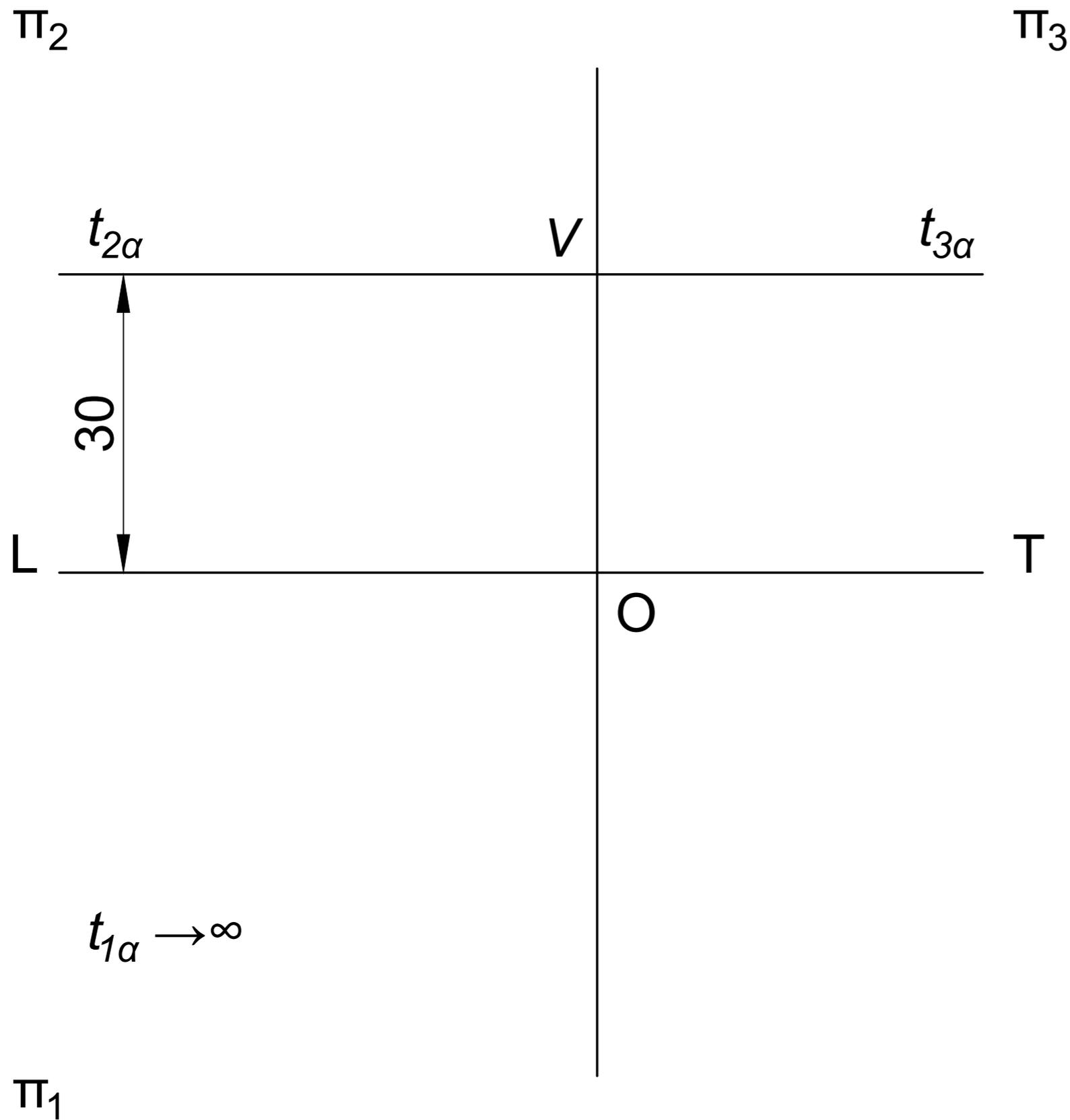
Analisi:

- Il piano α è parallelo a π_1 perciò la $t_{1\alpha}$ è impropria cioè: $t_{1\alpha} \rightarrow \infty$;
- $t_{2\alpha}$ e $t_{3\alpha}$ sono // LT poste alla quota h_α .

Ricerca delle tracce:

- parallelamente alla LT si individua, su π_1 e su π_2 , il riferimento della quota del piano α posta ad $h_\alpha = 30\text{mm}$;
- sulla linea di riferimento, individuante la quota di α , si rappresentano le tracce del piano. Su π_2 $t_{2\alpha}$ e su π_3 $t_{3\alpha}$. Si indica con V l'intersezione di α con la separatrice tra il secondo e il terzo quadro;
- la $t_{1\alpha}$, come già analizzato, è impropria e perciò indicata su π_1 con $t_{1\alpha} \rightarrow \infty$.





Rappresentare il piano α orizzontale di cui è fornita la quota $h_\alpha = 30\text{mm}$.

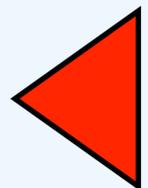
Analisi:

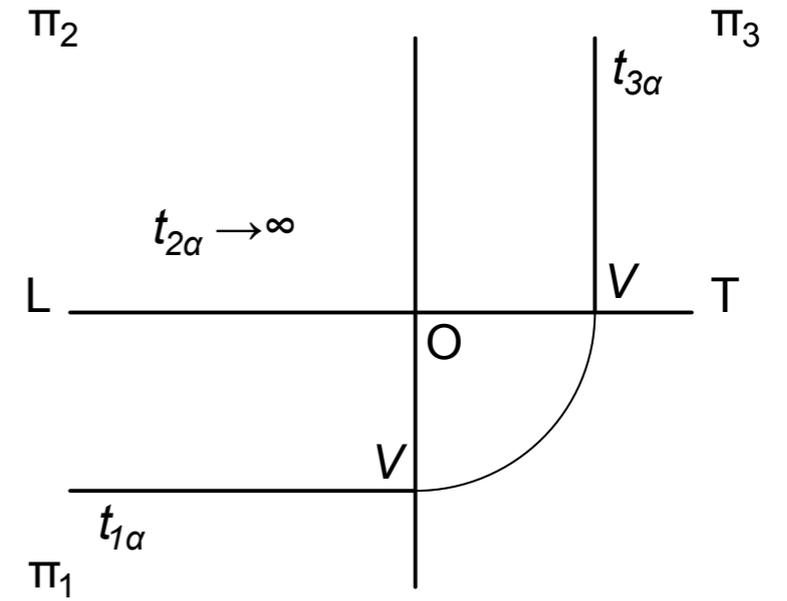
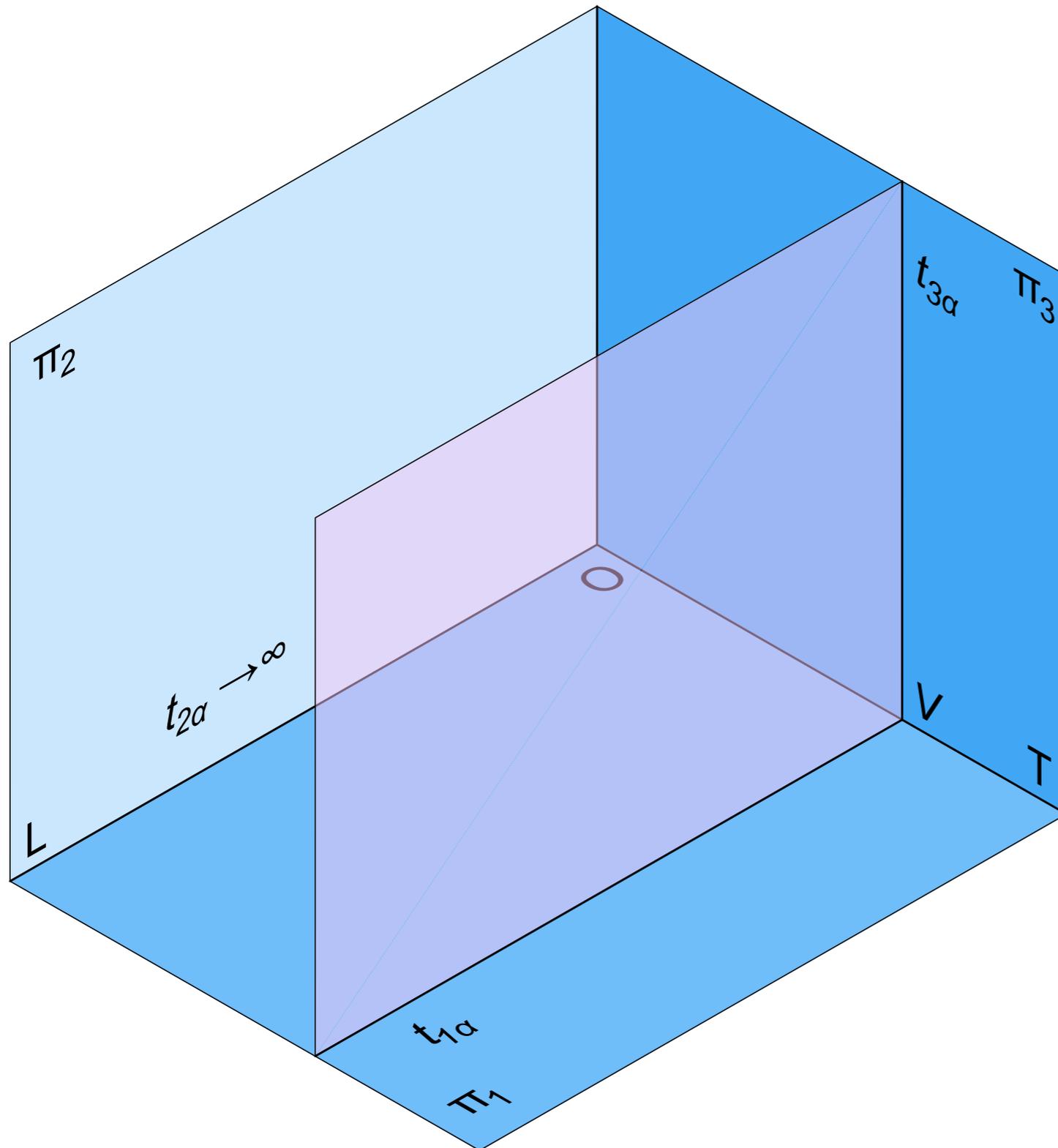
- Il piano α è parallelo a π_1 perciò la $t_{1\alpha}$ è impropria cioè: $t_{1\alpha} \rightarrow \infty$;
- $t_{2\alpha}$ e $t_{3\alpha}$ sono // LT poste alla quota h_α .

Ricerca delle tracce:

- parallelamente alla LT si individua, su π_1 e su π_2 , il riferimento della quota del piano α posta ad $h_\alpha = 30\text{mm}$;
- sulla linea di riferimento, individuante la quota di α , si rappresentano le tracce del piano. Su π_2 $t_{2\alpha}$ e su π_3 $t_{3\alpha}$. Si indica con V l'intersezione di α con la separatrice tra il secondo e il terzo quadro;
- la $t_{1\alpha}$, come già analizzato, è impropria e perciò indicata su π_1 con $t_{1\alpha} \rightarrow \infty$.

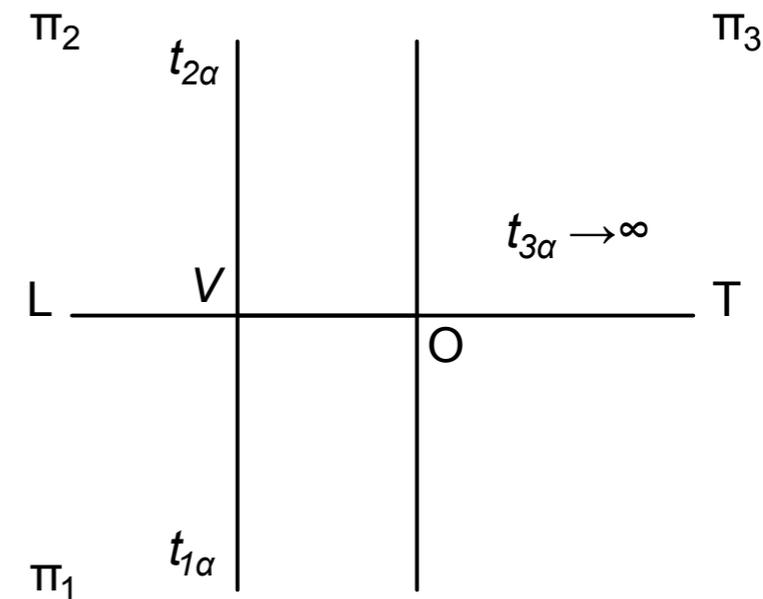
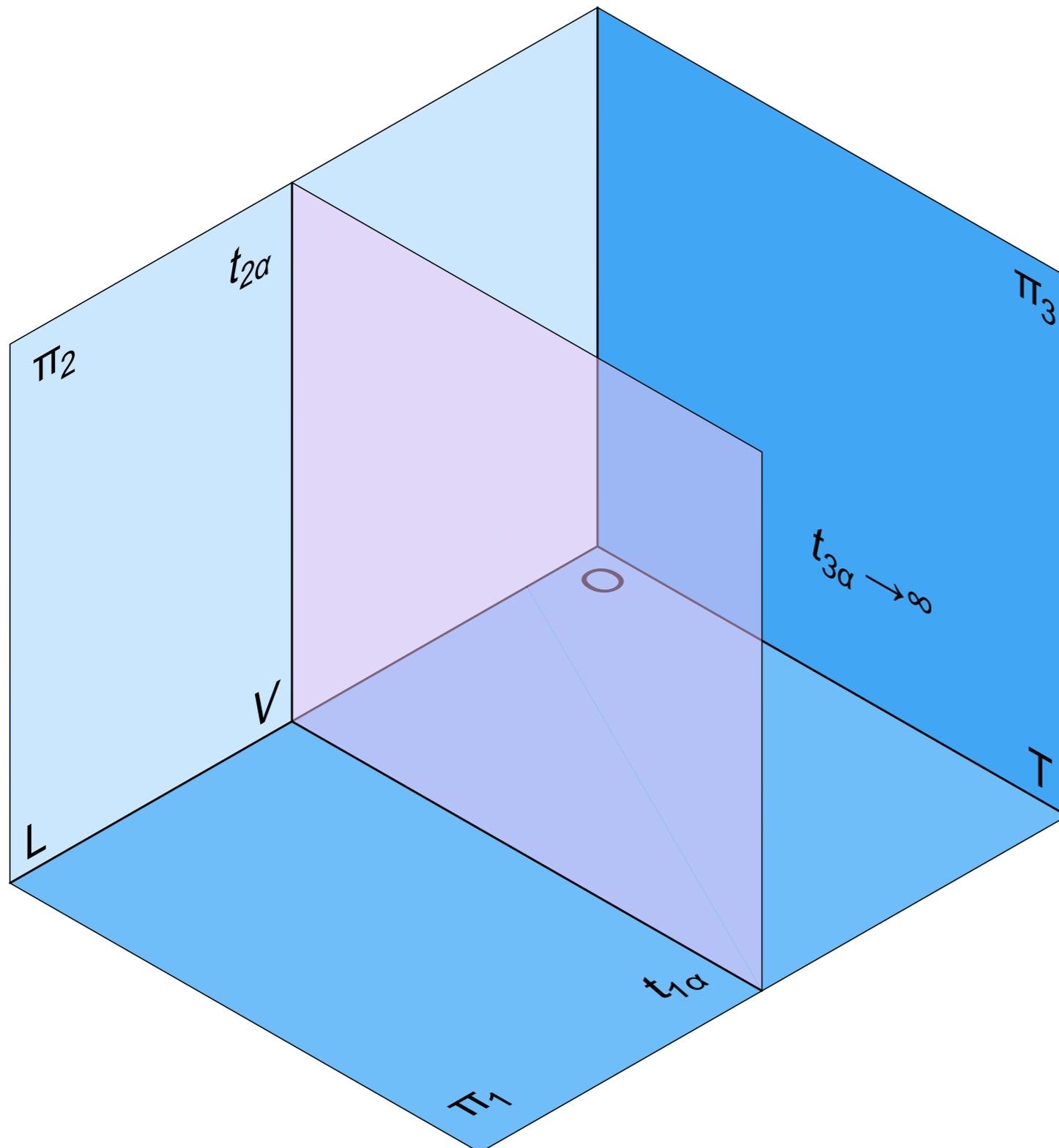
Rappresentate le tracce $t_{1\alpha}$, $t_{2\alpha}$ e $t_{3\alpha}$ il piano α risulta completamente determinato.



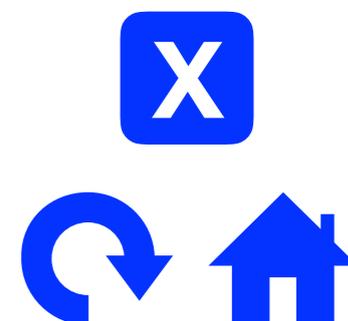


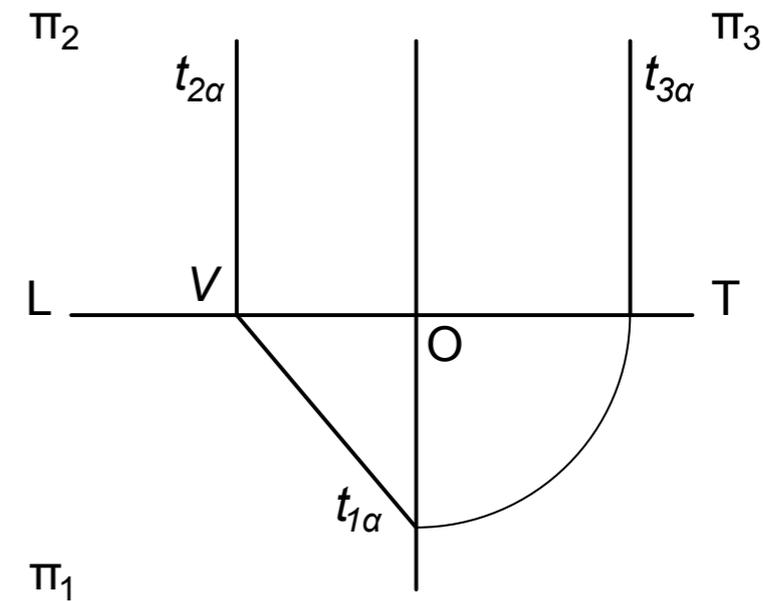
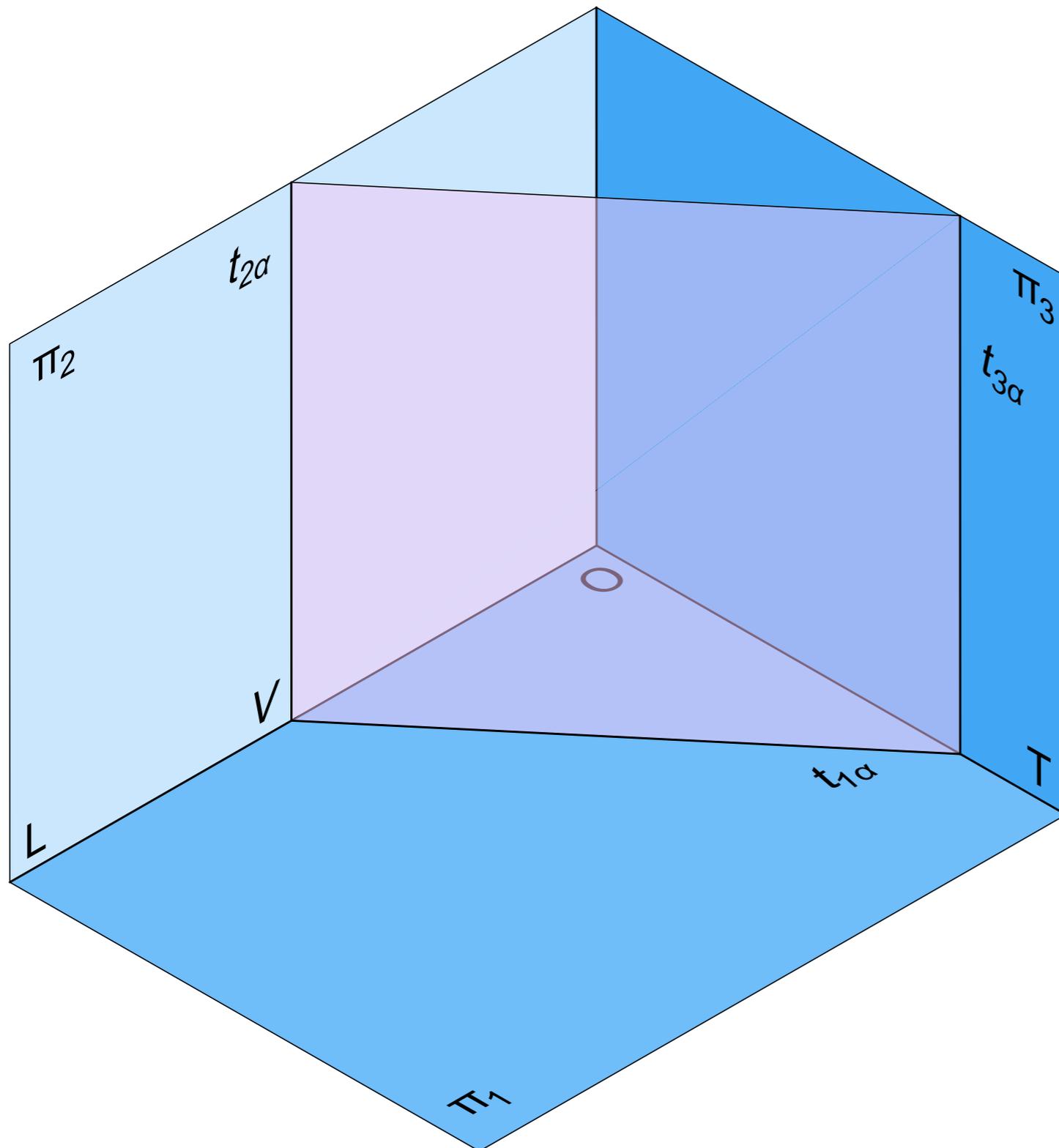
Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscende LT	Piano generico
---------------------	---------------------	---------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	----------------	---------------------	-------------------





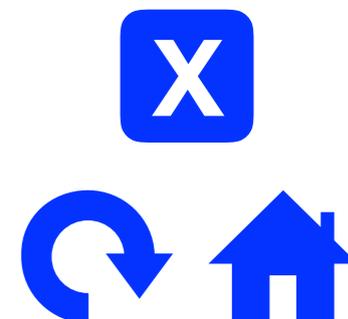
Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
----------------------------	----------------------------	----------------------------	--	--	------------------------------	-----------------------------------	--------------------------





ESERCIZIO GUIDATO

Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
---------------------	---------------------	---------------------	--	-------------------------------------	----------------	---------------------	-------------------



π_2 π_3

L

T

O

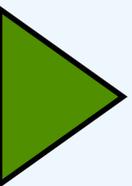
 π_1

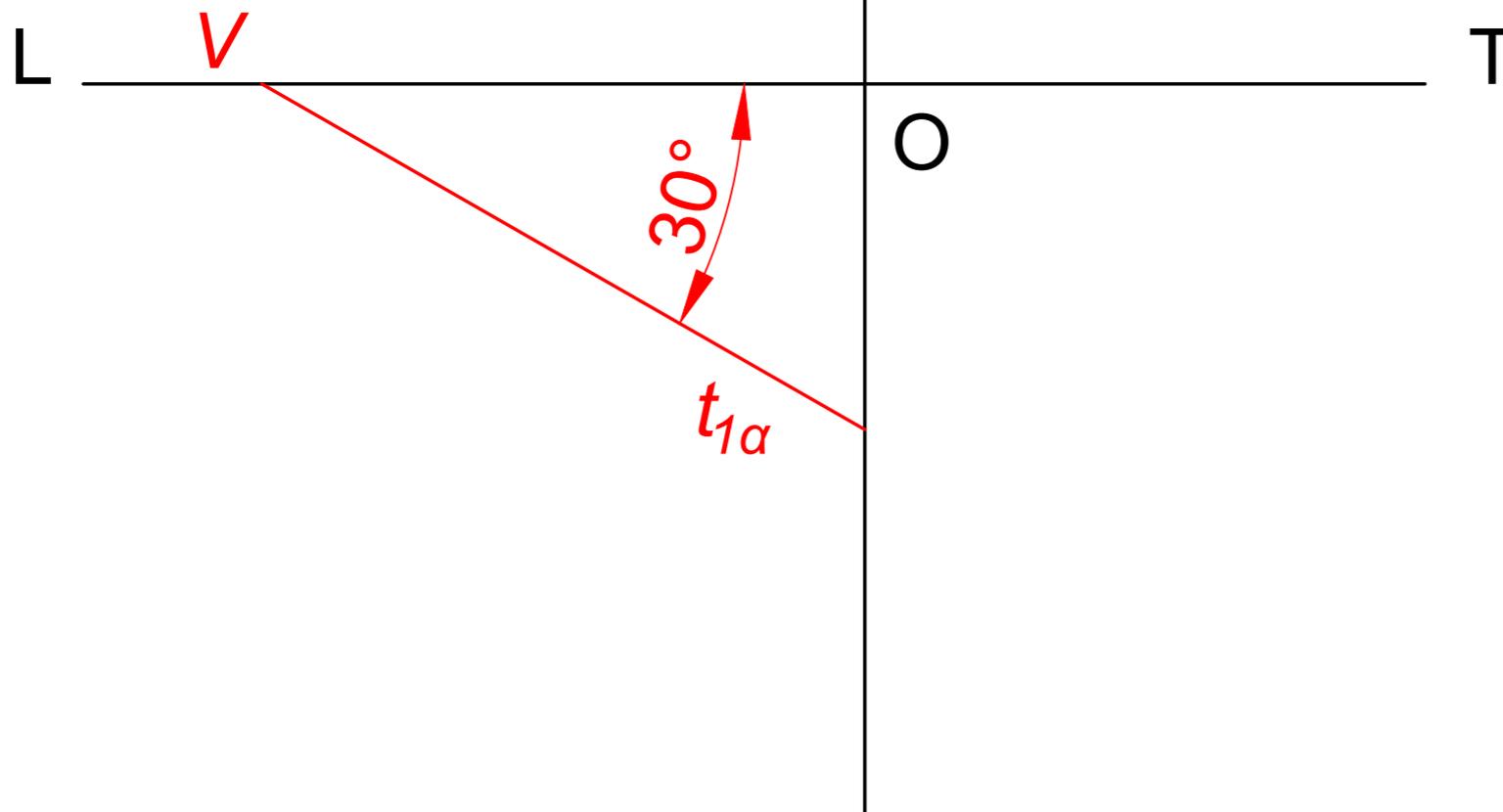
Rappresentare il piano α perpendicolare a π_1 e inclinato di 30° a π_2 .

Analisi:

il piano α è proiettante in I posizione di conseguenza si inizierà ad operare su π_1 dove è possibile vedere l'inclinazione reale;

- $t_{1\alpha}$ è inclinata alla LT di 30° ;
- $t_{2\alpha}$ e $t_{3\alpha}$ sono \perp LT.



π_2 π_3  π_1

Rappresentare il piano α perpendicolare a π_1 e inclinato di 30° a π_2 .

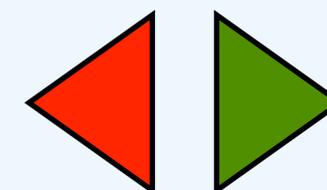
Analisi:

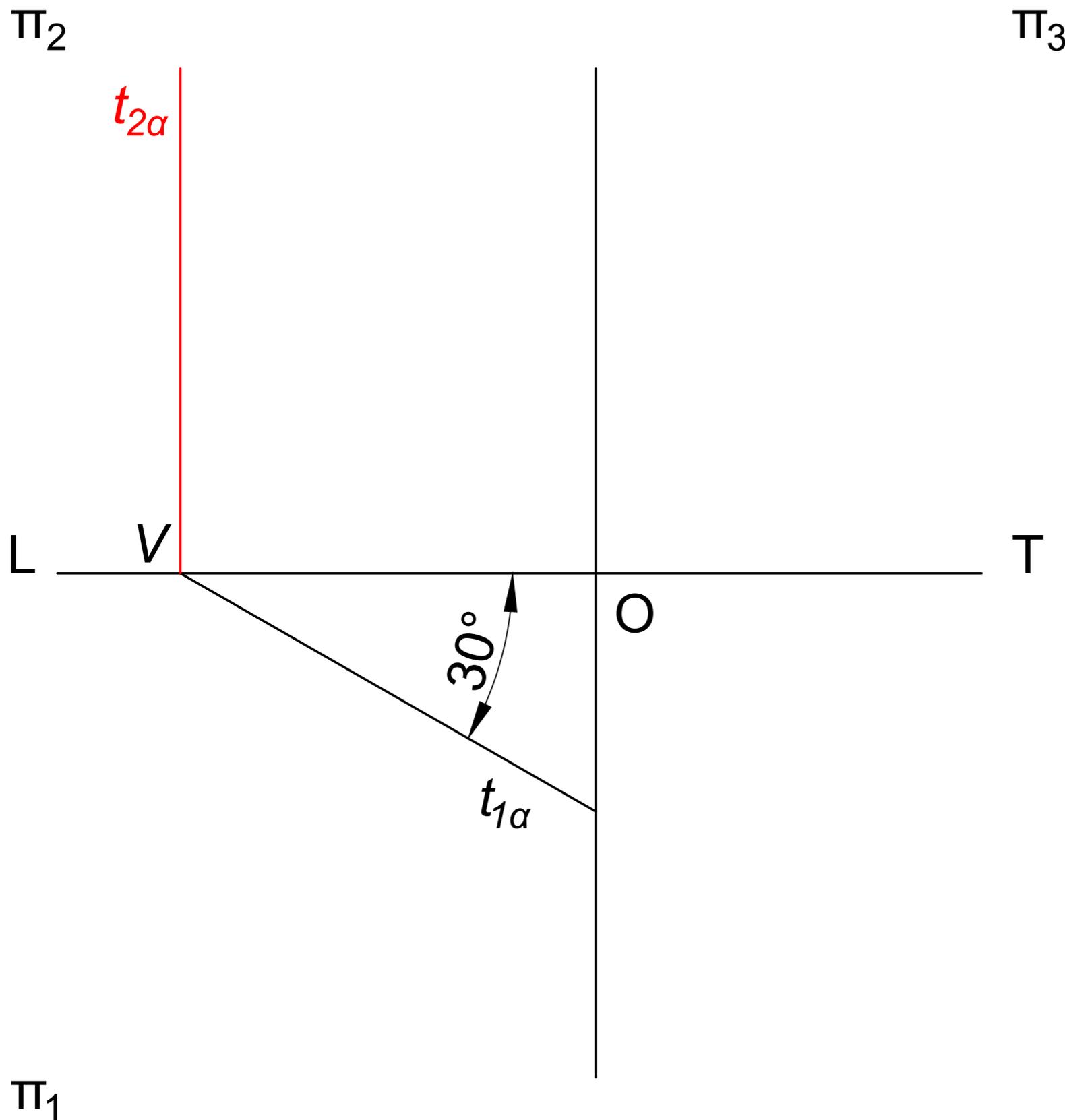
il piano α è proiettante in I posizione di conseguenza si inizierà ad operare su π_1 dove è possibile vedere l'inclinazione reale;

- $t_{1\alpha}$ è inclinata alla LT di 30° ;
- $t_{2\alpha}$ e $t_{3\alpha}$ sono \perp LT.

Rappresentazione delle tracce:

- si traccia, su π_1 , la $t_{1\alpha}$ inclinata di 30° alla LT che interseca la LT stessa nel punto V;





Rappresentare il piano α perpendicolare a π_1 e inclinato di 30° a π_2 .

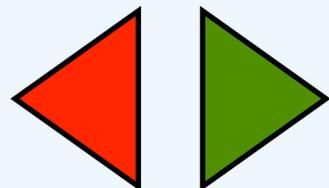
Analisi:

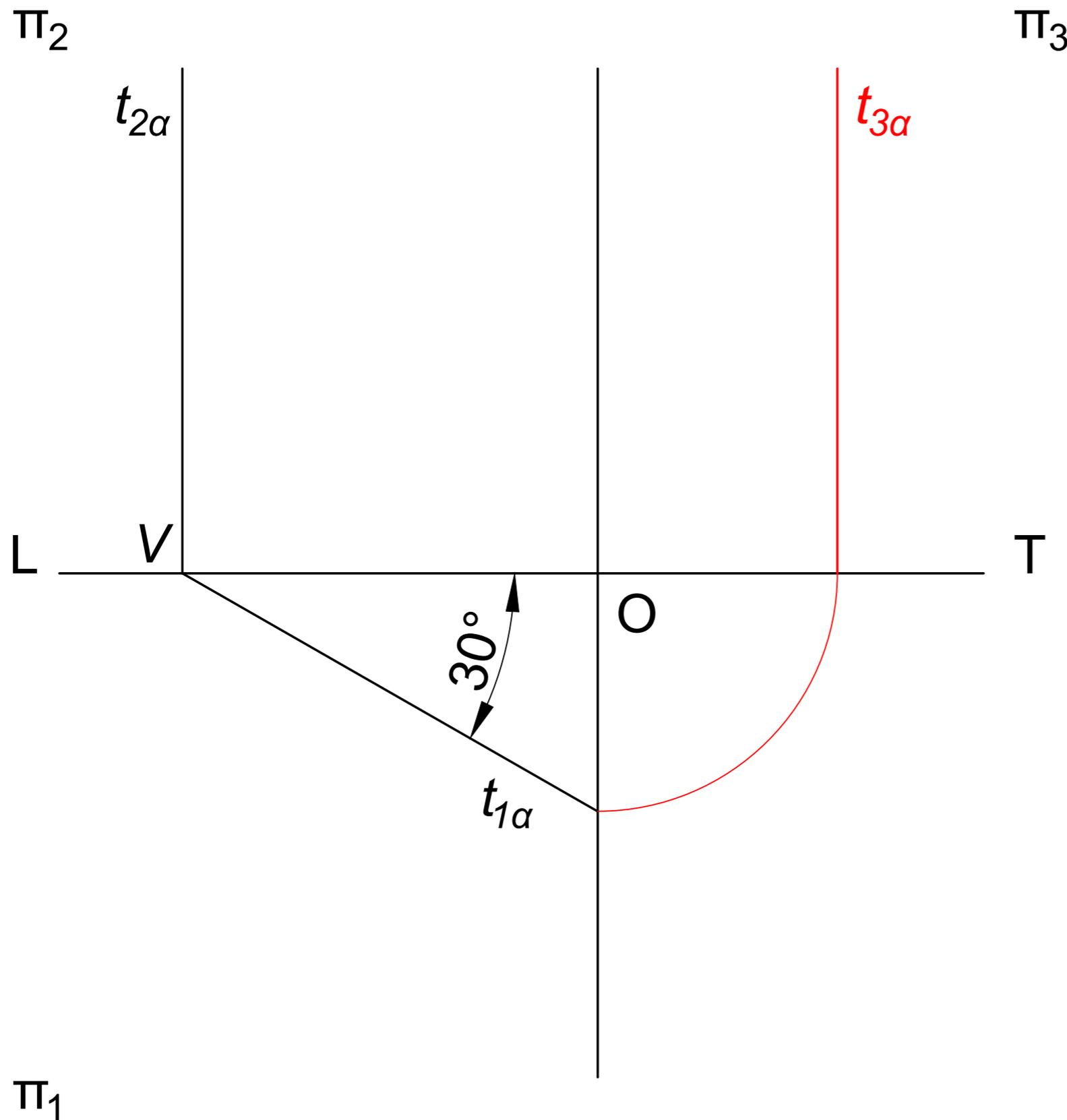
il piano α è proiettante in I posizione di conseguenza si inizierà ad operare su π_1 dove è possibile vedere l'inclinazione reale;

- $t_{1\alpha}$ è inclinata alla LT di 30° ;
- $t_{2\alpha}$ e $t_{3\alpha}$ sono \perp LT .

Rappresentazione delle tracce:

- si traccia, su π_1 , la $t_{1\alpha}$ inclinata di 30° alla LT che interseca la LT stessa nel punto V ;
- da V si traccia su π_2 la $t_{2\alpha}$ ortogonale alla LT ;





Rappresentare il piano α perpendicolare a π_1 e inclinato di 30° a π_2 .

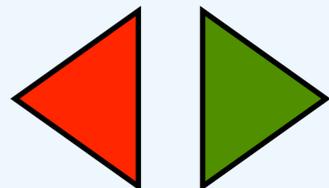
Analisi:

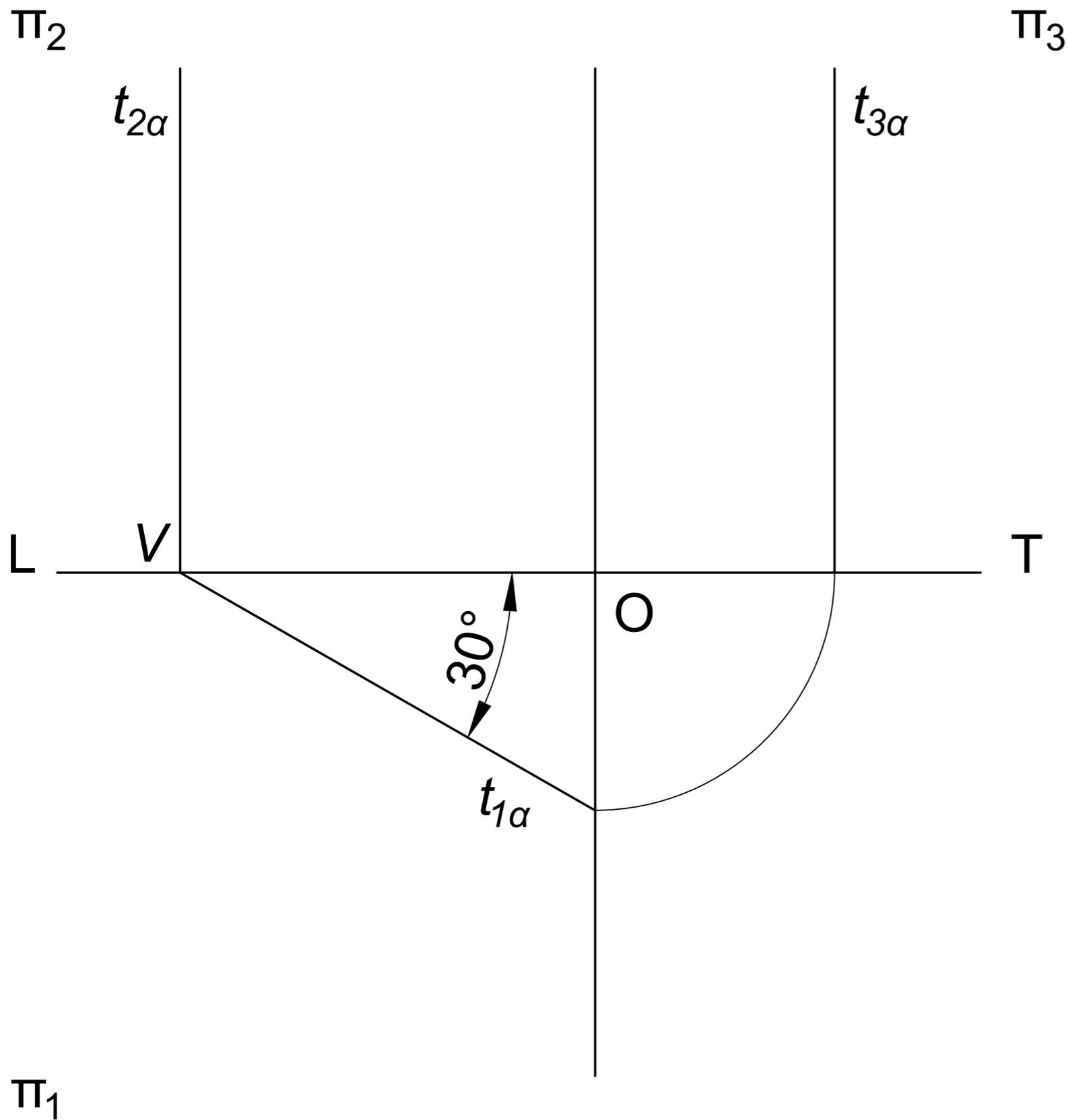
il piano α è proiettante in I posizione di conseguenza si inizierà ad operare su π_1 dove è possibile vedere l'inclinazione reale;

- $t_{1\alpha}$ è inclinata alla LT di 30° ;
- $t_{2\alpha}$ e $t_{3\alpha}$ sono $\perp LT$.

Rappresentazione delle tracce:

- si traccia, su π_1 , la $t_{1\alpha}$ inclinata di 30° alla LT che interseca la LT stessa nel punto V ;
- da V si traccia su π_2 la $t_{2\alpha}$ ortogonale alla LT ;
- si ribalta su π_3 il punto d'intersezione della $t_{1\alpha}$ con la linea di separazione tra il primo e il terzo quadro e si traccia la $t_{3\alpha}$ perpendicolare alla LT .





Rappresentare il piano α perpendicolare a π_1 e inclinato di 30° a π_2 .

Analisi:

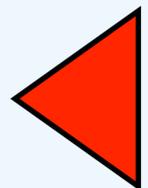
il piano α è proiettante in I posizione di conseguenza si inizierà ad operare su π_1 dove è possibile vedere l'inclinazione reale;

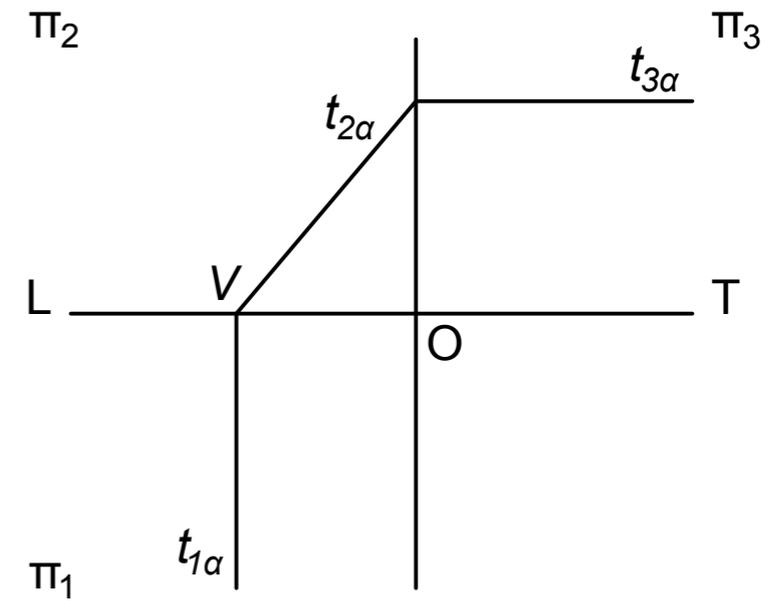
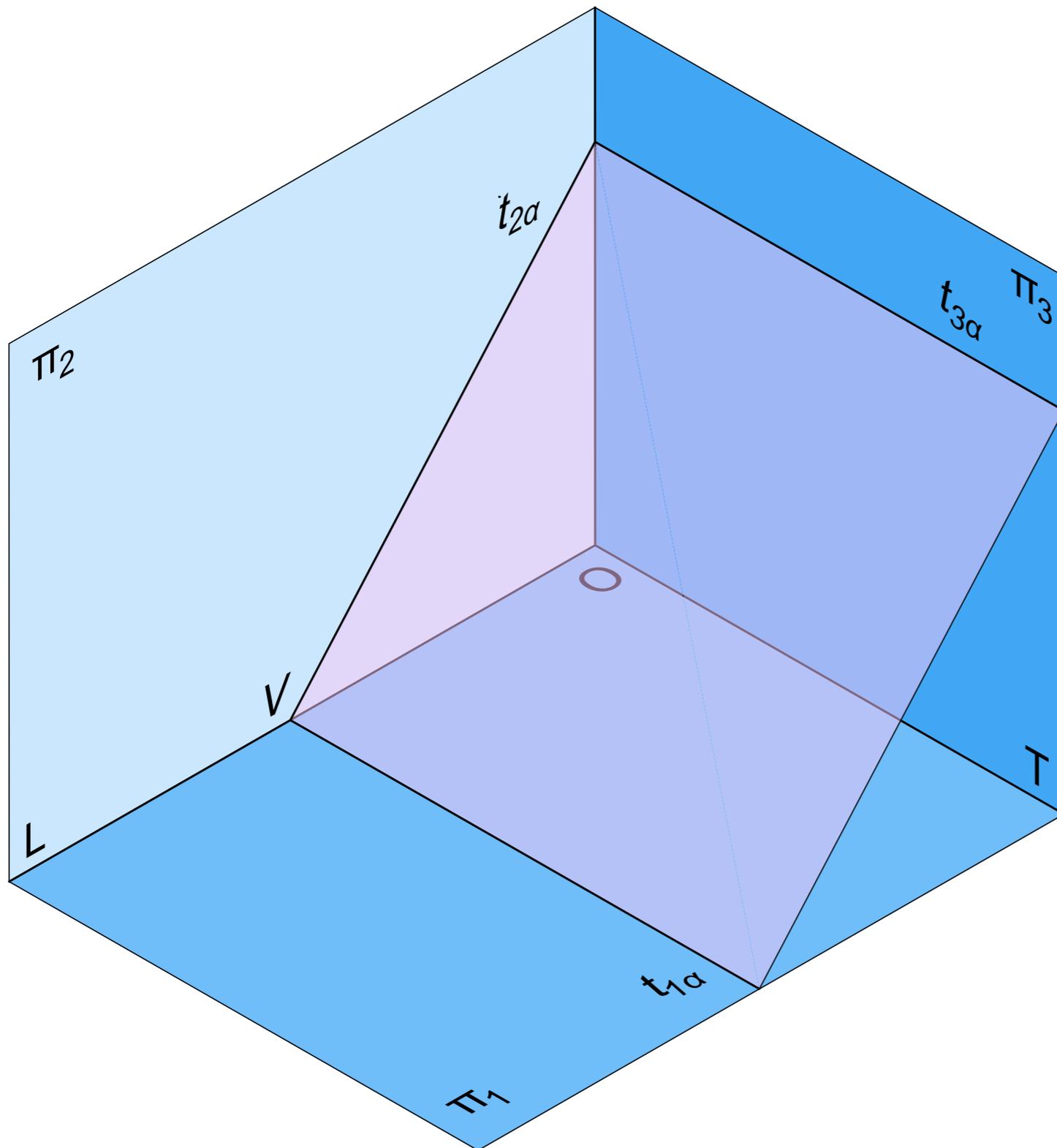
- $t_{1\alpha}$ è inclinata alla LT di 30° ;
- $t_{2\alpha}$ e $t_{3\alpha}$ sono \perp LT.

Rappresentazione delle tracce:

- si traccia, su π_1 , la $t_{1\alpha}$ inclinata di 30° alla LT che interseca la LT stessa nel punto V ;
- da V si traccia su π_2 la $t_{2\alpha}$ ortogonale alla LT;
- si ribalta su π_3 il punto d'intersezione della $t_{1\alpha}$ con la linea di separazione tra il primo e il terzo quadro e si traccia la $t_{3\alpha}$ perpendicolare alla LT.

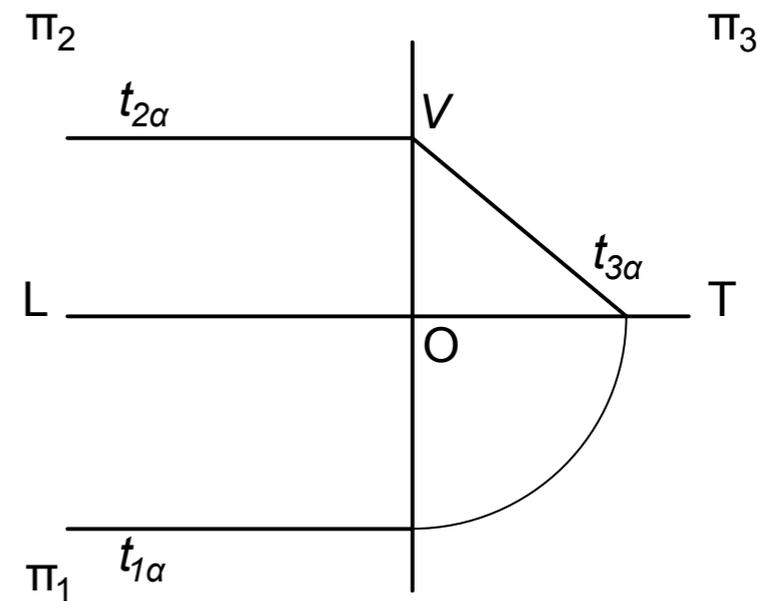
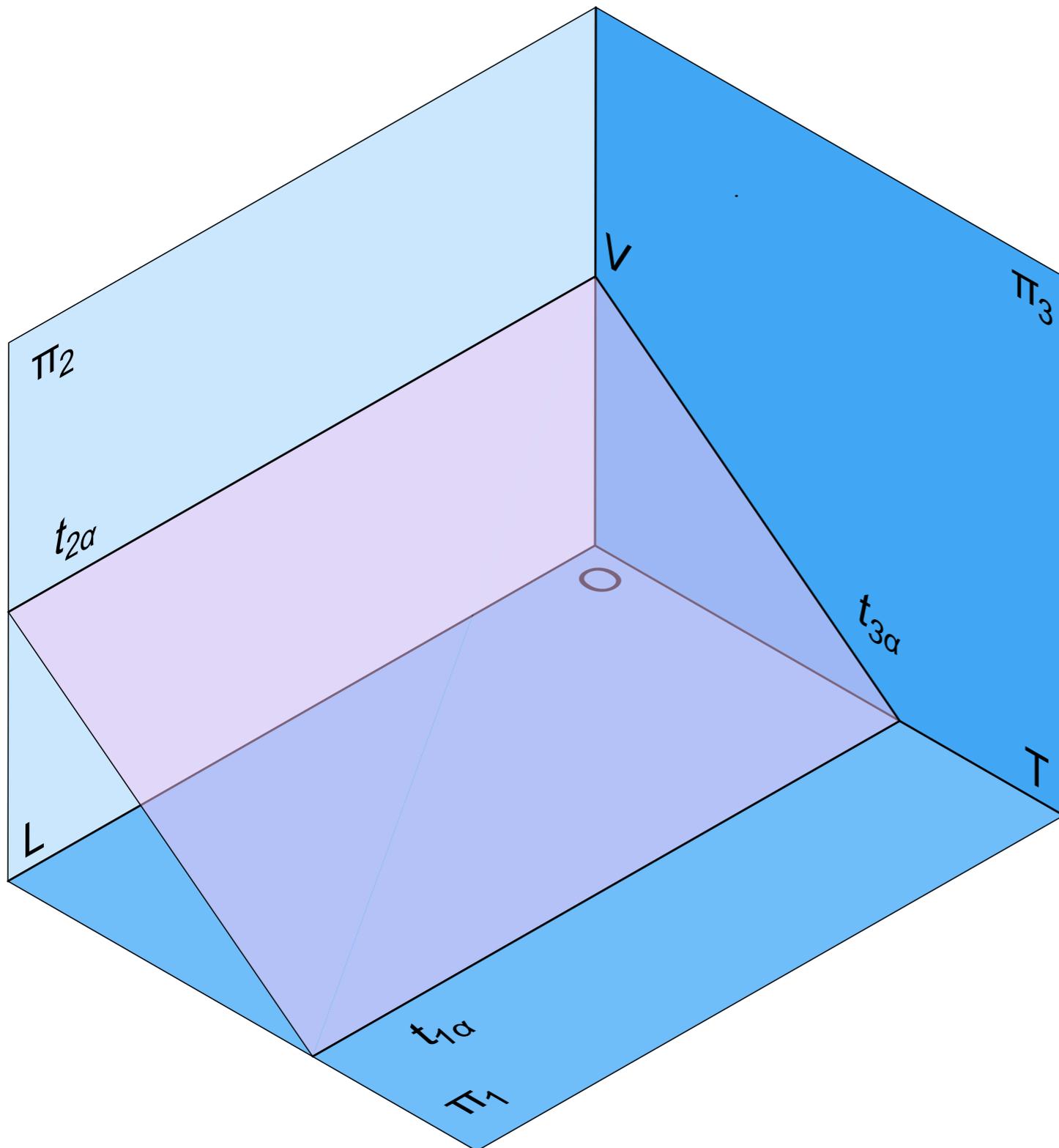
Rappresentate le tracce $t_{1\alpha}$, $t_{2\alpha}$ e $t_{3\alpha}$ il piano α risulta completamente determinato.





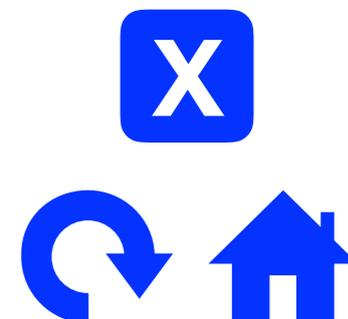
Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
---------------------	---------------------	---------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	----------------	---------------------	-------------------





ESERCIZIO GUIDATO

Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
---------------------	---------------------	---------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	------------------------	---------------------	-------------------



π_2 π_3

L O T

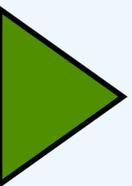
 π_1

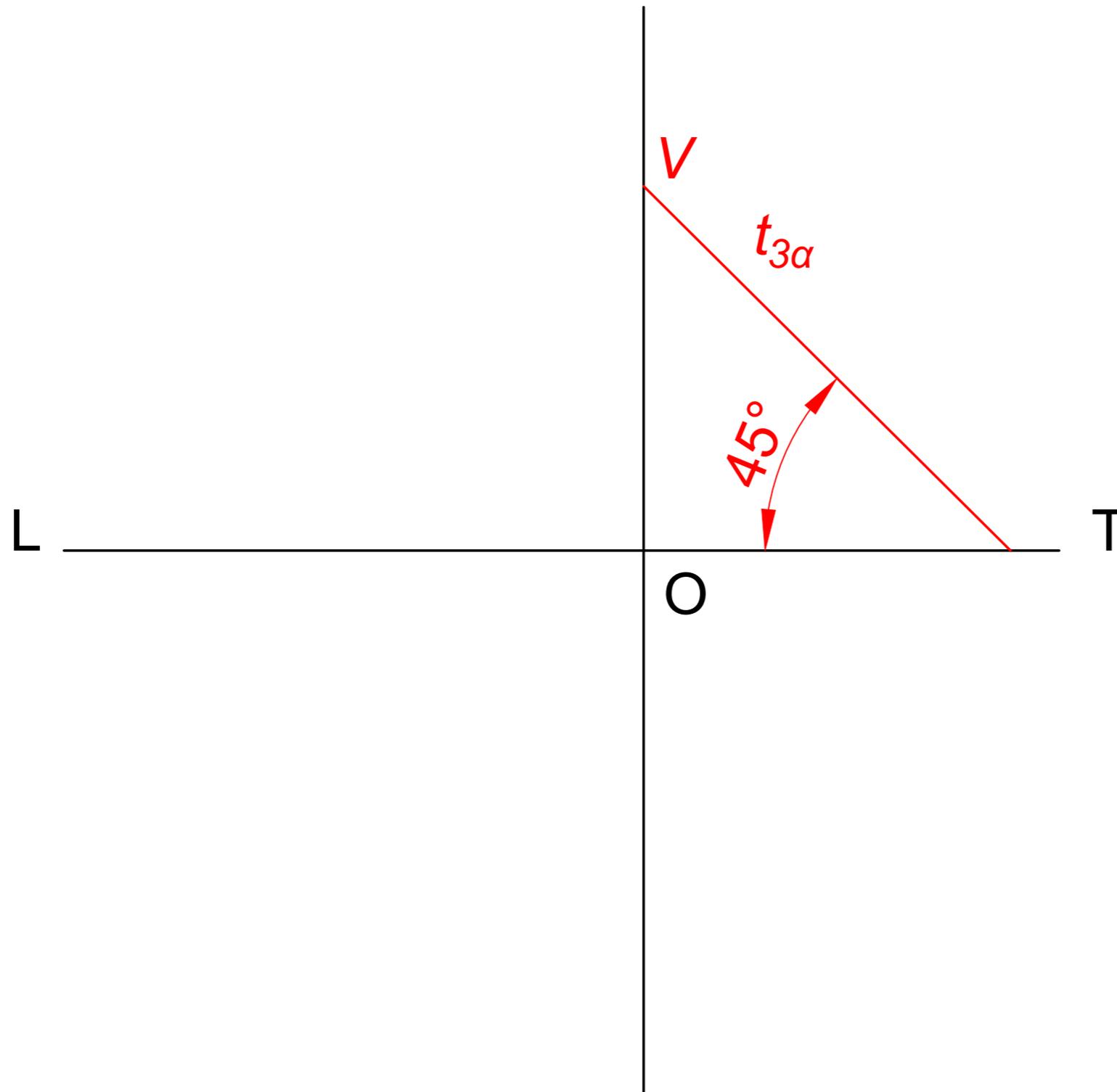
Rappresentare il piano α perpendicolare a π_3 ($//LT$) e inclinato di 45° a π_1 .

Analisi:

il piano α è proiettante in III
posizione di conseguenza si inizierà ad operare su π_3 dove è possibile vedere l'inclinazione reale;

- $t_{3\alpha}$ è inclinata alla LT di 45° ;
- $t_{2\alpha}$ e $t_{3\alpha}$ sono $// LT$.



π_2 π_3  π_1

Rappresentare il piano α perpendicolare a π_3 ($//LT$) e inclinato di 45° a π_1 .

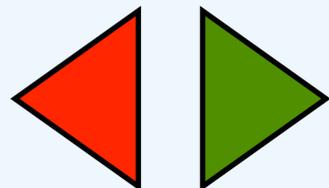
Analisi:

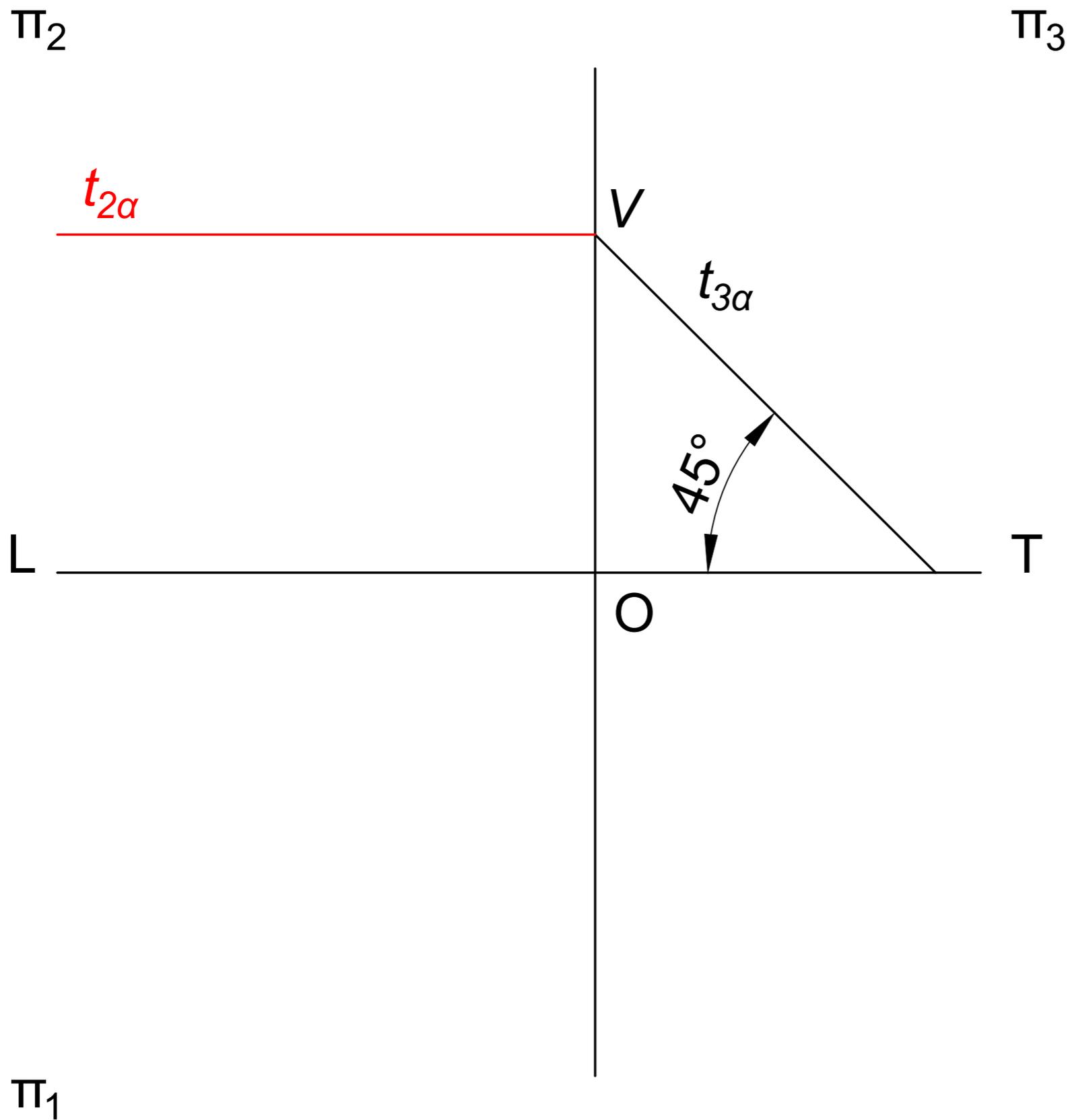
il piano α è proiettante in III
posizione di conseguenza si inizierà ad operare su π_3 dove è possibile vedere l'inclinazione reale;

- $t_{3\alpha}$ è inclinata alla LT di 45° ;
- $t_{2\alpha}$ e $t_{3\alpha}$ sono $// LT$.

Rappresentazione delle tracce:

- si traccia, su π_3 , la $t_{3\alpha}$ inclinata di 45° alla LT che interseca la separazione tra il secondo e il terzo quadro nel punto V ;





Rappresentare il piano α perpendicolare a π_3 ($//LT$) e inclinato di 45° a π_1 .

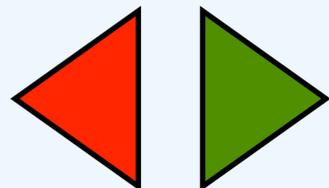
Analisi:

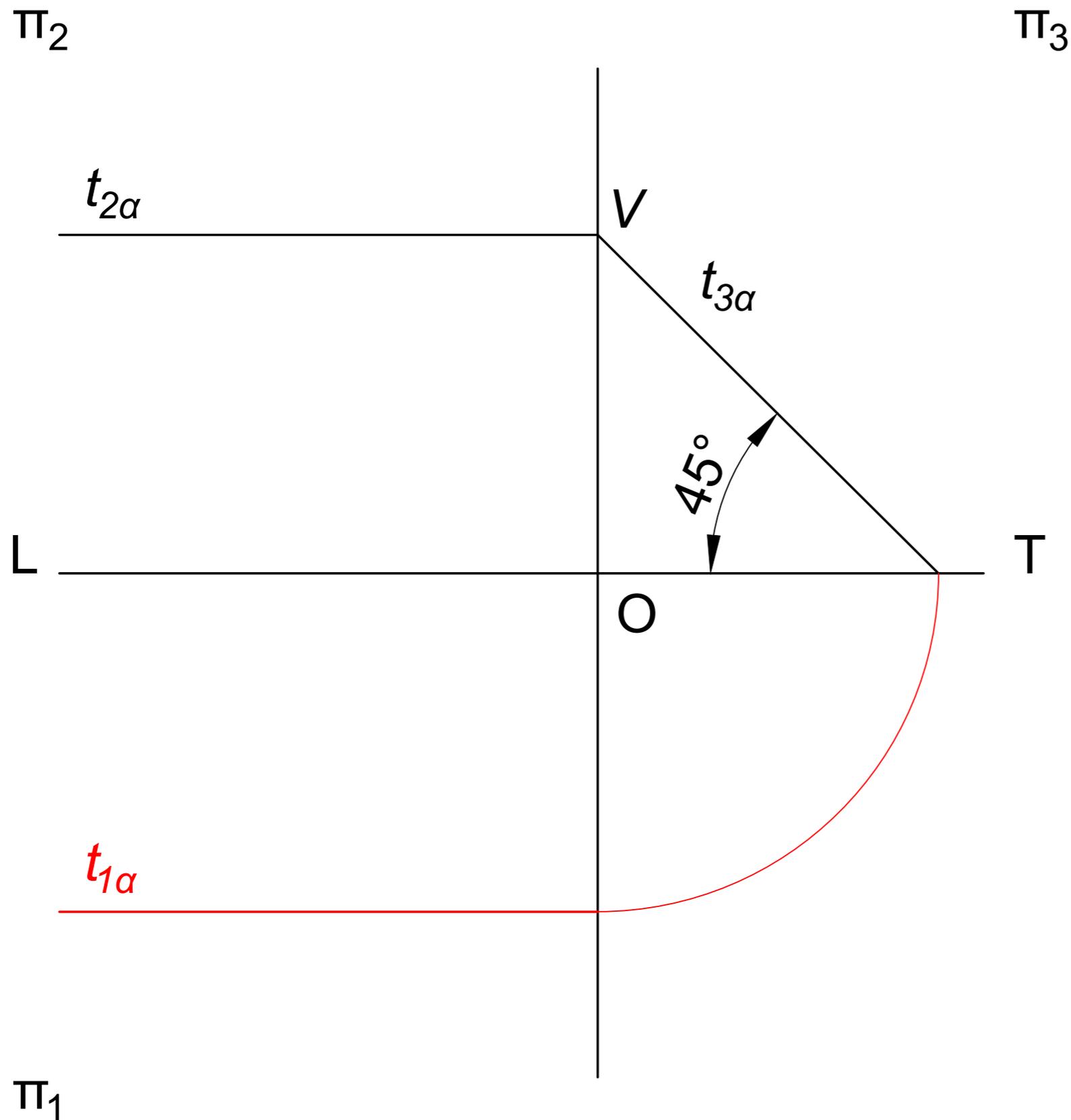
il piano α è proiettante in III
 posizione di conseguenza si inizierà ad operare su π_3 dove è possibile vedere l'inclinazione reale;

- $t_{3\alpha}$ è inclinata alla LT di 45° ;
- $t_{2\alpha}$ e $t_{3\alpha}$ sono $// LT$.

Rappresentazione delle tracce:

- si traccia, su π_3 , la $t_{3\alpha}$ inclinata di 45° alla LT che interseca la separazione tra il secondo e il terzo quadro nel punto V;
- da V si traccia su π_2 la $t_{2\alpha}$ parallela alla LT;





Rappresentare il piano α perpendicolare a π_3 ($//LT$) e inclinato di 45° a π_1 .

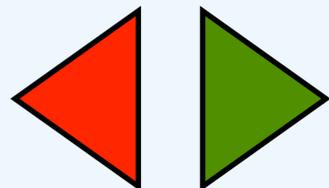
Analisi:

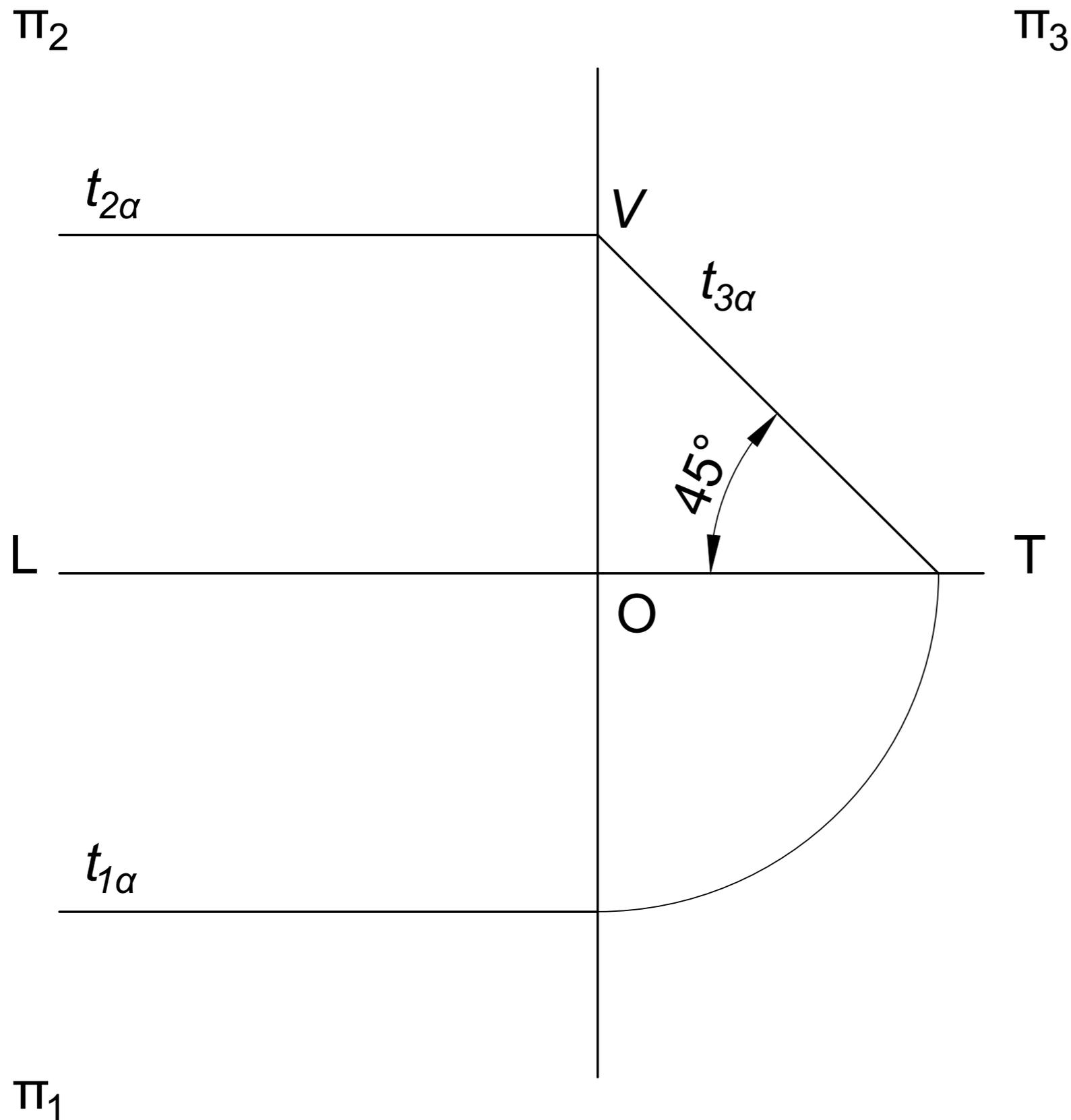
il piano α è proiettante in III
 posizione di conseguenza si inizierà ad operare su π_3 dove è possibile vedere l'inclinazione reale;

- $t_{3\alpha}$ è inclinata alla LT di 45° ;
- $t_{2\alpha}$ e $t_{3\alpha}$ sono $// LT$.

Rappresentazione delle tracce:

- si traccia, su π_3 , la $t_{3\alpha}$ inclinata di 45° alla LT che interseca la separazione tra il secondo e il terzo quadro nel punto V;
- da V si traccia su π_2 la $t_{2\alpha}$ parallela alla LT;
- si ribalta su π_1 il punto d'intersezione della $t_{3\alpha}$ con la linea di separazione tra il primo e il terzo quadro e si traccia, parallelamente alla LT, la $t_{1\alpha}$.





Rappresentare il piano α perpendicolare a π_3 ($//LT$) e inclinato di 45° a π_1 .

Analisi:

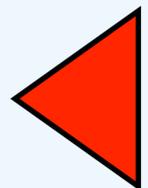
il piano α è proiettante in III
 posizione di conseguenza si inizierà ad operare su π_3 dove è possibile vedere l'inclinazione reale;

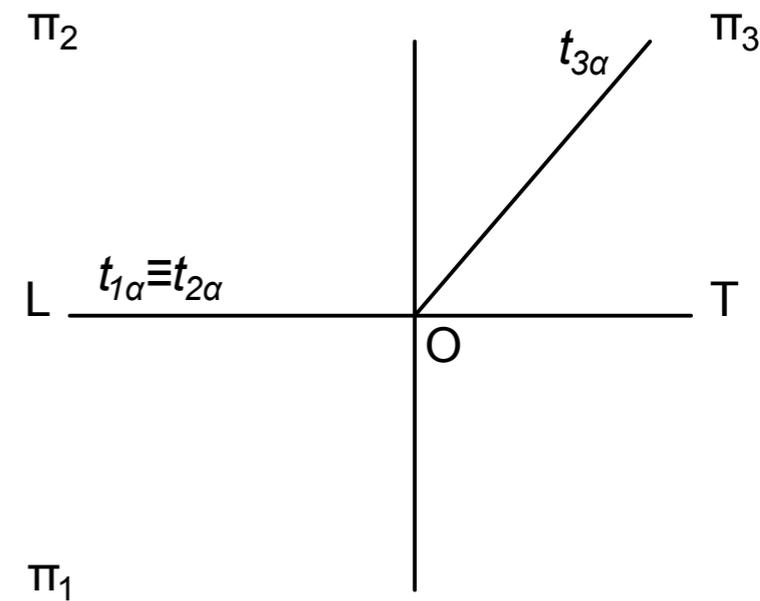
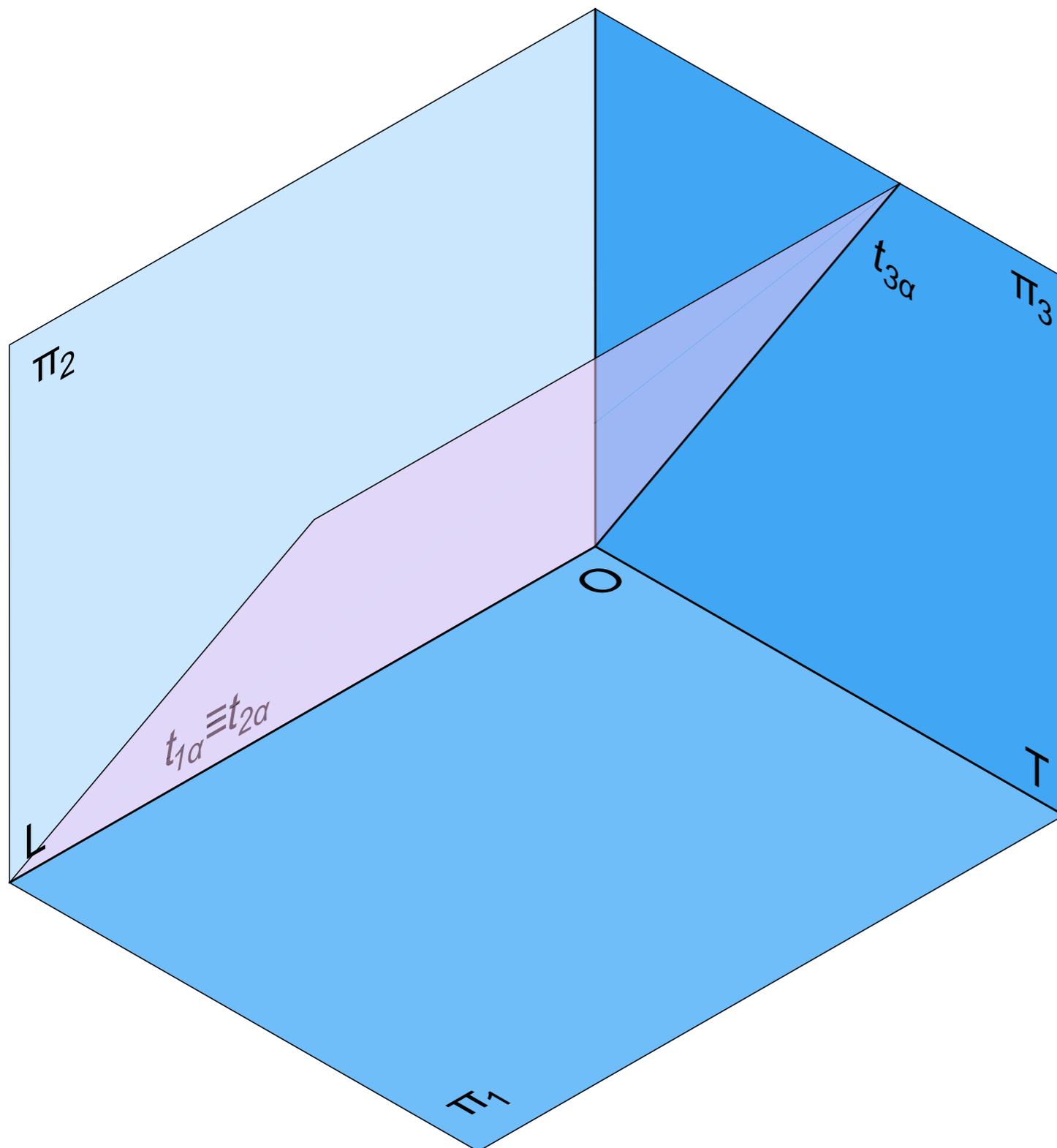
- $t_{3\alpha}$ è inclinata alla LT di 45° ;
- $t_{2\alpha}$ e $t_{3\alpha}$ sono $// LT$.

Rappresentazione delle tracce:

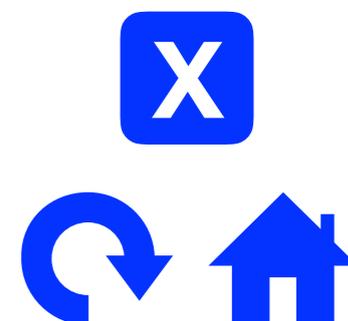
- si traccia, su π_3 , la $t_{3\alpha}$ inclinata di 45° alla LT che interseca la separazione tra il secondo e il terzo quadro nel punto V;
- da V si traccia su π_2 la $t_{2\alpha}$ parallela alla LT;
- si ribalta su π_1 il punto d'intersezione della $t_{3\alpha}$ con la linea di separazione tra il primo e il terzo quadro e si traccia, parallelamente alla LT, la $t_{1\alpha}$.

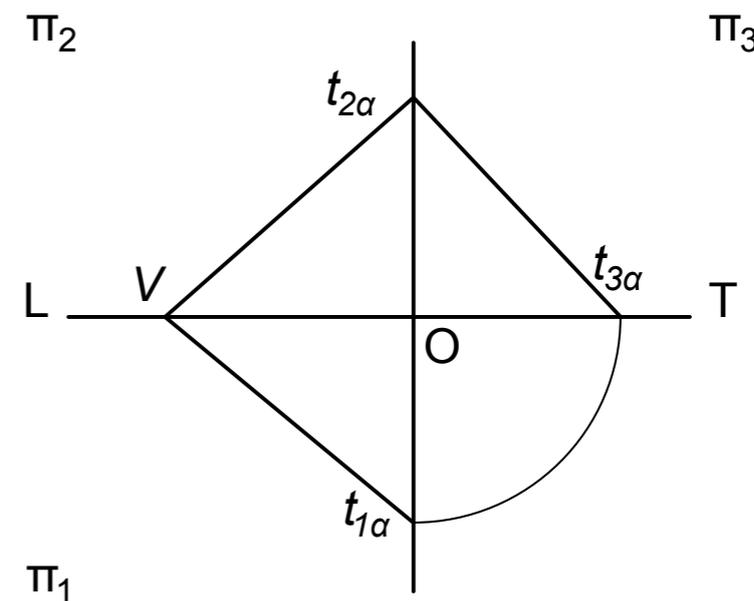
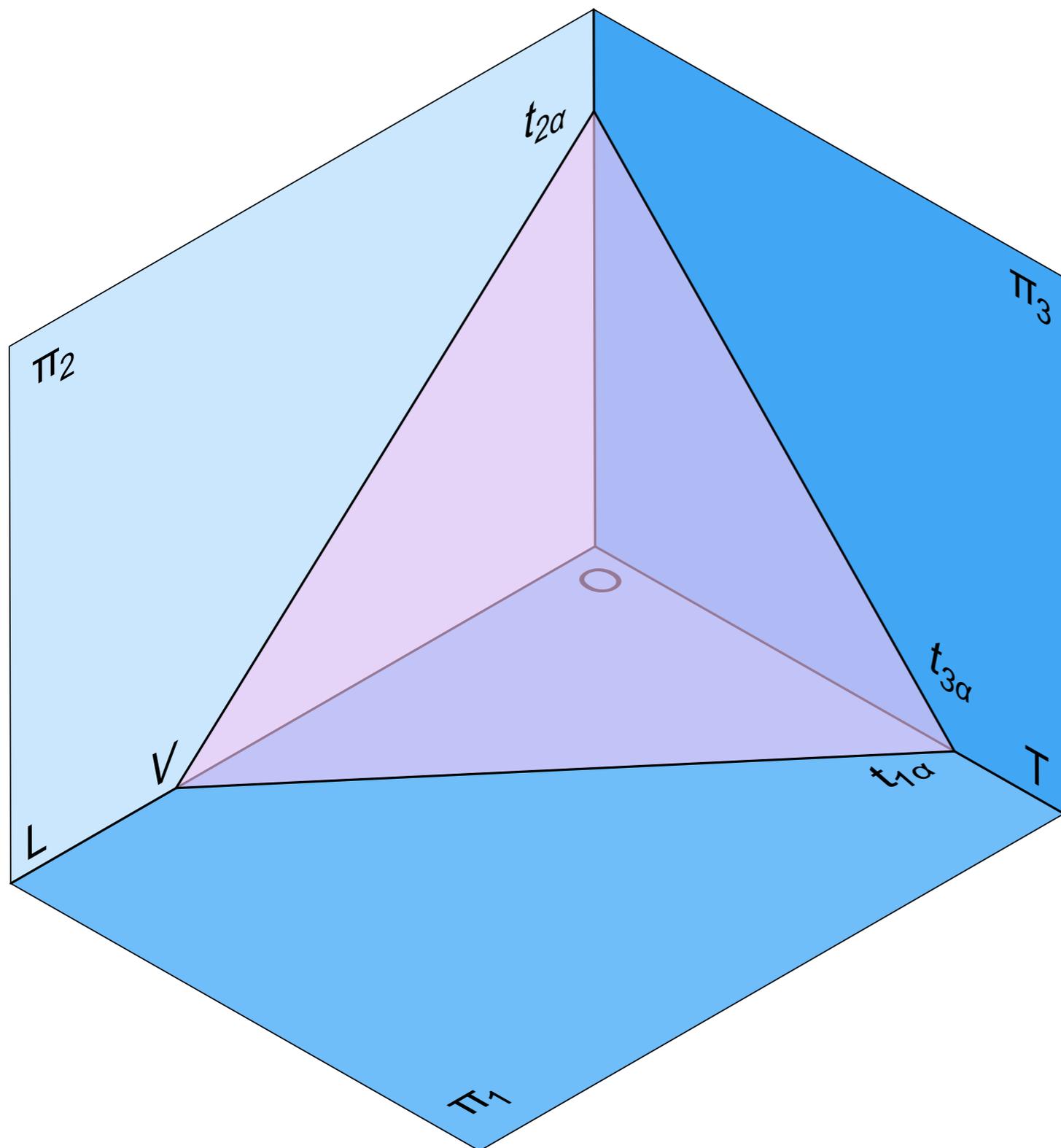
Rappresentate le tracce $t_{1\alpha}$, $t_{2\alpha}$ e $t_{3\alpha}$ il piano α risulta completamente determinato.



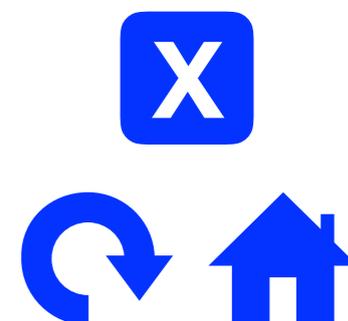


Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
---------------------	---------------------	---------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	------------------	--	-------------------





Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscende LT	Piano generico
---------------------	---------------------	---------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	------------------	-----------------------	-------------------



Enti geometrici

Interazioni

Appartenenza



Intersezione



Parallelismo



Perpendicolarità



Appartenenza

Unità di Apprendimento 7

Punto-retta

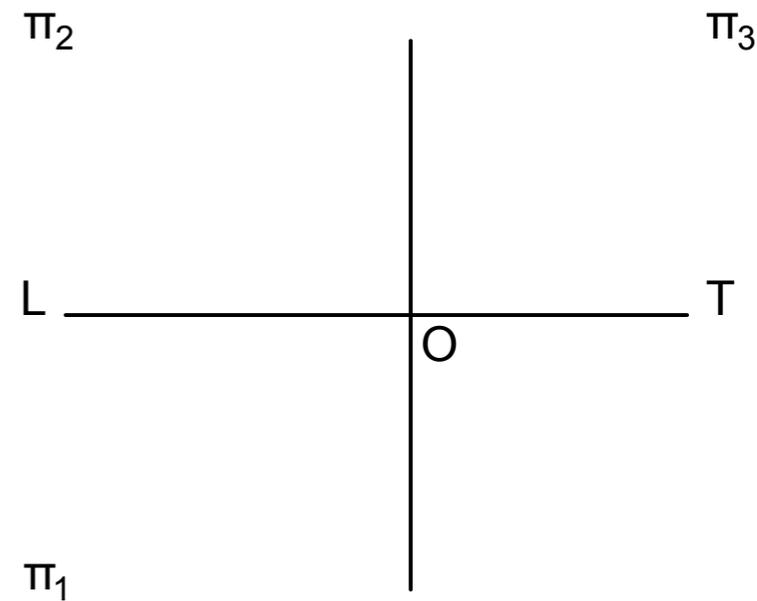
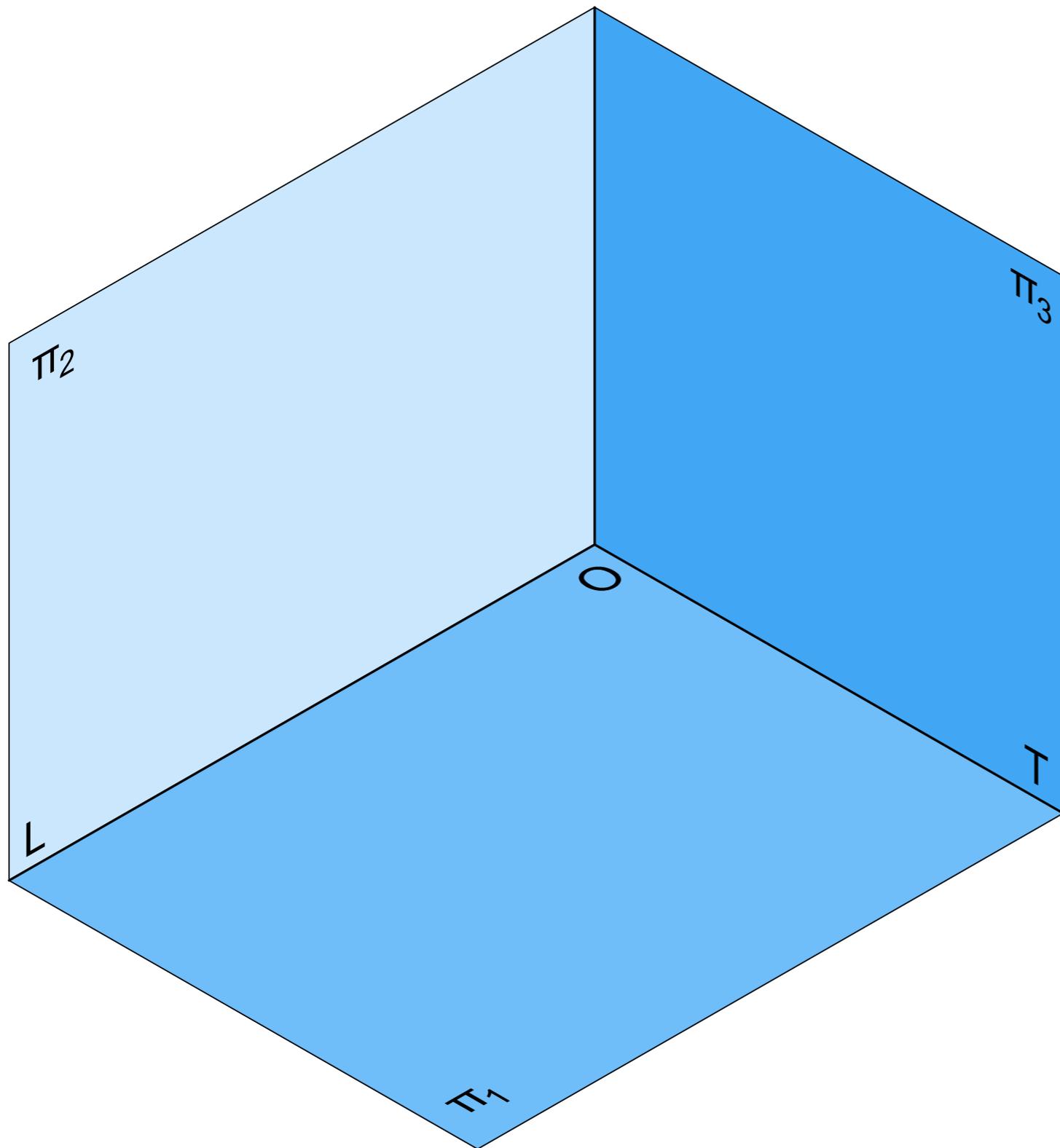


Retta-piano



Punto-piano

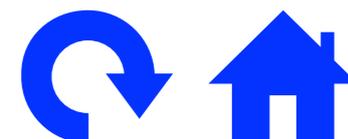


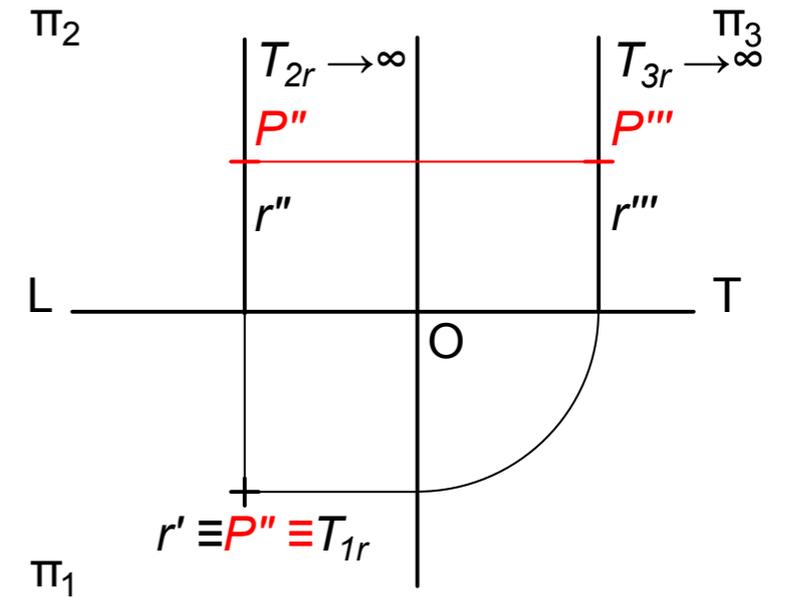
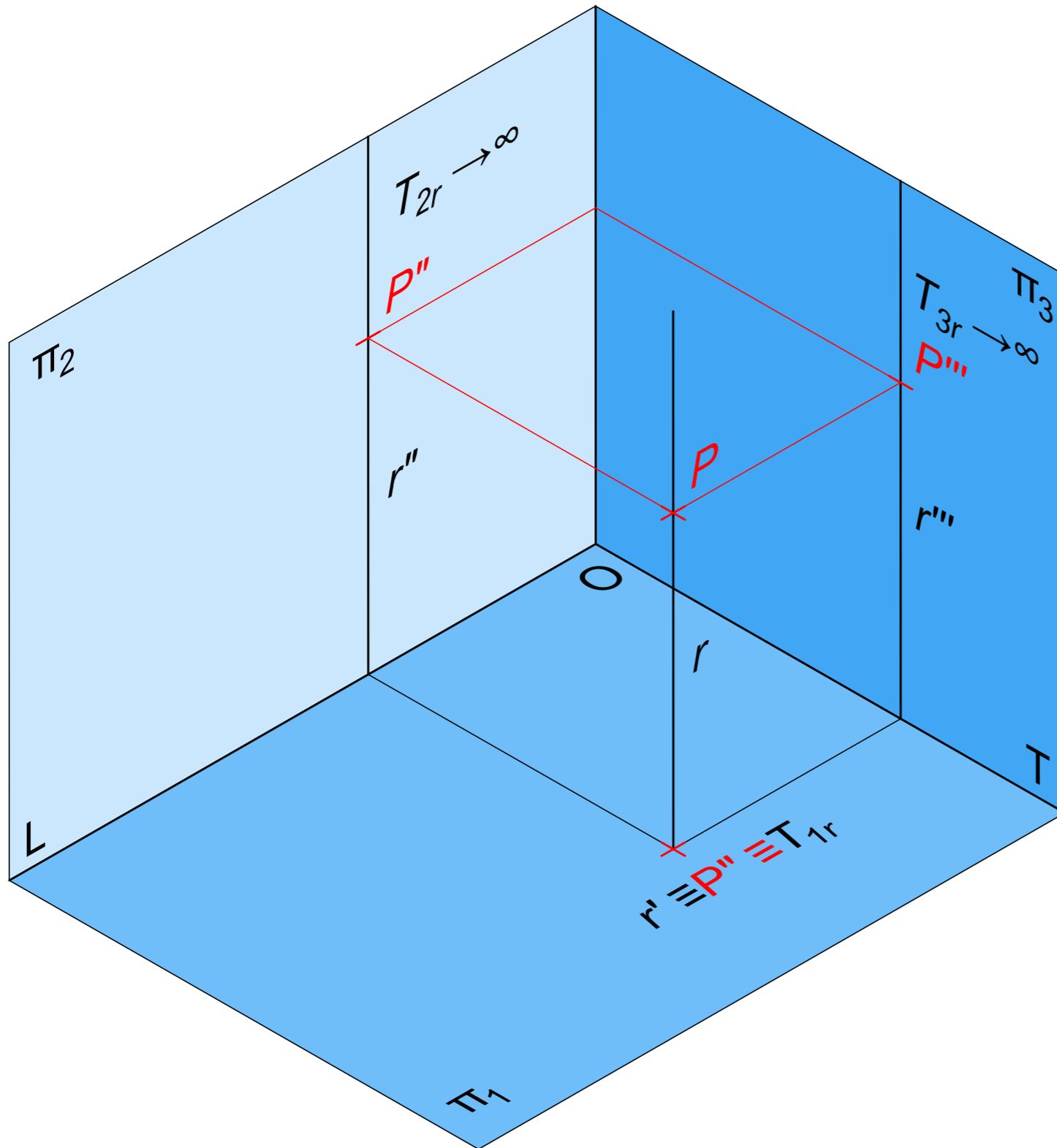


Condizione

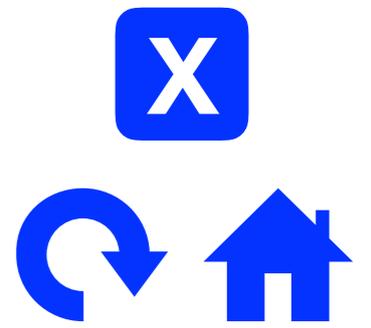
$P \in r \leftrightarrow P' \in r'; P'' \in r''; P''' \in r'''$

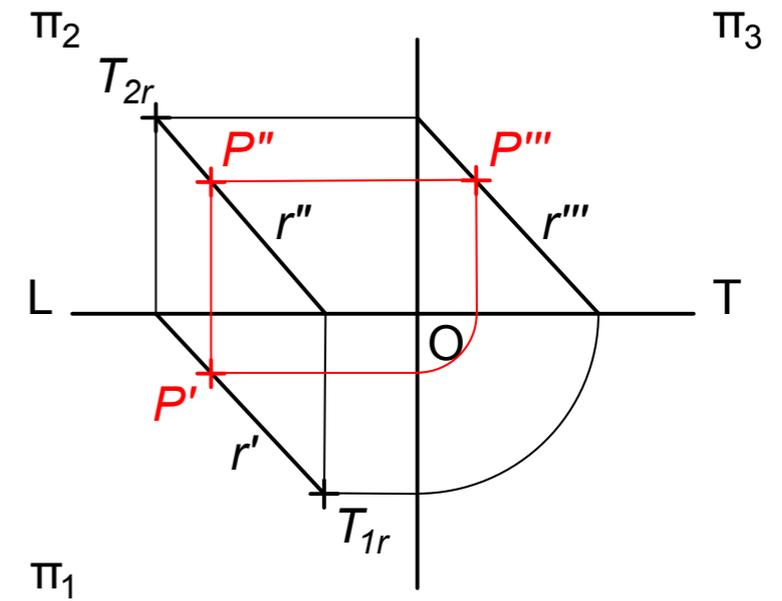
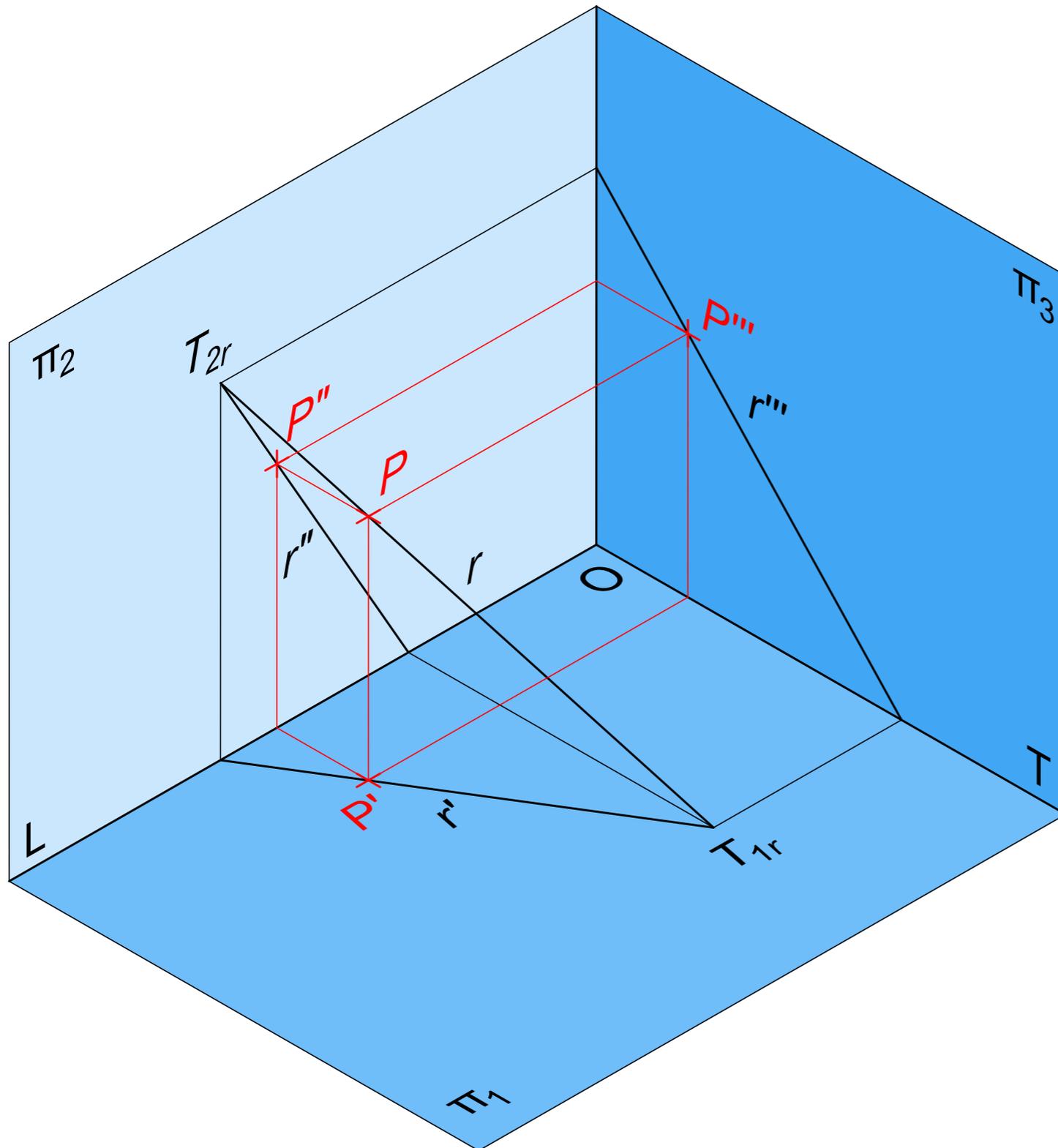
Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta $//LT (\perp \pi_3)$	Retta $//\pi_1 \angle \pi_2$	Retta $//\pi_2 \angle \pi_1$	Retta $//\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica
------------------------	------------------------	-------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------	-------------------





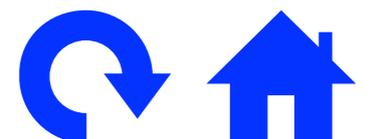
Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta $//LT (\perp \pi_3)$	Retta $//\pi_1 \angle \pi_2$	Retta $//\pi_2 \angle \pi_1$	Retta $//\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica
------------------------	------------------------	-------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	-----------------------	-------------------





ESERCIZIO GUIDATO

Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta $//LT (\perp \pi_3)$	Retta $//\pi_1 \angle \pi_2$	Retta $//\pi_2 \angle \pi_1$	Retta $//\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica
------------------------	------------------------	-------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------	-------------------



Determinare una retta generica r passante per il punto $P(10; 10; 15)$.

Analisi:

innanzitutto è necessario rappresentare il punto P poi, applicando le condizioni d'appartenenza punto-retta, tracciare la retta r .

π_2

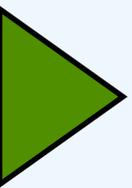
π_3

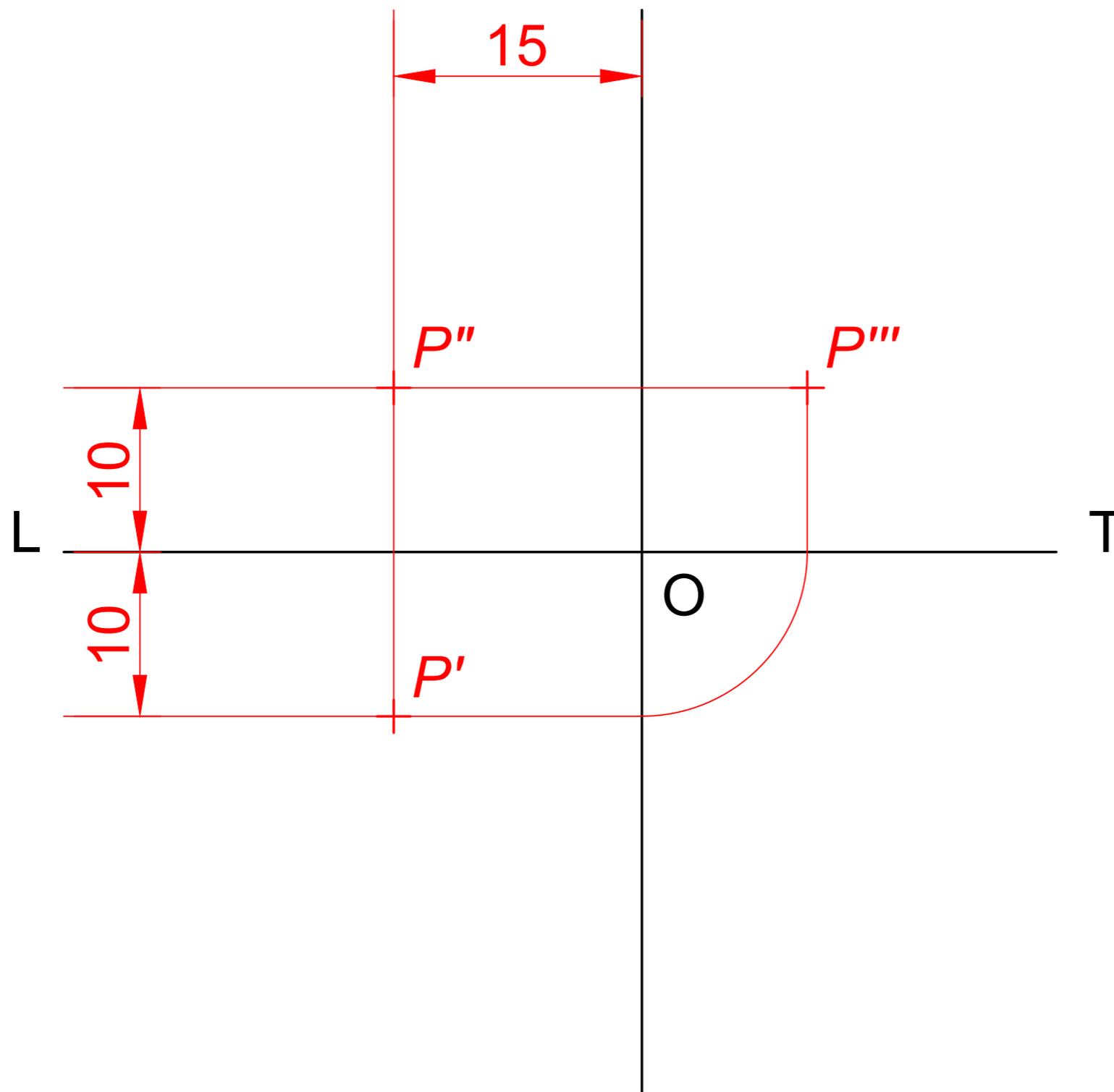
L

T

O

π_1



π_2 π_3  π_1

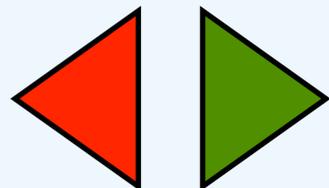
Determinare una retta generica r passante per il punto $P(10; 10; 15)$.

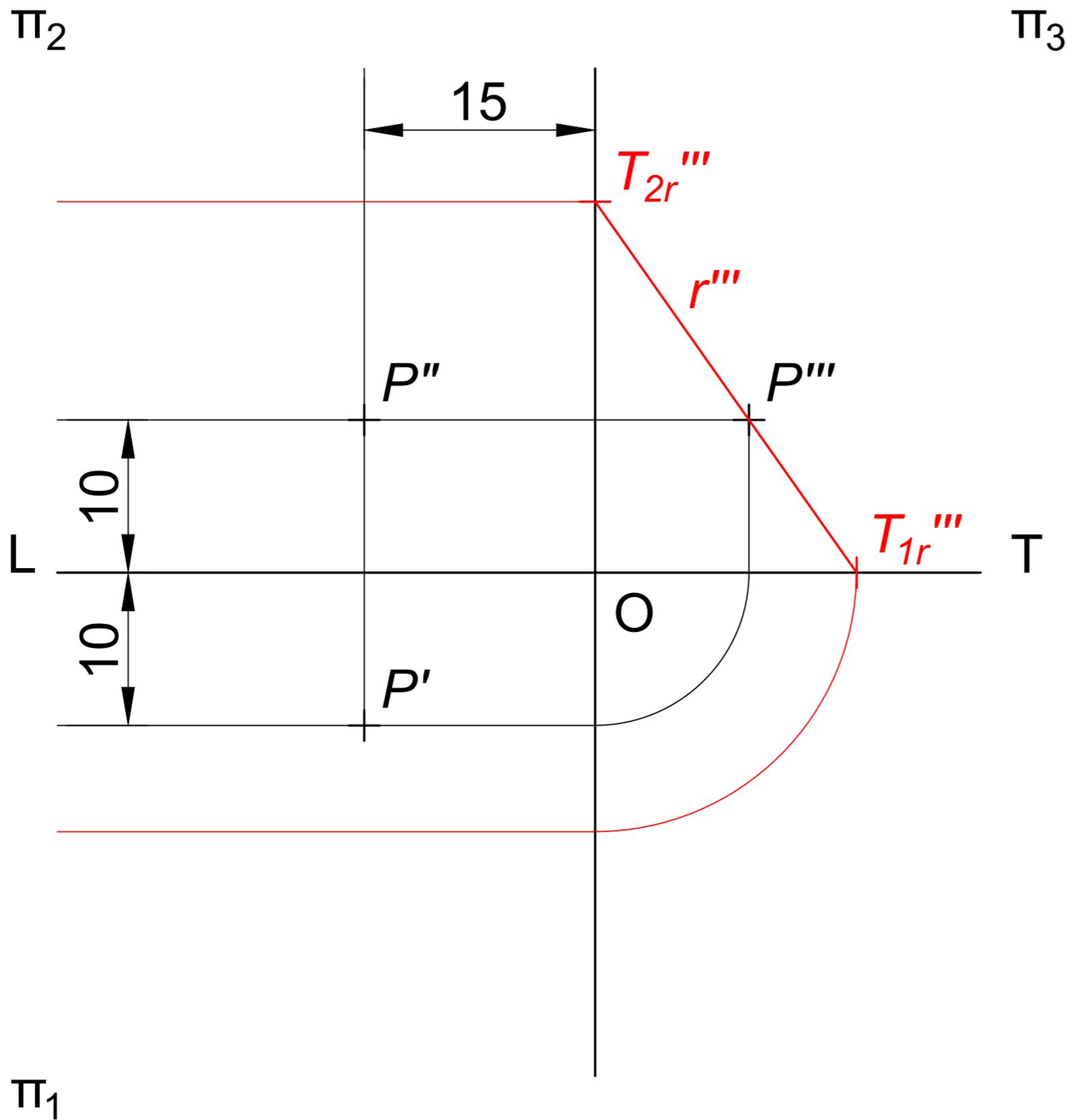
Analisi:

innanzitutto è necessario rappresentare il punto P poi, applicando le condizioni d'appartenenza punto-retta, tracciare la retta r .

Rappresentazione di P :

- si tracciano, sui quadri, le linee di riferimento relative alla posizione di P . Nelle rispettive intersezioni si individuano le immagini P' , P'' e P''' del punto.





Determinare una retta generica r passante per il punto $P(10; 10; 15)$.

Analisi:

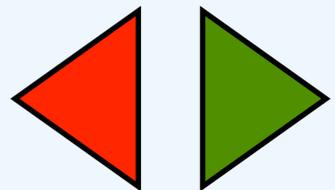
innanzitutto è necessario rappresentare il punto P poi, applicando le condizioni d'appartenenza punto-retta, tracciare la retta r .

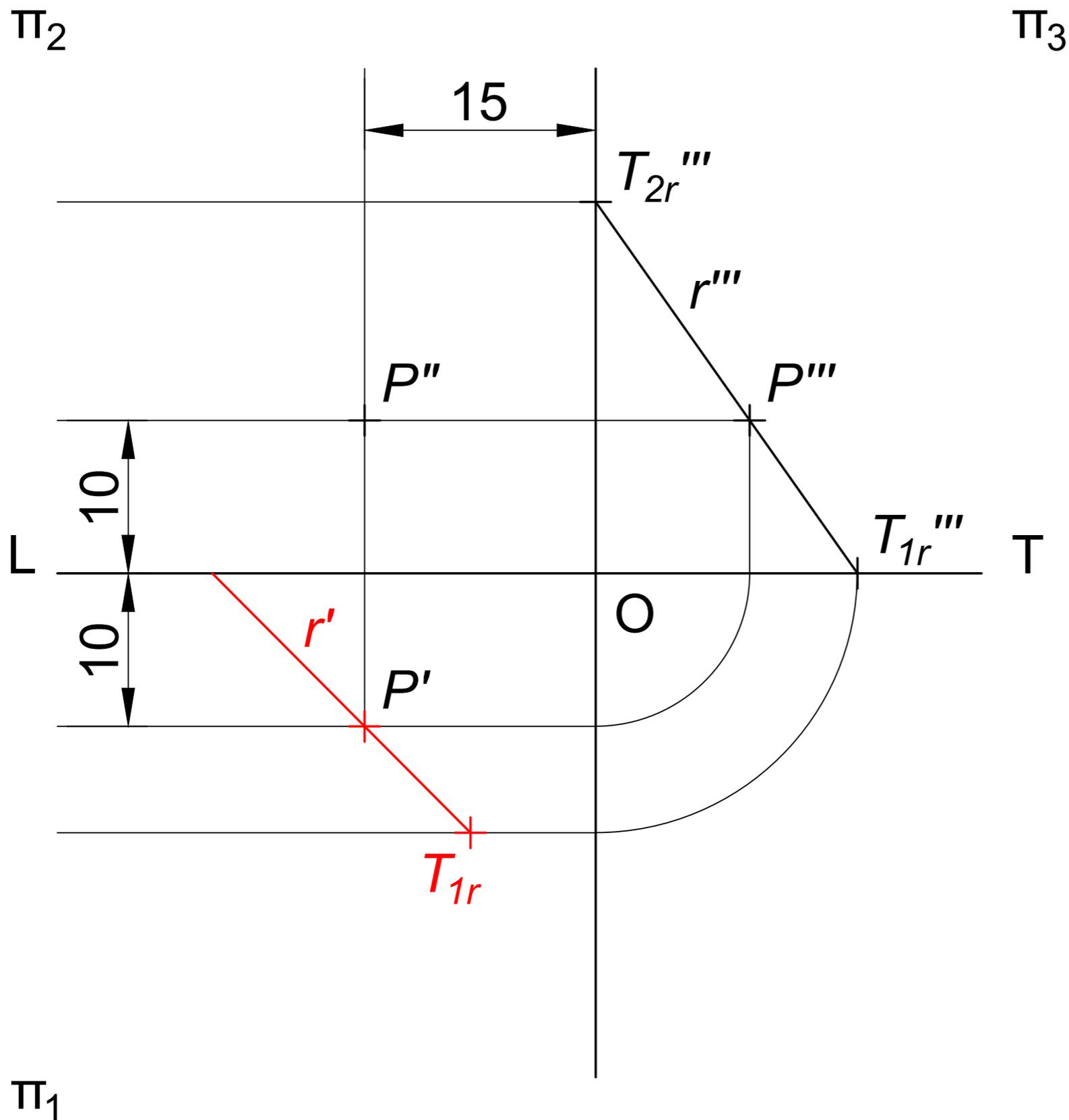
Rappresentazione di P :

- si tracciano, sui quadri, le linee di riferimento relative alla posizione di P . Nelle rispettive intersezioni si individuano le immagini P' , P'' e P''' del punto.

Rappresentazione di r :

- su π_3 si traccia, a piacere, per P''' la r''' individuando T_{1r}''' e T_{2r}''' immagini delle tracce su π_1 e π_2 che si proiettano sui rispettivi quadri;





Determinare una retta generica r passante per il punto $P(10; 10; 15)$.

Analisi:

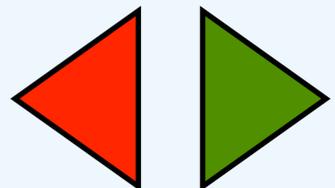
innanzitutto è necessario rappresentare il punto P poi, applicando le condizioni d'appartenenza punto-retta, tracciare la retta r .

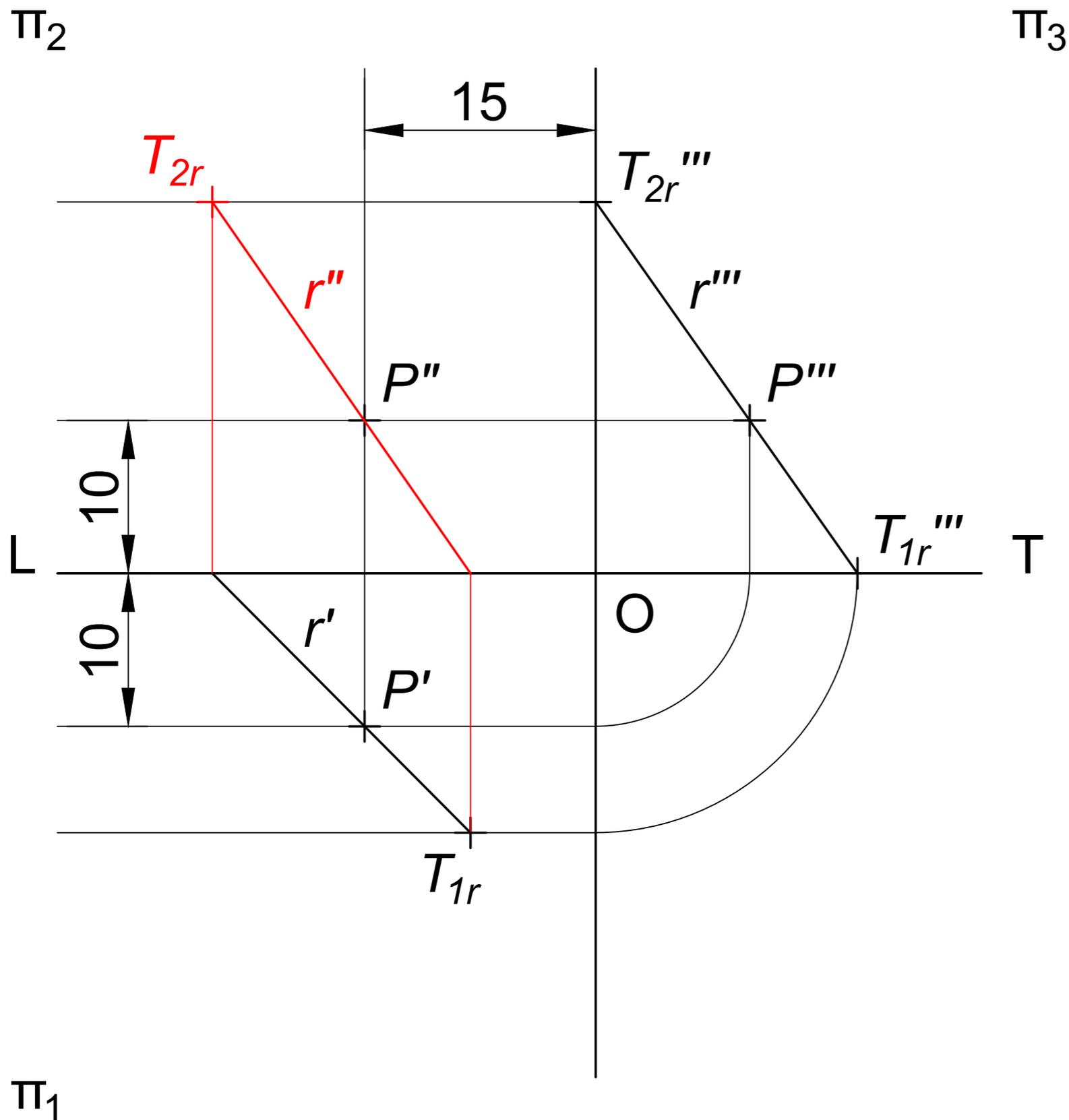
Rappresentazione di P:

- si tracciano, sui quadri, le linee di riferimento relative alla posizione di P . Nelle rispettive intersezioni si individuano le immagini P' , P'' e P''' del punto.

Rappresentazione di r:

- su π_3 si traccia, a piacere, per P''' la r''' individuando T_{1r}''' e T_{2r}''' immagini delle tracce su π_1 e π_2 che si proiettano sui rispettivi quadri;
- si fissa T_{1r} sulla proiezione di T_{1r}''' . La direzione di r' è individuata da $P'-T_{1r}$, si traccia r' da T_{1r} fino alla LT;





Determinare una retta generica r passante per il punto $P(10; 10; 15)$.

Analisi:

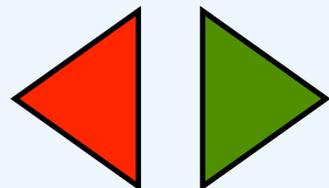
innanzitutto è necessario rappresentare il punto P poi, applicando le condizioni d'appartenenza punto-retta, tracciare la retta r .

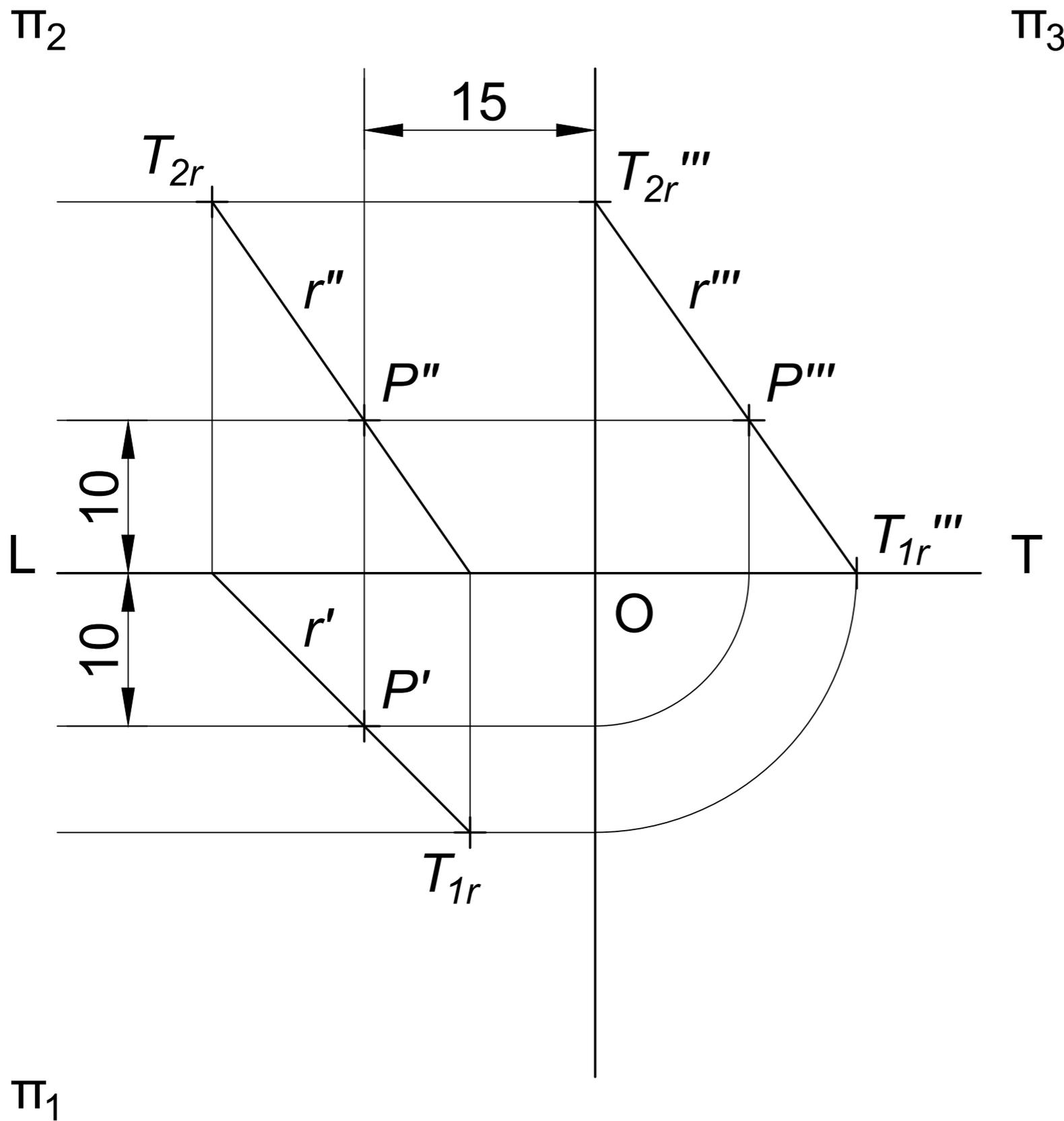
Rappresentazione di P :

- si tracciano, sui quadri, le linee di riferimento relative alla posizione di P . Nelle rispettive intersezioni si individuano le immagini P' , P'' e P''' del punto.

Rappresentazione di r :

- su π_3 si traccia, a piacere, per P''' la r''' individuando T_{1r}''' e T_{2r}''' immagini delle tracce su π_1 e π_2 che si proiettano sui rispettivi quadri;
- si fissa T_{1r} sulla proiezione di T_{1r}''' . La direzione di r' è individuata da $P'-T_{1r}$, si traccia r' da T_{1r} fino alla LT ;
- si proietta T_{1r} sulla LT da dove si conduce, per P'' , la r'' fino alla proiezione di T_{2r}''' . Nell'intersezione si trova T_{2r} .





Determinare una retta generica r passante per il punto $P(10; 10; 15)$.

Analisi:

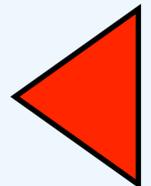
innanzitutto è necessario rappresentare il punto P poi, applicando le condizioni d'appartenenza punto-retta, tracciare la retta r .

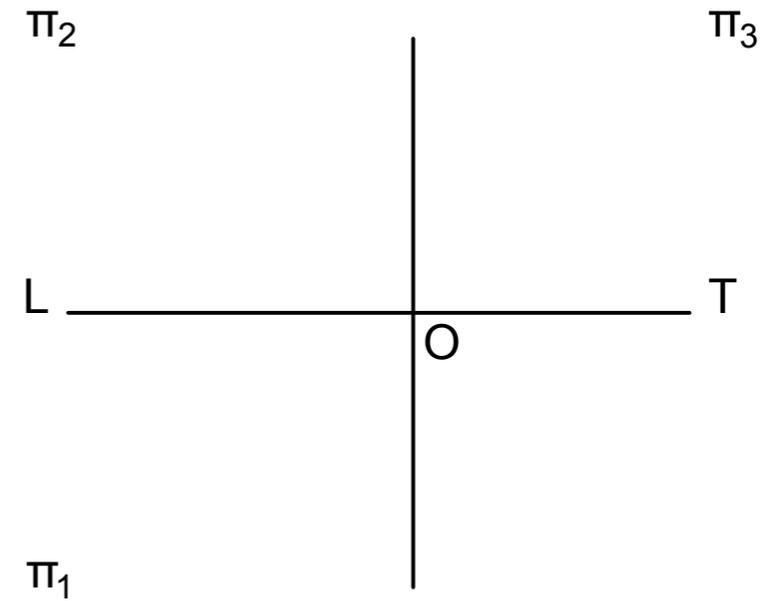
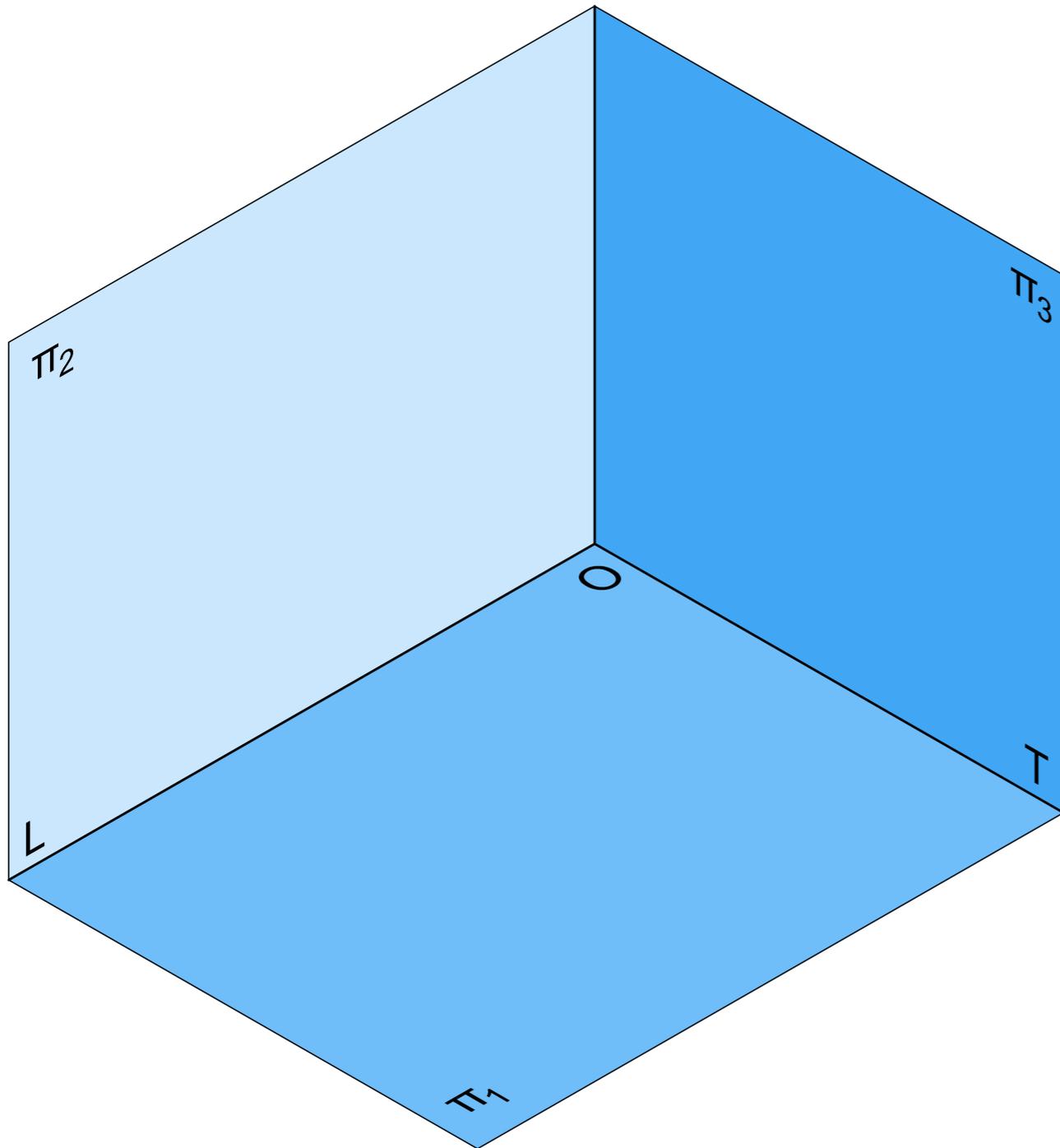
Rappresentazione di P :

- si tracciano, sui quadri, le linee di riferimento relative alla posizione di P . Nelle rispettive intersezioni si individuano le immagini P' , P'' e P''' del punto.

Rappresentazione di r :

- su π_3 si traccia, a piacere, per P''' la r''' individuando T_{1r}''' e T_{2r}''' immagini delle tracce su π_1 e π_2 che si proiettano sui rispettivi quadri;
- si fissa T_{1r} sulla proiezione di T_{1r}''' . La direzione di r' è individuata da $P'-T_{1r}$, si traccia r' da T_{1r} fino alla LT ;
- si proietta T_{1r} sulla LT da dove si conduce, per P'' , la r'' fino alla proiezione di T_{2r}''' . Nell'intersezione si trova T_{2r} .
- La retta r è così determinata.



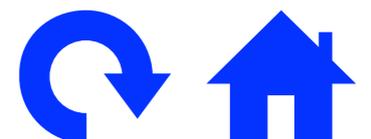


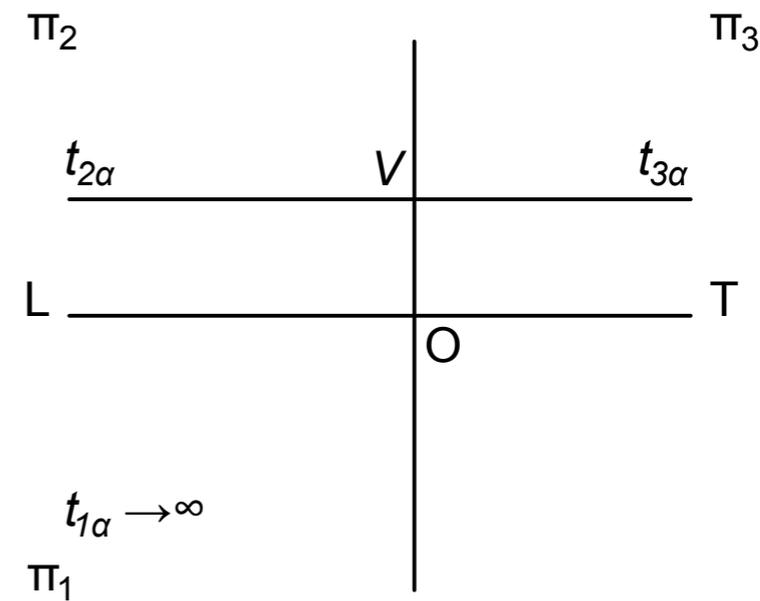
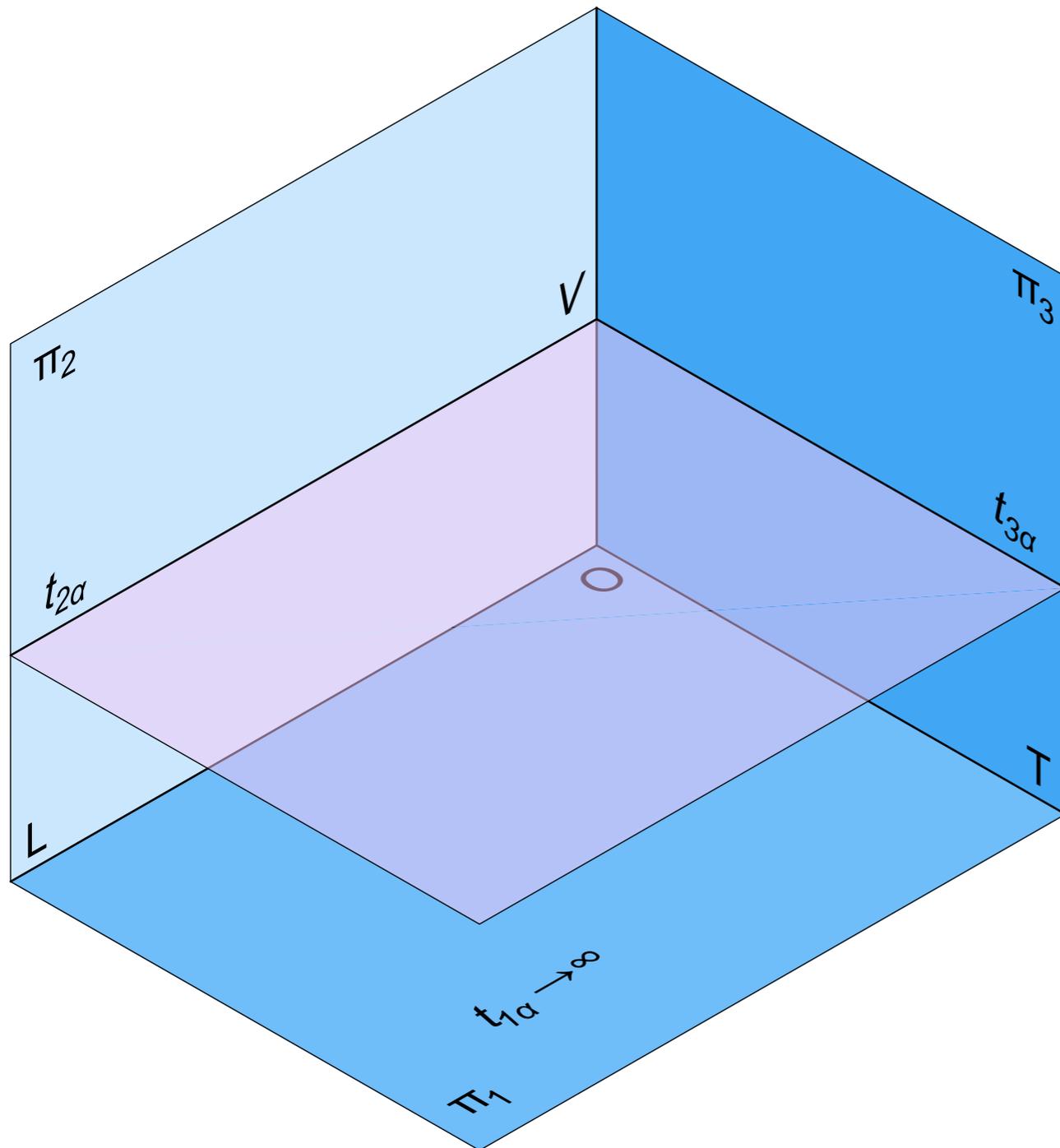
Condizione

$$r \in \alpha \leftrightarrow T_1 r \in t_{1\alpha}; T_2 r \in t_{2\alpha}; T_3 r \in t_{3\alpha}$$

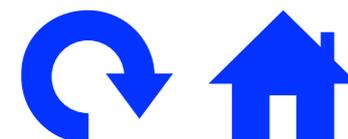
Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
---------------------	---------------------	---------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	----------------	---------------------	-------------------

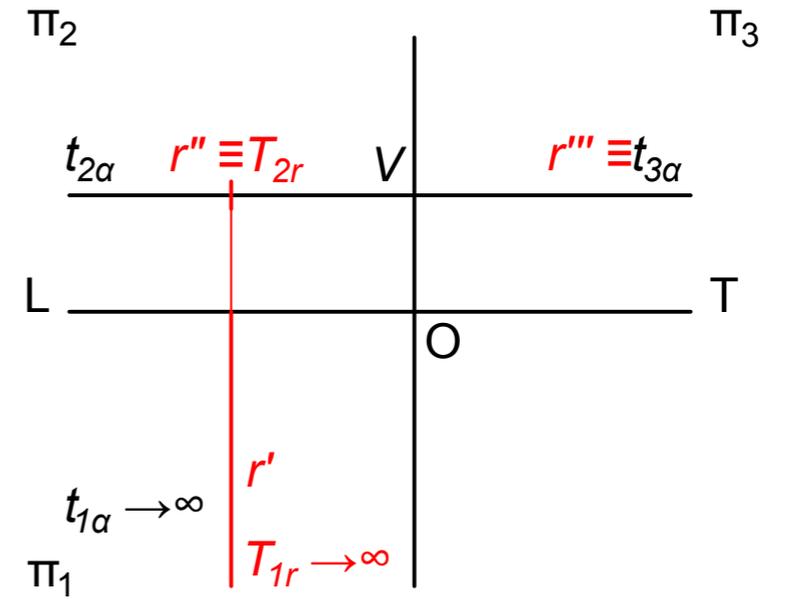
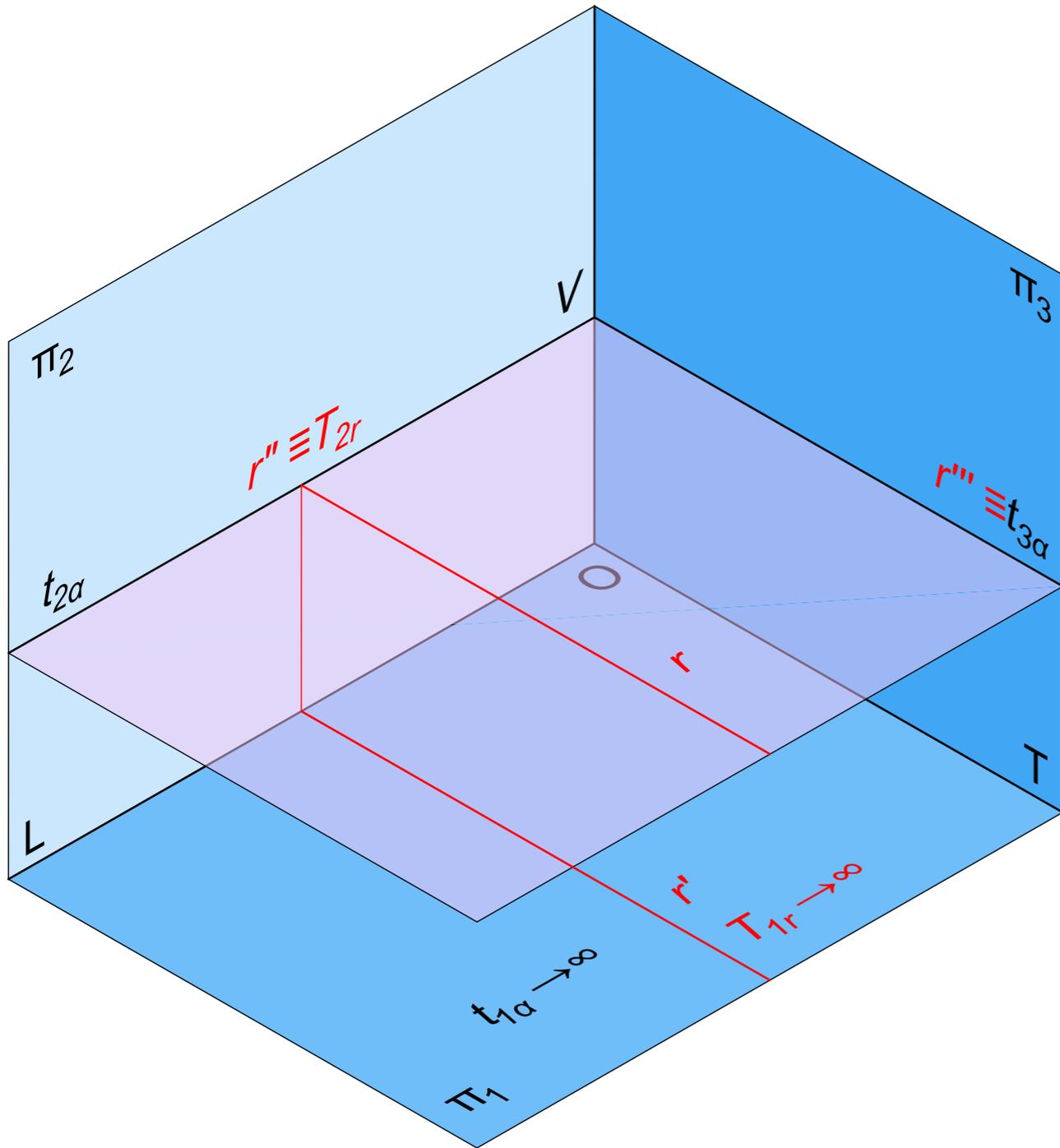
Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta //LT ($\perp \pi_3$)	Retta // $\pi_1 \angle \pi_2$	Retta // $\pi_2 \angle \pi_1$	Retta // $\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica
------------------------	------------------------	---------------------------------	----------------------------------	----------------------------------	----------------------------------	---------------------	-------------------





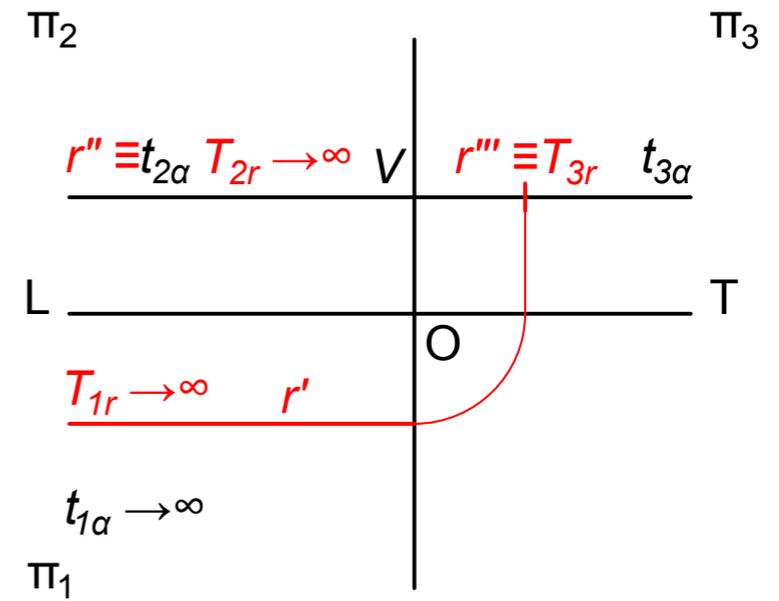
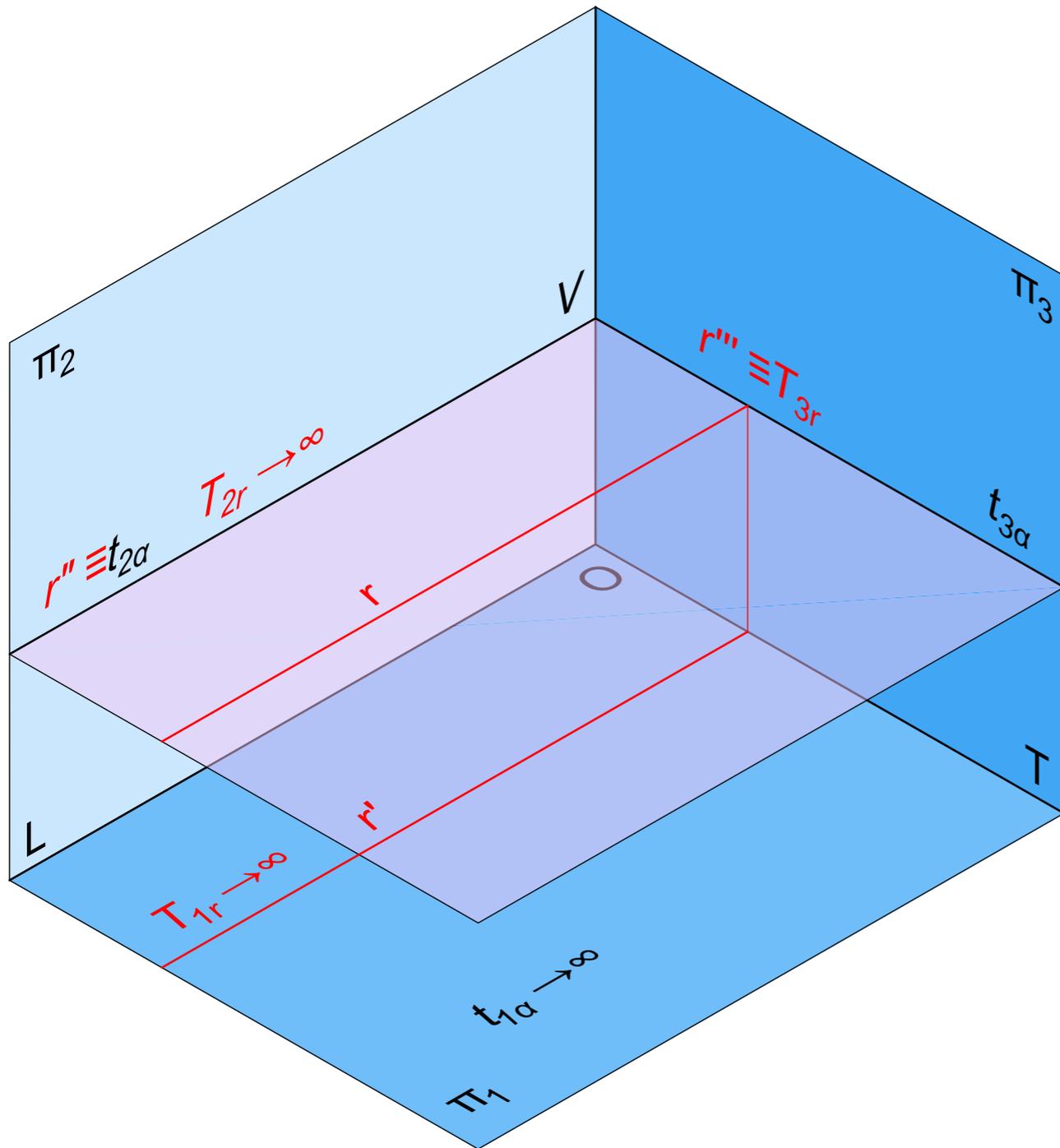
Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta //LT ($\perp \pi_3$)	Retta // $\pi_1 \angle \pi_2$	Retta // $\pi_2 \angle \pi_1$	Retta // $\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica





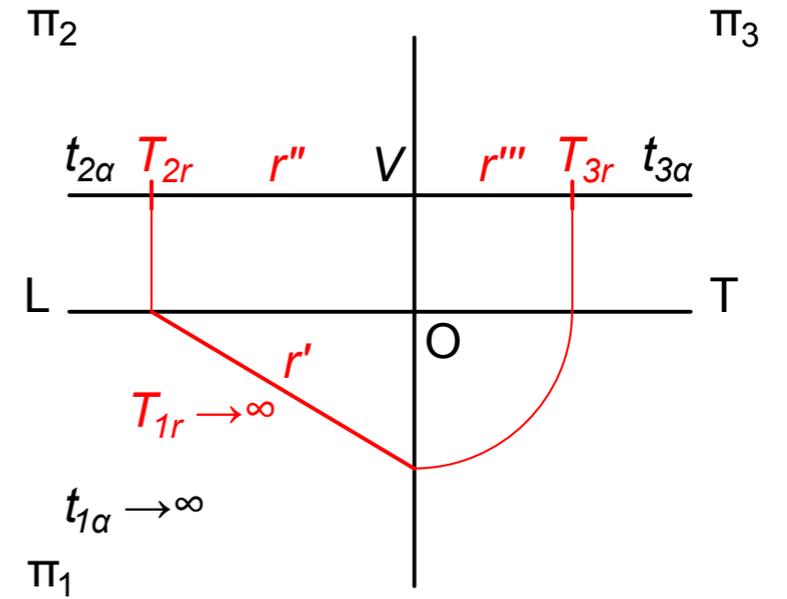
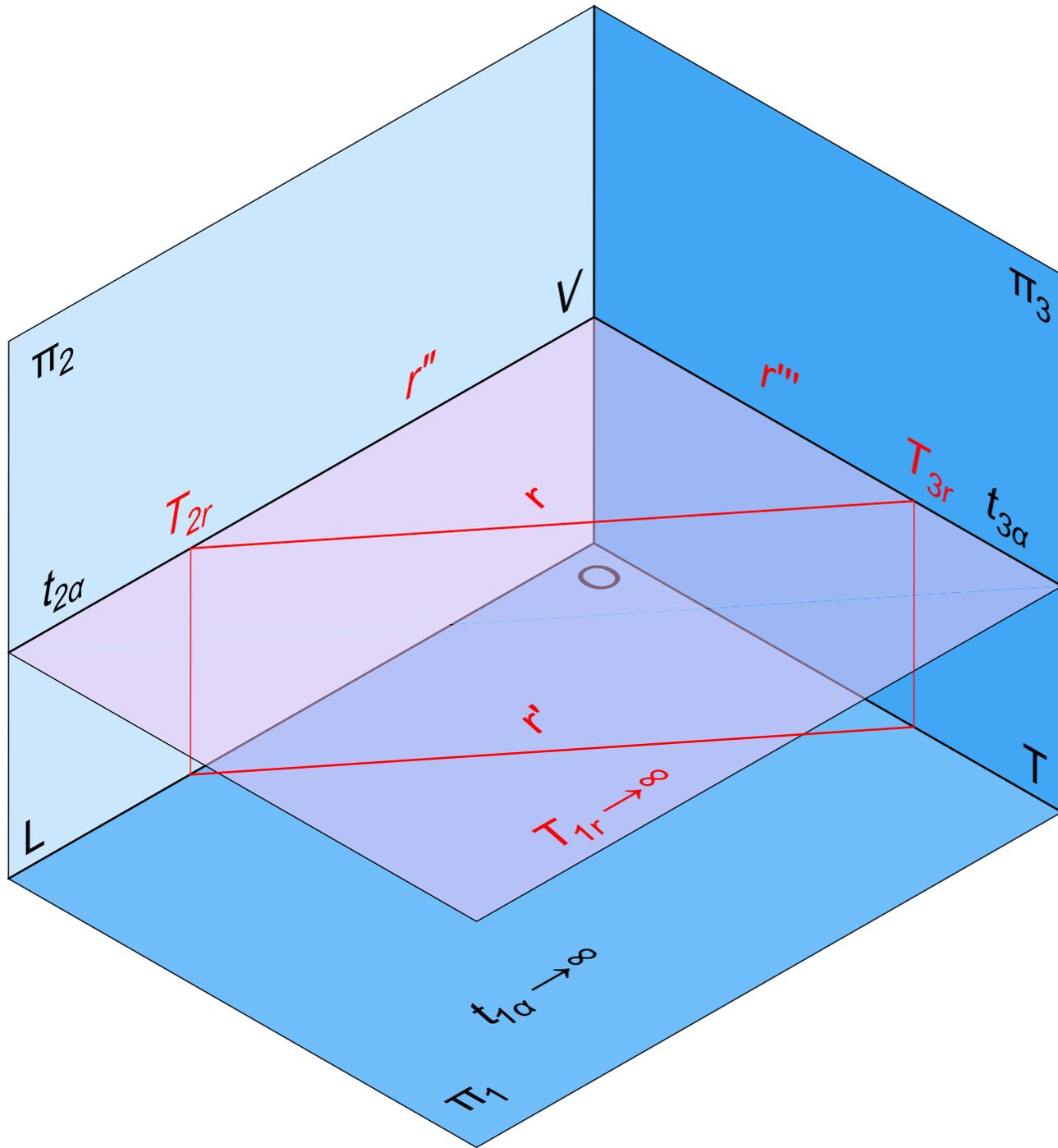
Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta // LT ($\perp \pi_3$)	Retta // $\pi_1 \angle \pi_2$	Retta // $\pi_2 \angle \pi_1$	Retta // $\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica





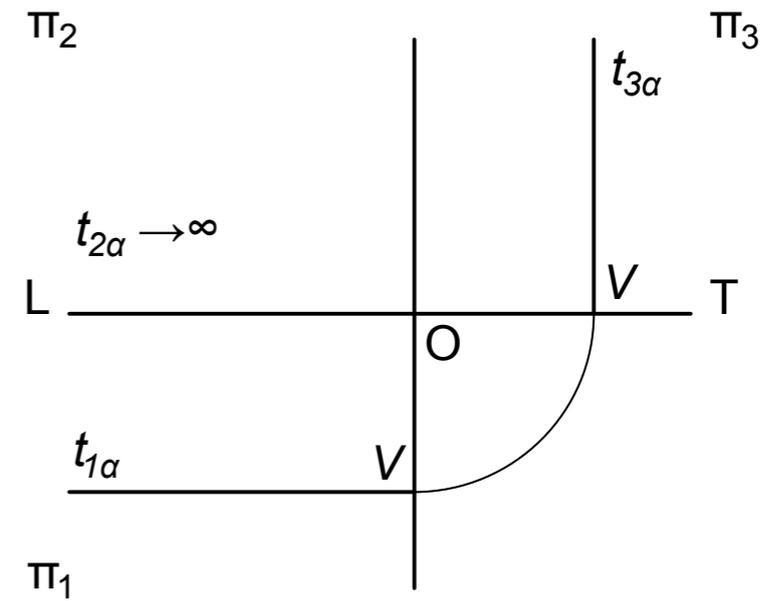
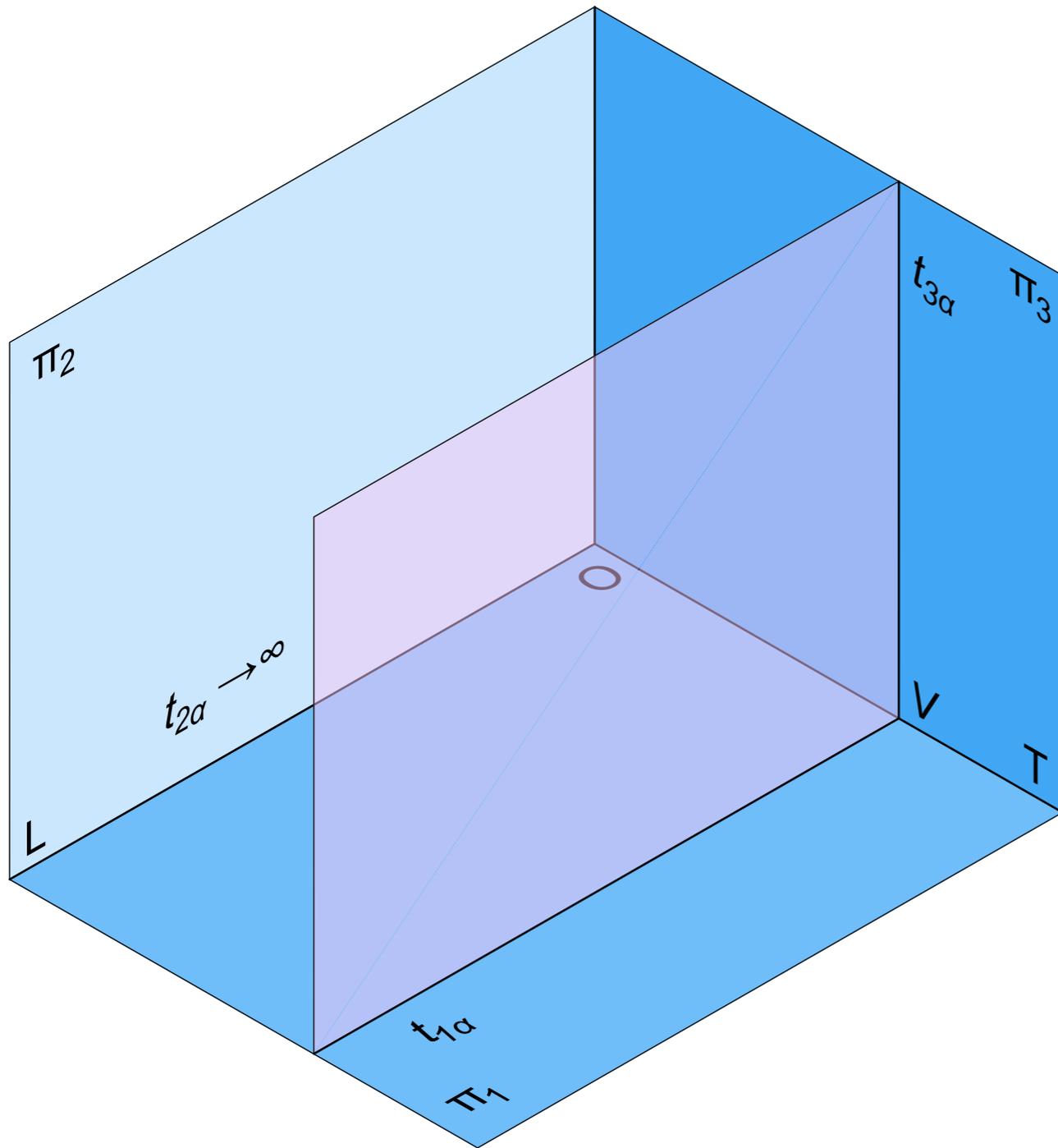
Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta //LT ($\perp \pi_3$)	Retta // $\pi_1 \angle \pi_2$	Retta // $\pi_2 \angle \pi_1$	Retta // $\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica





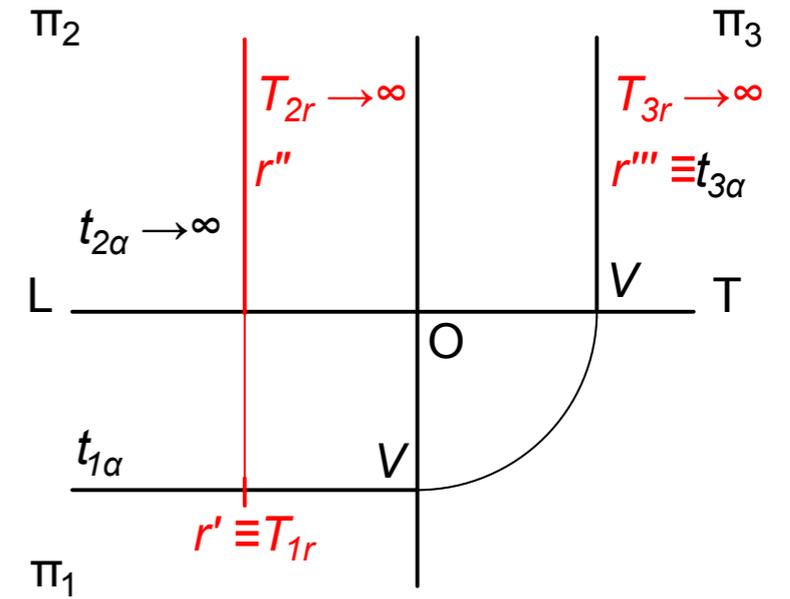
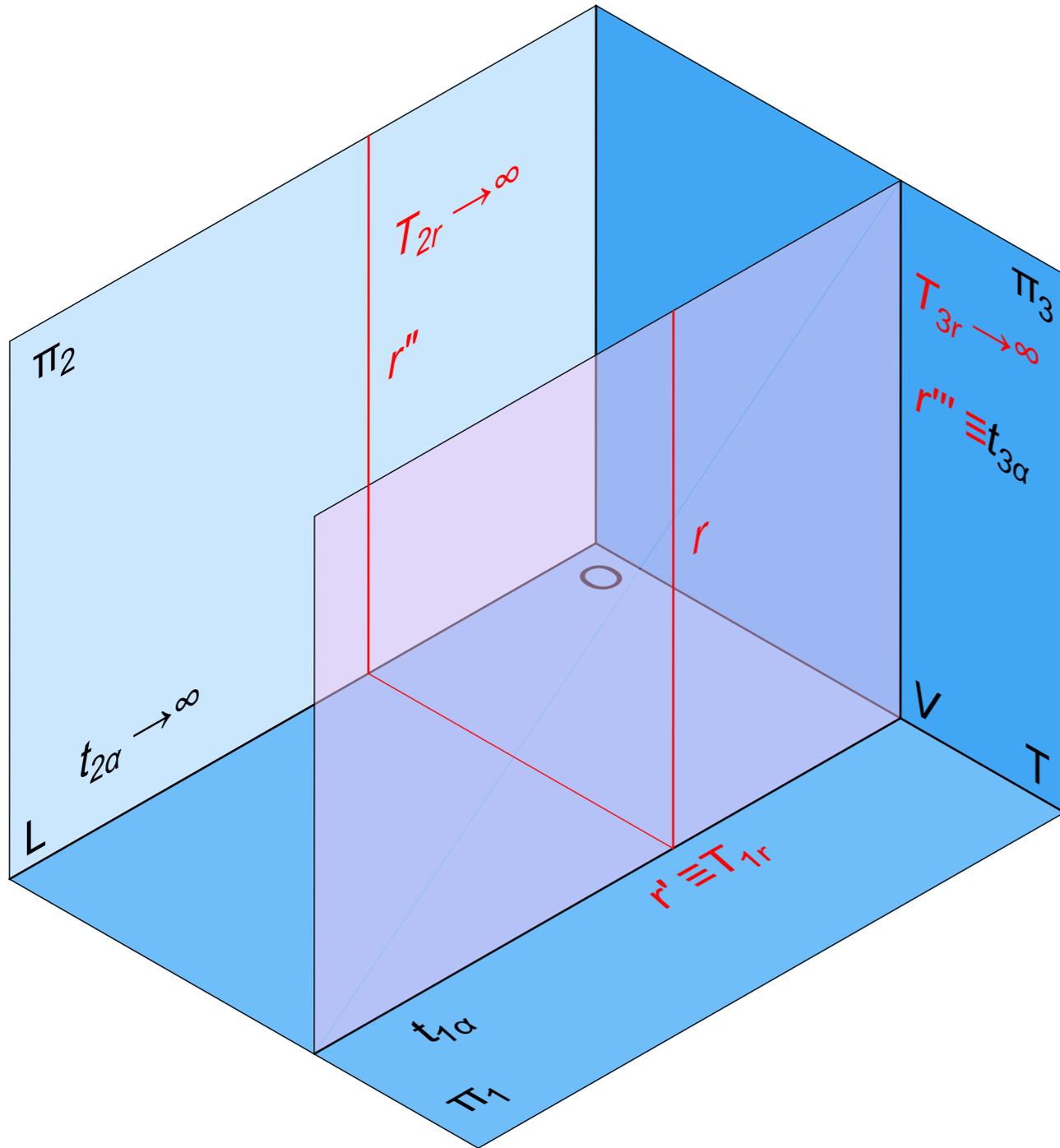
Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta //LT ($\perp \pi_3$)	Retta // $\pi_1 \angle \pi_2$	Retta // $\pi_2 \angle \pi_1$	Retta // $\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica





Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta //LT ($\perp \pi_3$)	Retta // $\pi_1 \angle \pi_2$	Retta // $\pi_2 \angle \pi_1$	Retta // $\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica

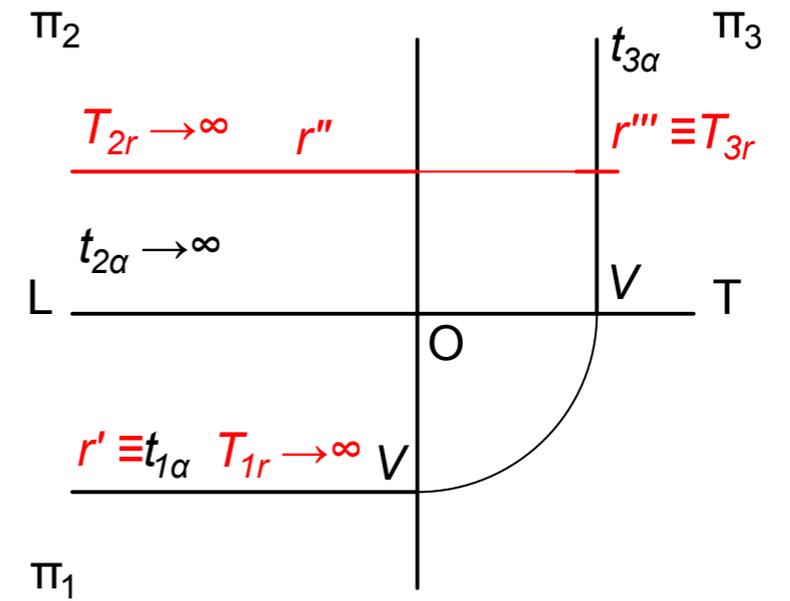
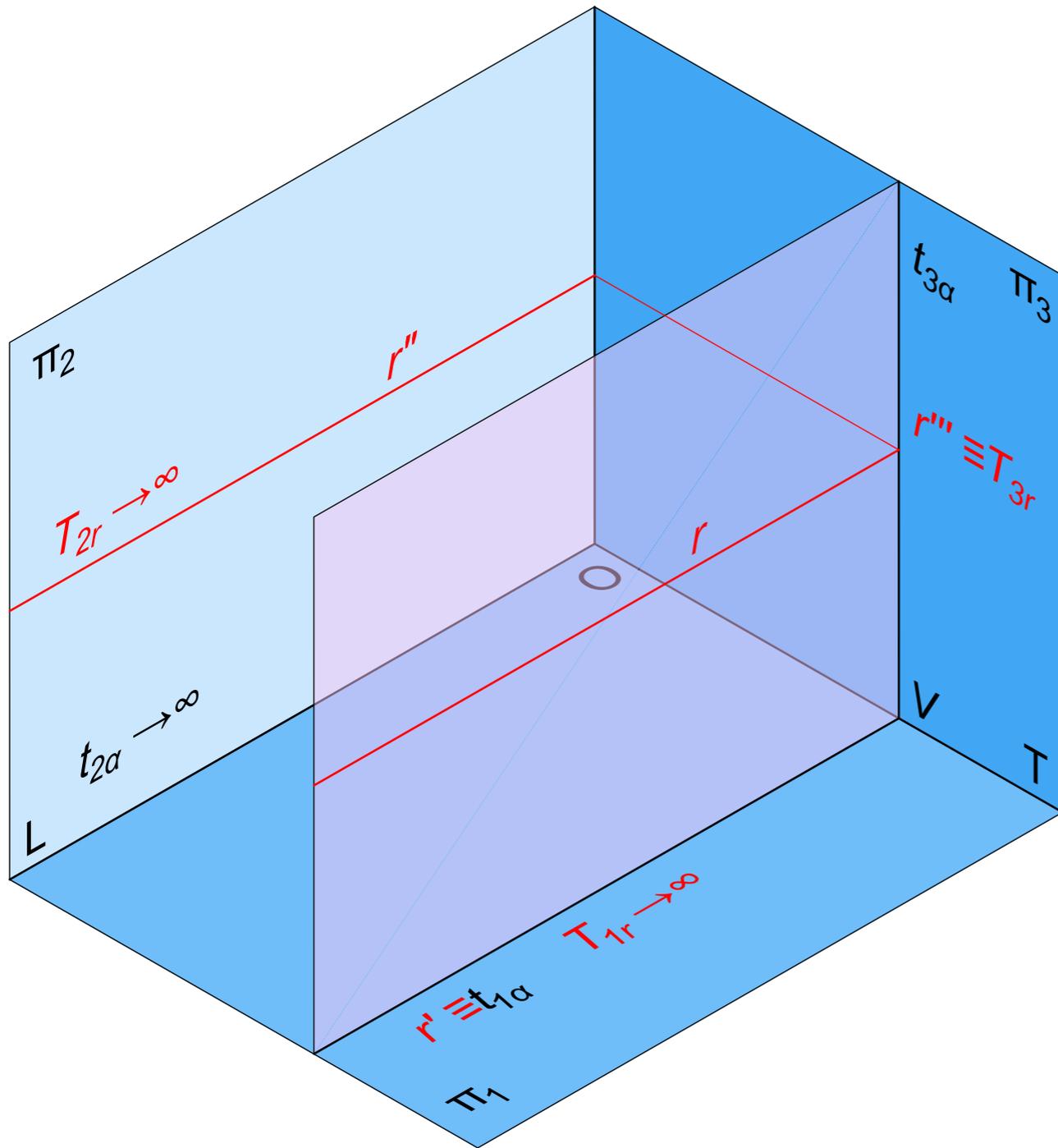




Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
---------------------	---------------------	---------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	----------------	---------------------	-------------------

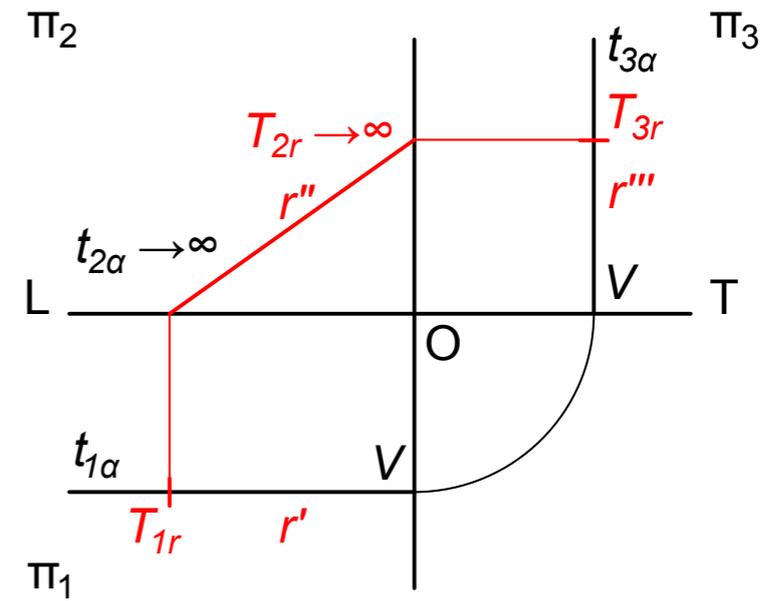
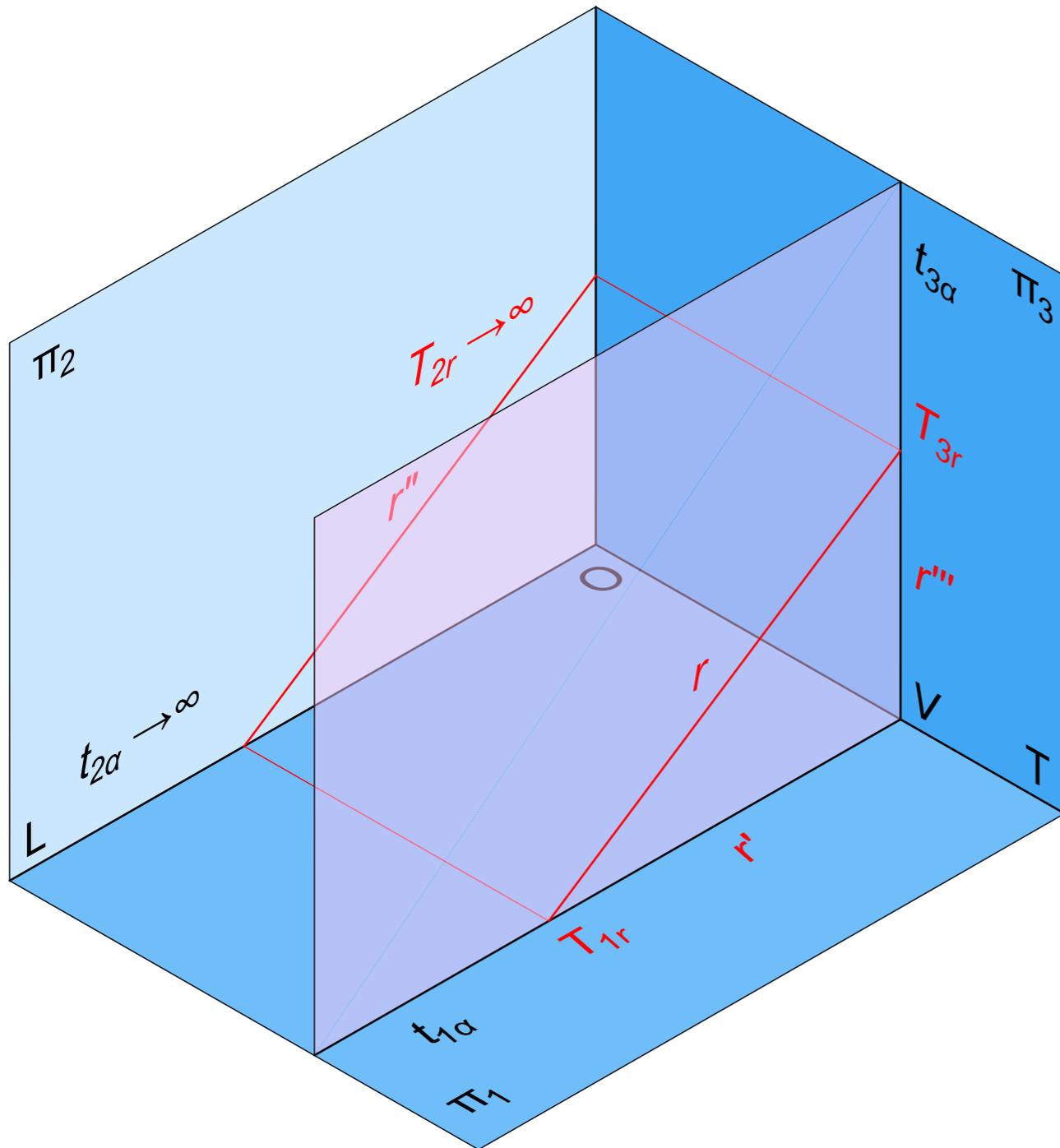
Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta //LT ($\perp \pi_3$)	Retta // $\pi_1 \angle \pi_2$	Retta // $\pi_2 \angle \pi_1$	Retta // $\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica
------------------------	------------------------	---------------------------------	----------------------------------	----------------------------------	----------------------------------	---------------------	-------------------





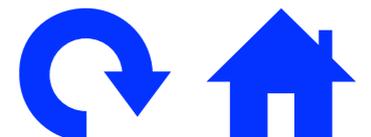
Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta //LT ($\perp \pi_3$)	Retta // $\pi_1 \angle \pi_2$	Retta // $\pi_2 \angle \pi_1$	Retta // $\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica

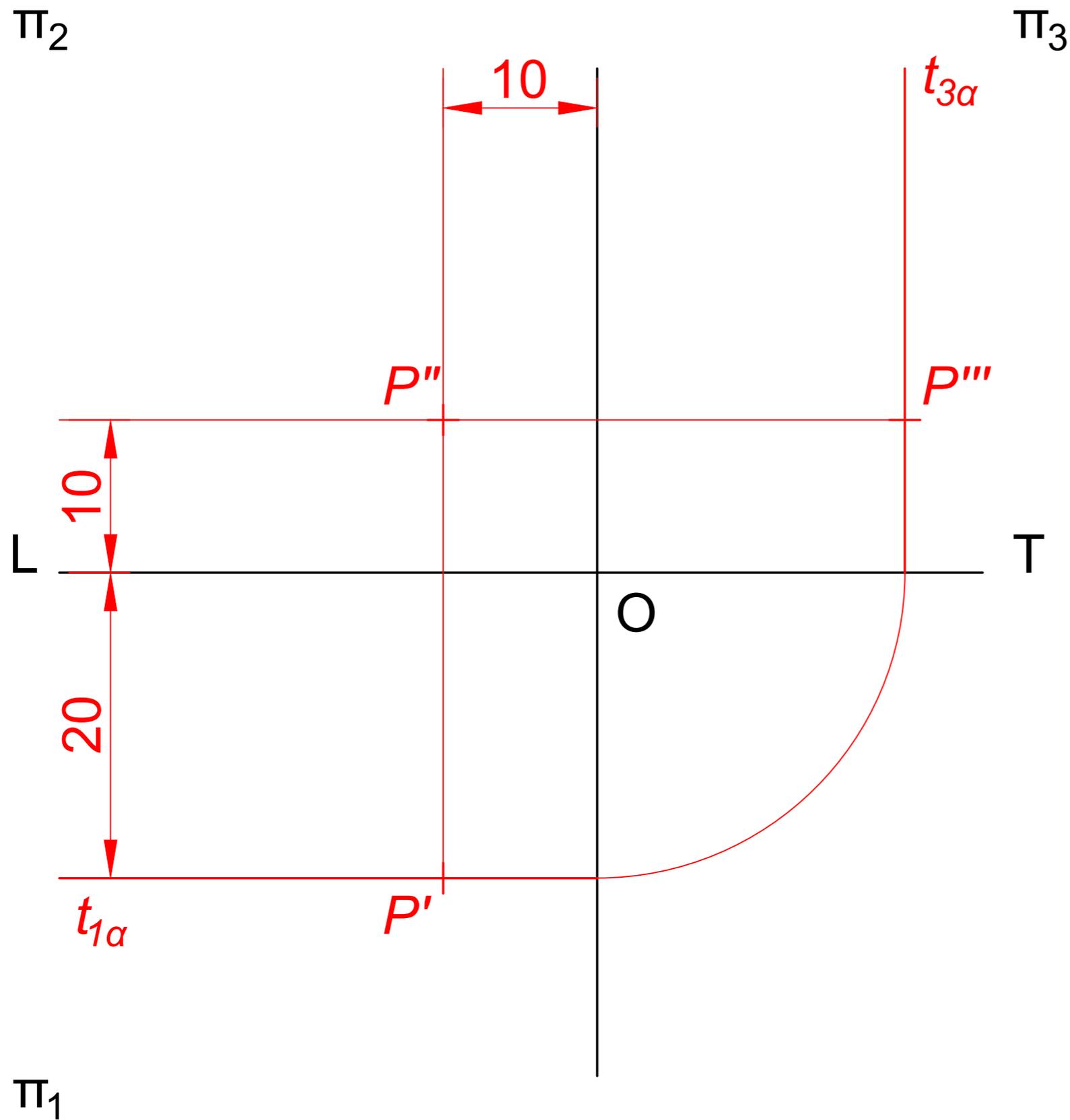




ESERCIZIO GUIDATO

Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta //LT ($\perp \pi_3$)	Retta // $\pi_1 \angle \pi_2$	Retta // $\pi_2 \angle \pi_1$	Retta // $\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica

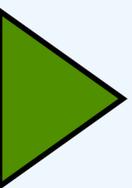


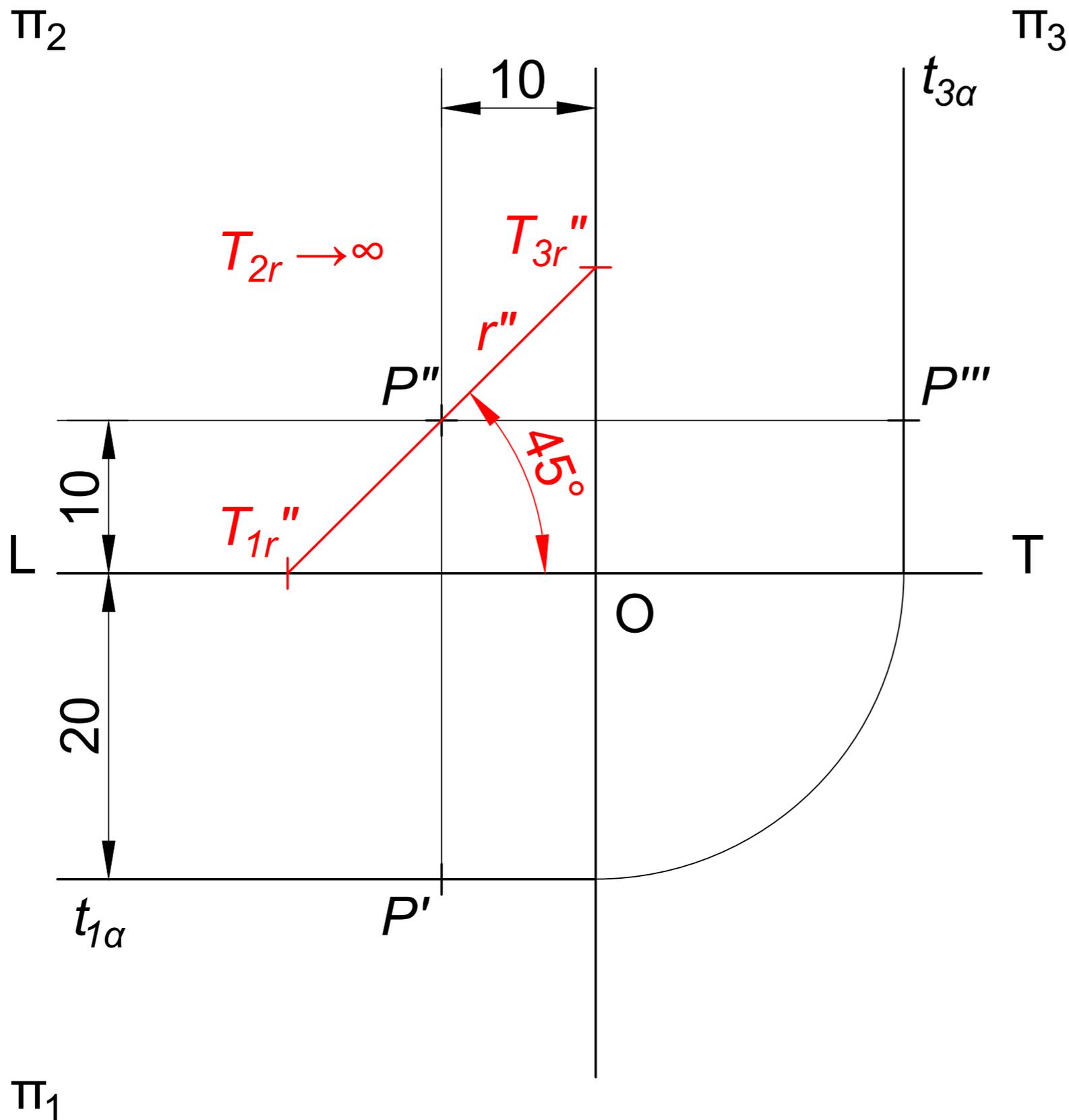


Determinare la retta $r // \pi_2 \angle 45^\circ \pi_1$ passante per il punto $P(20; 10; 10)$ e appartenente al piano $\alpha // \pi_2$ avente aggetto $a_\alpha = 20\text{mm}$

Analisi:

si rappresentano i dati del problema: il piano α e il punto P . Il piano α è proiettante in I e III posizione così, oltre alla condizione di appartenenza retta-piano (le tracce T_{1r} e T_{3r} della retta r giacciono sulle tracce omonime del piano $t_{1\alpha}$ e $t_{3\alpha}$) anche le immagini r' e r''' della retta devono appartenere alle tracce $t_{1\alpha}$ e $t_{3\alpha}$ del piano.





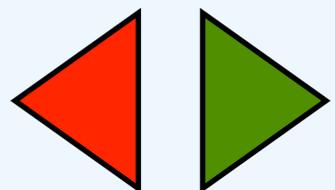
Determinare la retta $r // \pi_2 \angle 45^\circ \pi_1$ passante per il punto $P(20; 10; 10)$ e appartenente al piano $\alpha // \pi_2$ avente aggetto $a_\alpha = 20\text{mm}$

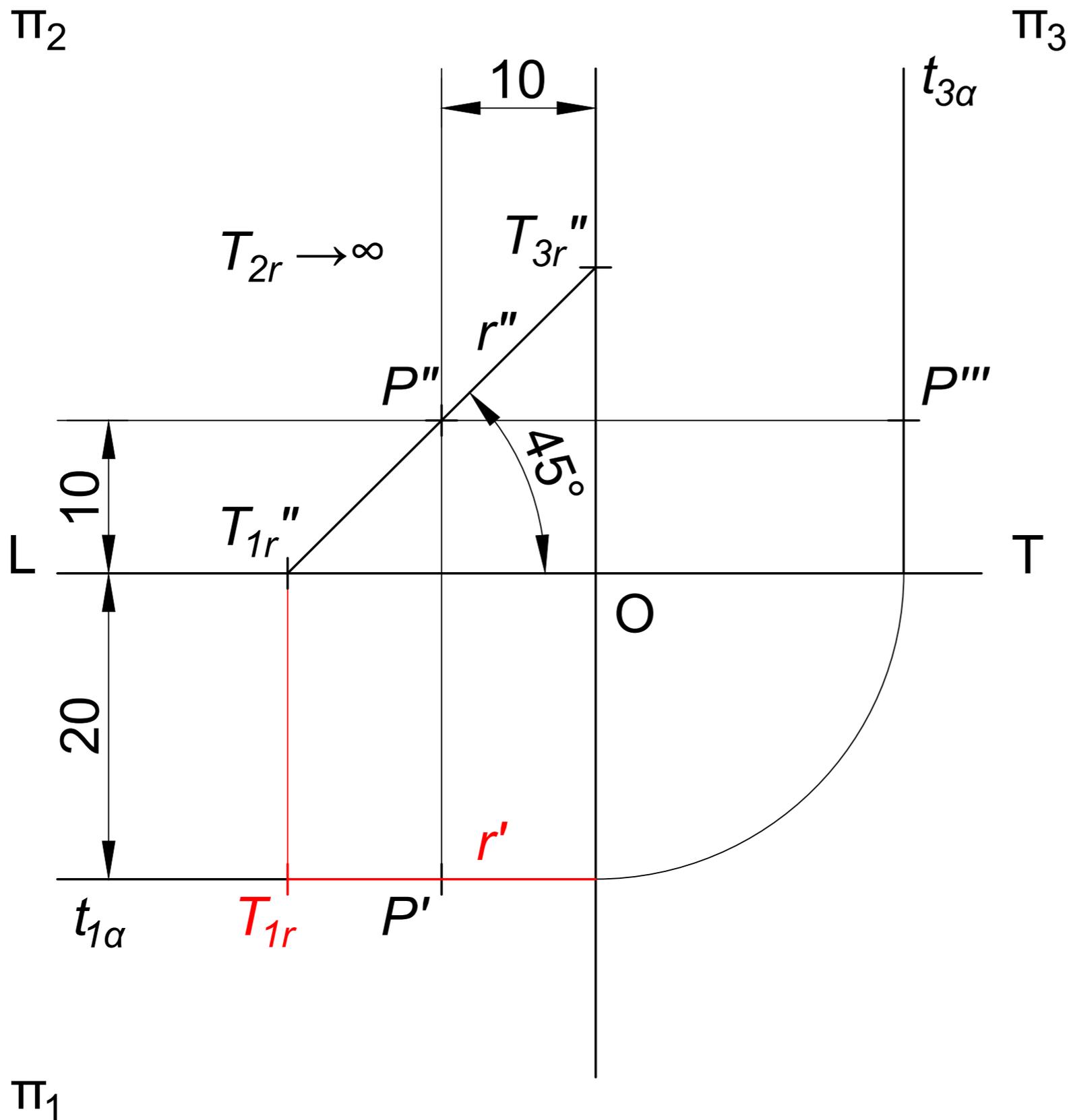
Analisi:

si rappresentano i dati del problema: il piano α e il punto P . Il piano α è proiettante in I e III posizione così, oltre alla condizione di appartenenza retta-piano (le tracce T_{1r} e T_{3r} della retta r giacciono sulle tracce omonime del piano $t_{1\alpha}$ e $t_{3\alpha}$) anche le immagini r' e r''' della retta devono appartenere alle tracce $t_{1\alpha}$ e $t_{3\alpha}$ del piano.

Rappresentazione di r :

- la retta r è parallela a π_2 perciò su tale quadro è visibile la sua reale inclinazione. Così si traccia per P'' l'immagine r'' inclinata 45° a LT individuando $T_{1r''}$ e $T_{3r''}$;





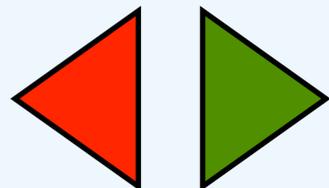
Determinare la retta $r // \pi_2 \angle 45^\circ \pi_1$ passante per il punto $P(20; 10; 10)$ e appartenente al piano $\alpha // \pi_2$ avente aggetto $a_\alpha = 20\text{mm}$

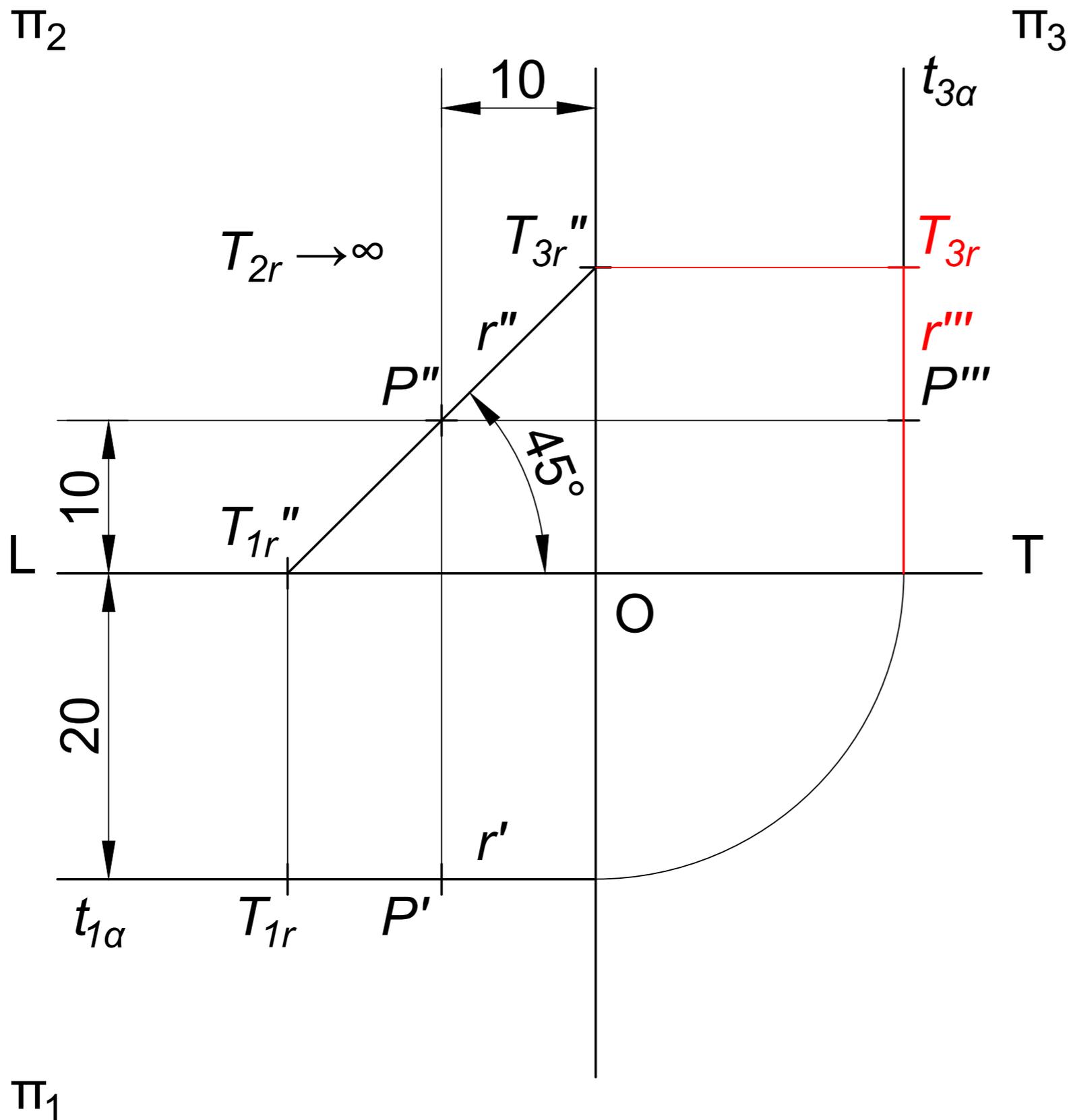
Analisi:

si rappresentano i dati del problema: il piano α e il punto P . Il piano α è proiettante in I e III posizione così, oltre alla condizione di appartenenza retta-piano (le tracce T_{1r} e T_{3r} della retta r giacciono sulle tracce omonime del piano $t_{1\alpha}$ e $t_{3\alpha}$) anche le immagini r' e r''' della retta devono appartenere alle tracce $t_{1\alpha}$ e $t_{3\alpha}$ del piano.

Rappresentazione di r :

- la retta r è parallela a π_2 perciò su tale quadro è visibile la sua reale inclinazione. Così si traccia per P'' l'immagine r'' inclinata 45° a LT individuando T_{1r} e T_{3r} ;
- si proietta T_{1r} su $t_{1\alpha}$ trovando T_{1r} dalla quale, per P' , si traccia parallelamente a LT r' che coincide con $t_{1\alpha}$;





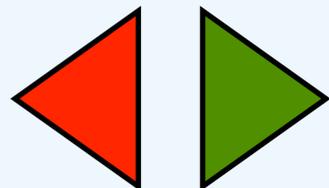
Determinare la retta $r // \pi_2 \angle 45^\circ \pi_1$ passante per il punto $P(20; 10; 10)$ e appartenente al piano $\alpha // \pi_2$ avente aggetto $a_\alpha = 20\text{mm}$

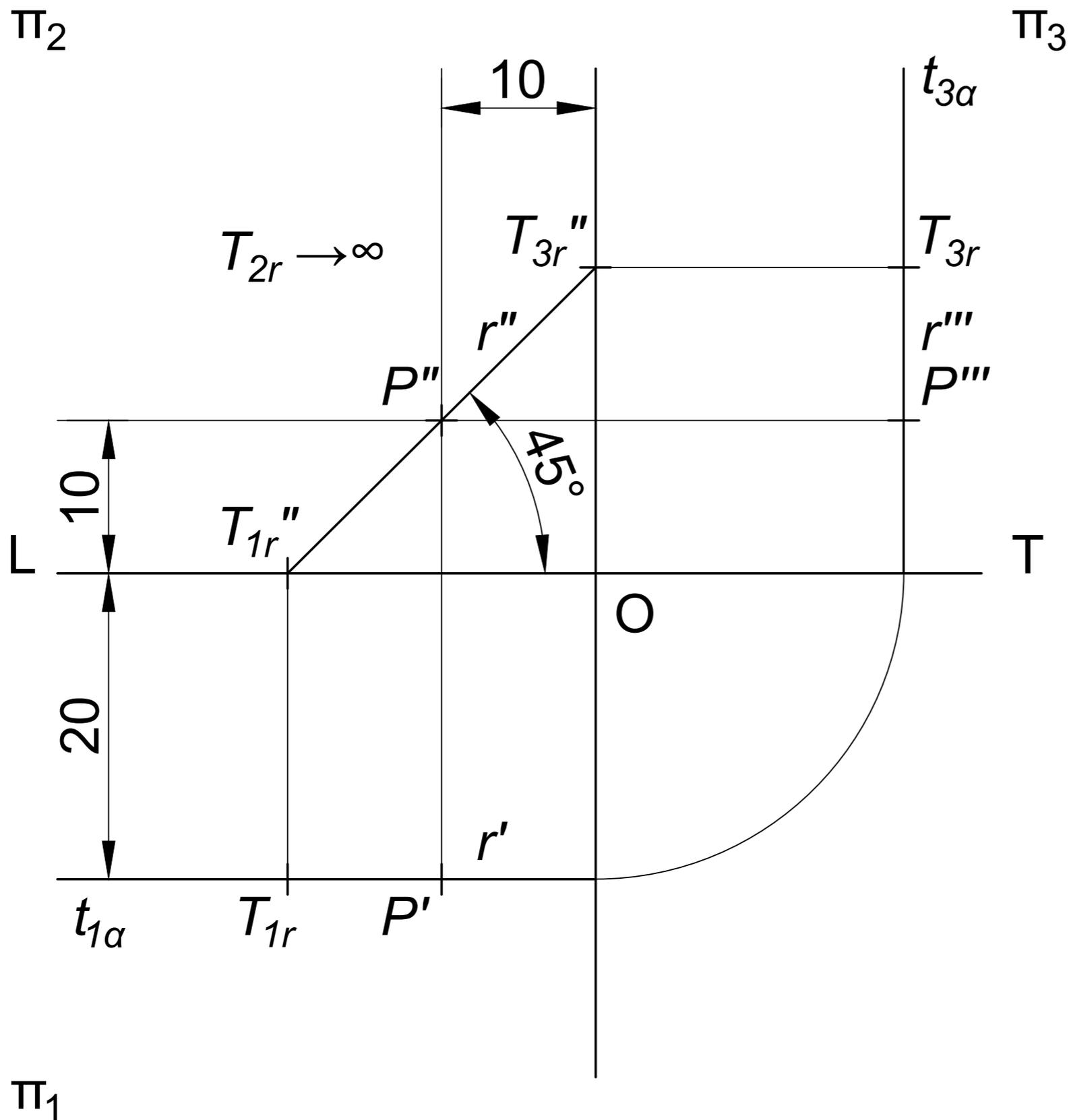
Analisi:

si rappresentano i dati del problema: il piano α e il punto P . Il piano α è proiettante in I e III posizione così, oltre alla condizione di appartenenza retta-piano (le tracce T_{1r} e T_{3r} della retta r giacciono sulle tracce omonime del piano $t_{1\alpha}$ e $t_{3\alpha}$) anche le immagini r' e r''' della retta devono appartenere alle tracce $t_{1\alpha}$ e $t_{3\alpha}$ del piano.

Rappresentazione di r :

- la retta r è parallela a π_2 perciò su tale quadro è visibile la sua reale inclinazione. Così si traccia per P'' l'immagine r'' inclinata 45° a LT individuando $T_{1r''}$ e $T_{3r''}$;
- si proietta $T_{1r''}$ su $t_{1\alpha}$ trovando T_{1r} dalla quale, per P' , si traccia parallelamente a LT r' che coincide con $t_{1\alpha}$;
- si proietta $T_{3r''}$ su $t_{3\alpha}$ individuando T_{3r} dalla quale, per P''' , si traccia ortogonalmente alla LT r''' che coincide con $t_{3\alpha}$.





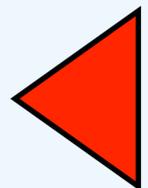
Determinare la retta $r // \pi_2 \angle 45^\circ \pi_1$ passante per il punto $P(20; 10; 10)$ e appartenente al piano $\alpha // \pi_2$ avente aggetto $a_\alpha = 20\text{mm}$

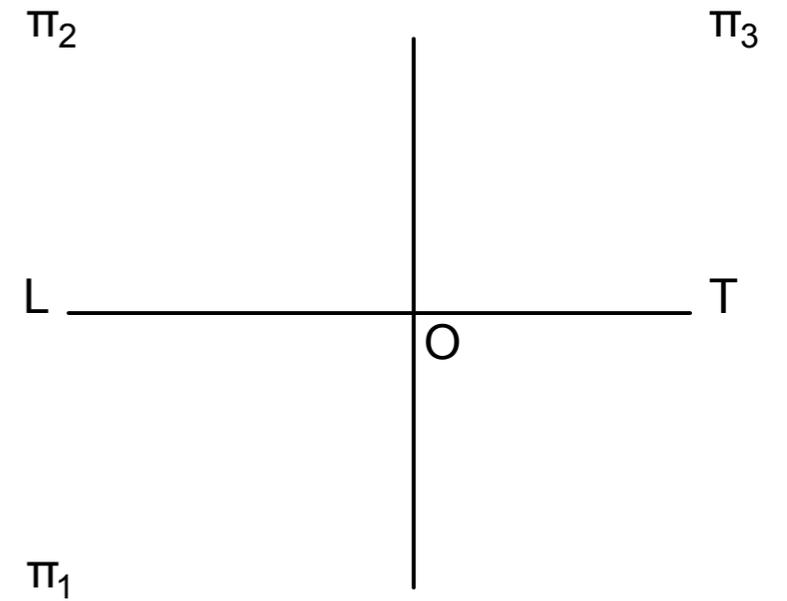
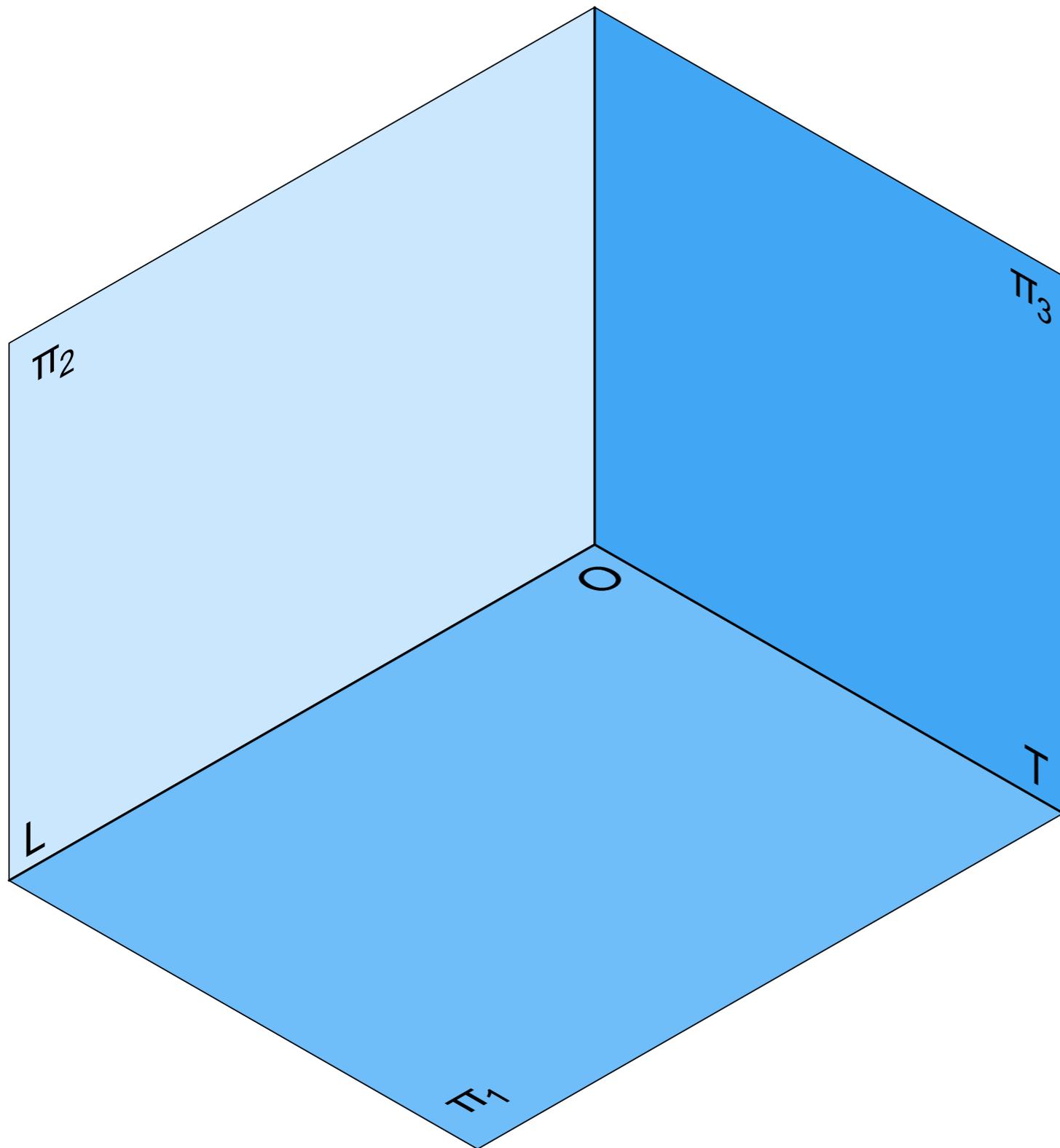
Analisi:

si rappresentano i dati del problema: il piano α e il punto P . Il piano α è proiettante in I e III posizione così, oltre alla condizione di appartenenza retta-piano (le tracce T_{1r} e T_{3r} della retta r giacciono sulle tracce omonime del piano $t_{1\alpha}$ e $t_{3\alpha}$) anche le immagini r' e r''' della retta devono appartenere alle tracce $t_{1\alpha}$ e $t_{3\alpha}$ del piano.

Rappresentazione di r :

- la retta r è parallela a π_2 perciò su tale quadro è visibile la sua reale inclinazione. Così si traccia per P'' l'immagine r'' inclinata 45° a LT individuando T_{1r}'' e T_{3r}'' ;
- si proietta T_{1r}'' su $t_{1\alpha}$ trovando T_{1r} dalla quale, per P' , si traccia parallelamente a LT r' che coincide con $t_{1\alpha}$;
- si proietta T_{3r}'' su $t_{3\alpha}$ individuando T_{3r} dalla quale, per P''' , si traccia ortogonalmente alla LT r''' che coincide con $t_{3\alpha}$.
- La retta r è così determinata.

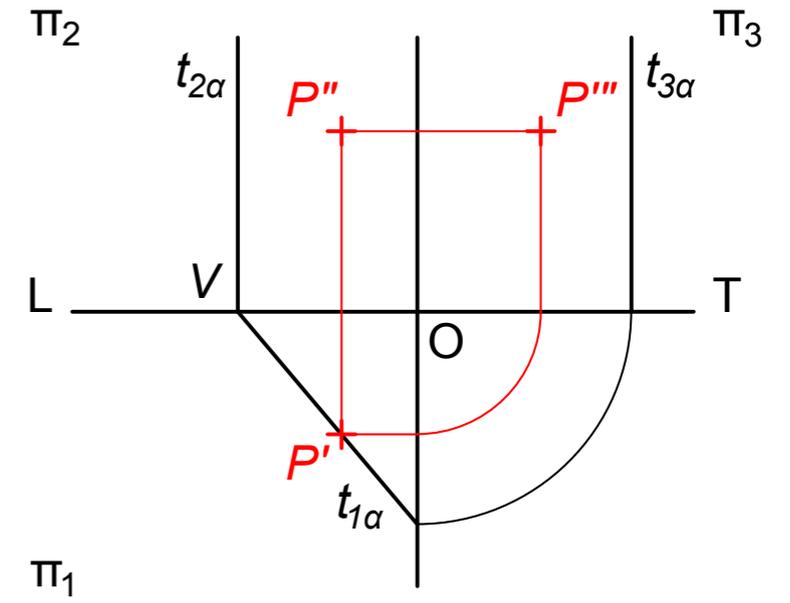
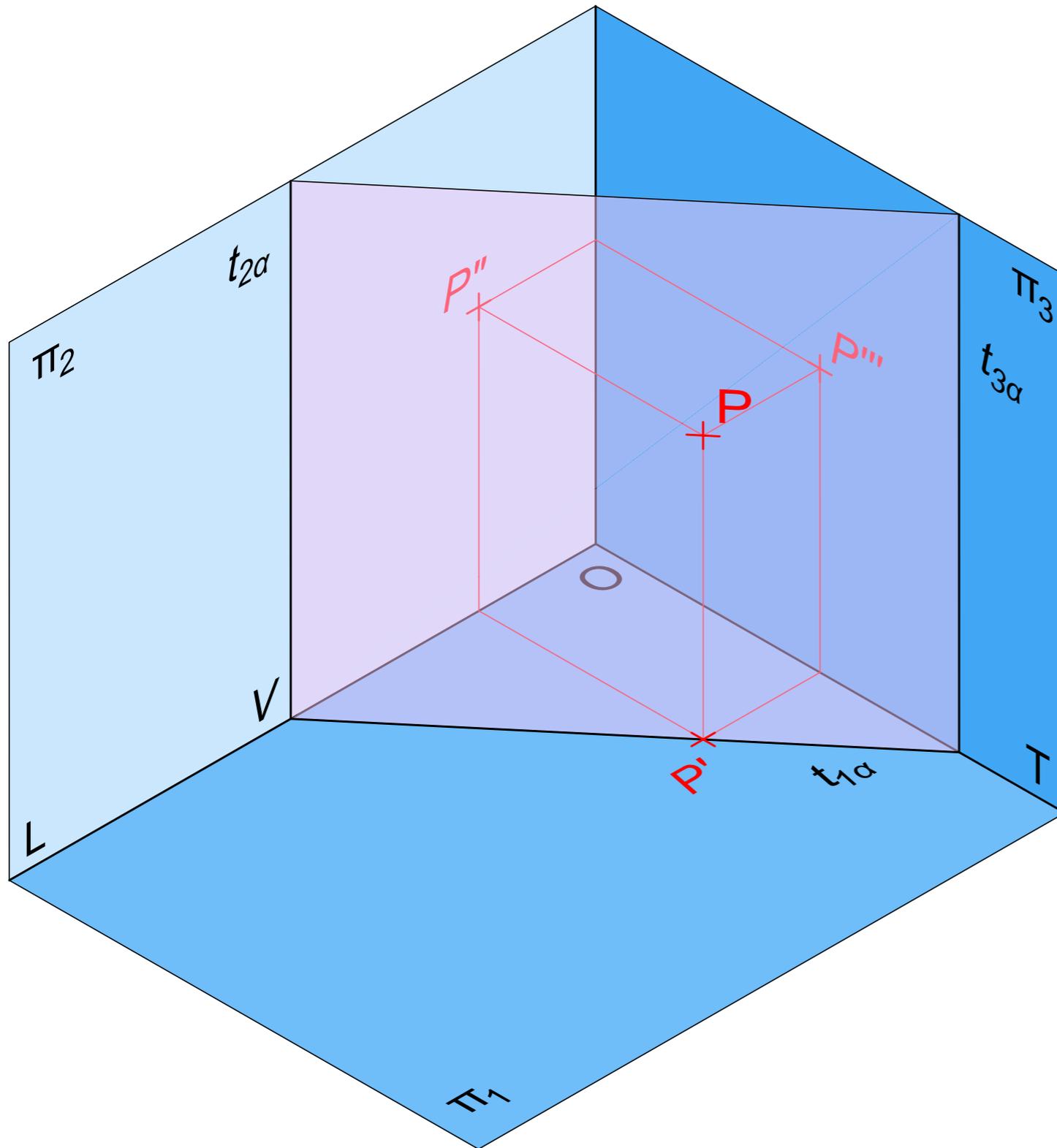




Condizione
 $P \in \alpha \leftrightarrow \exists r \mid P \in r \text{ ed } r \in \alpha$

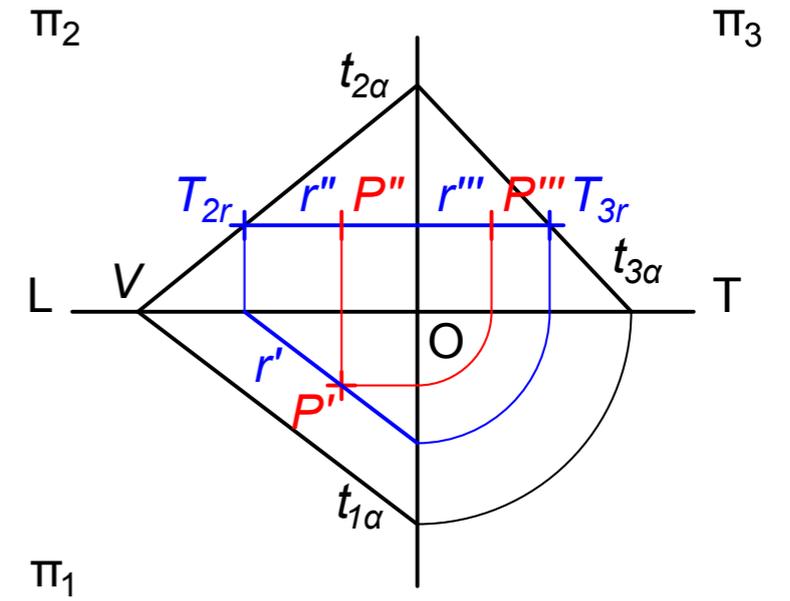
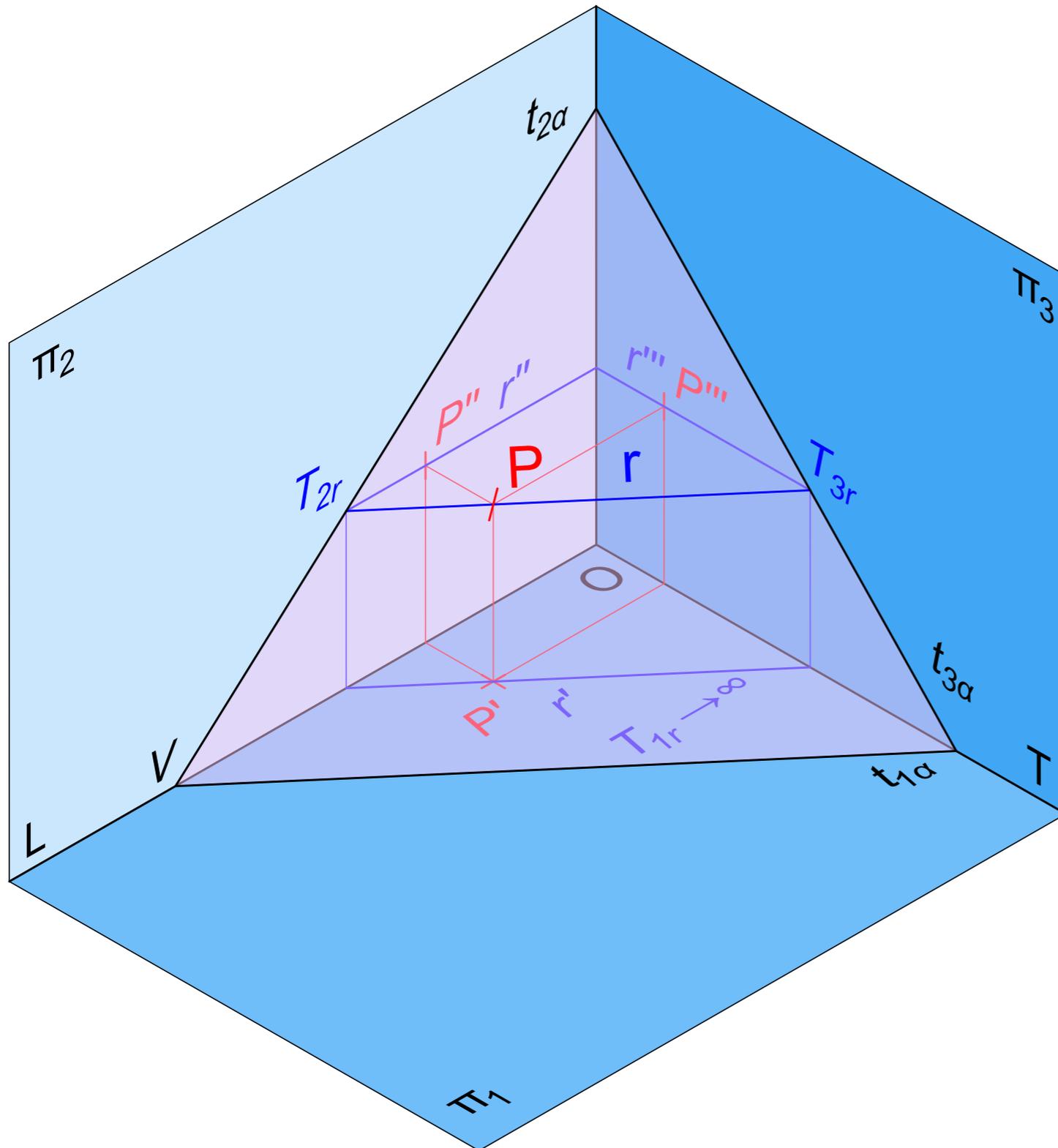
Piano $// \pi_1$	Piano $// \pi_2$	Piano $// \pi_3$	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano $// LT$	Piano uscente LT	Piano generico
----------------------------	----------------------------	----------------------------	--	--	-------------------------	------------------------------	--------------------------





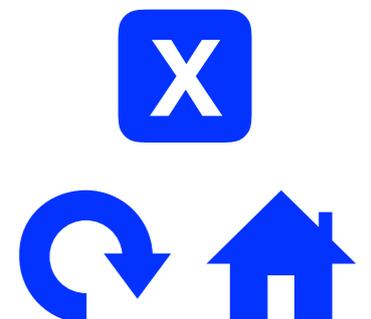
Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
---------------------	---------------------	---------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	------------------	-----------------------	-------------------

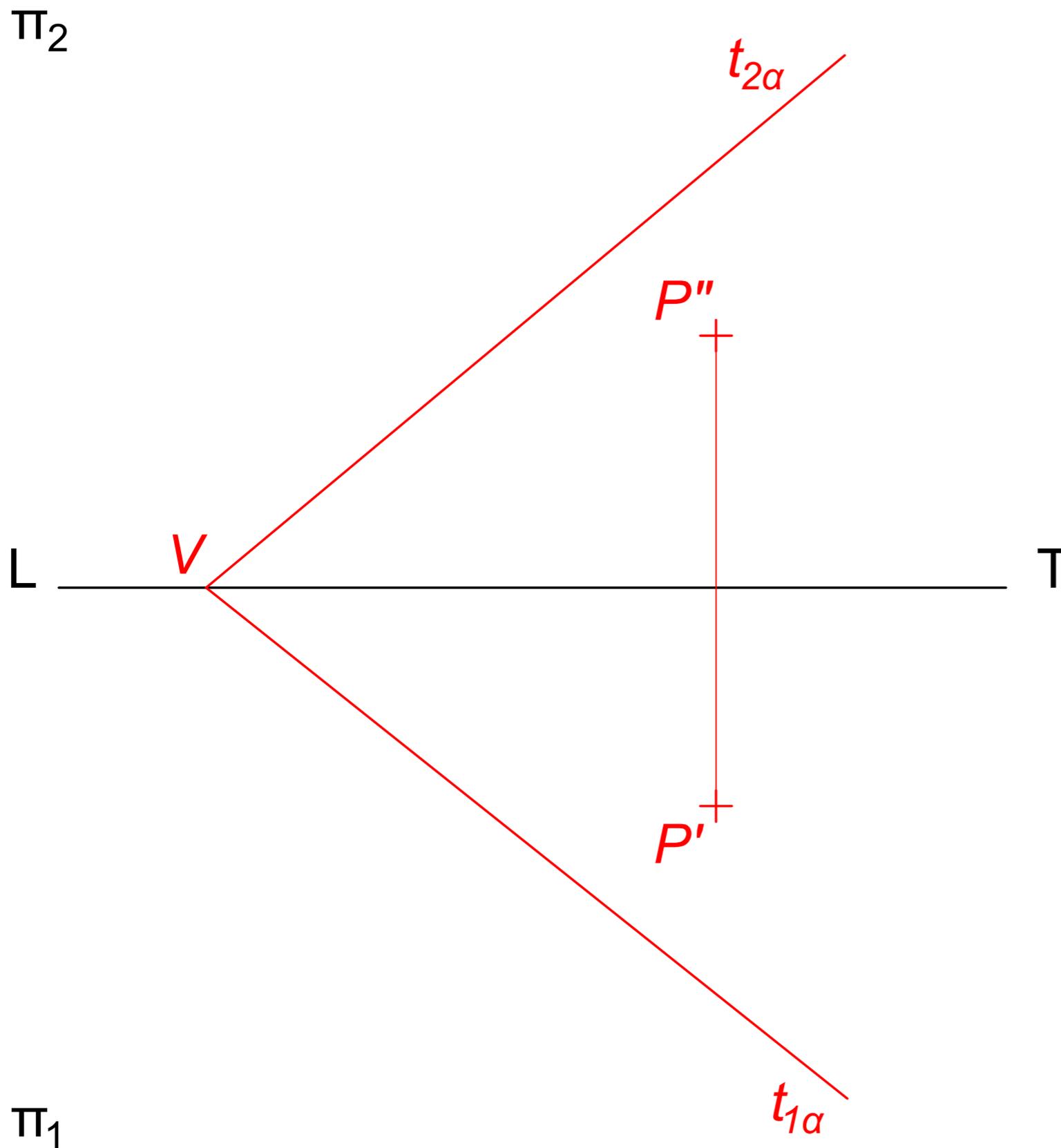




ESERCIZIO GUIDATO

Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
----------------------------	----------------------------	----------------------------	--	--	------------------------------	-----------------------------------	--------------------------

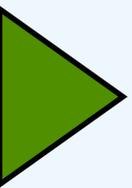


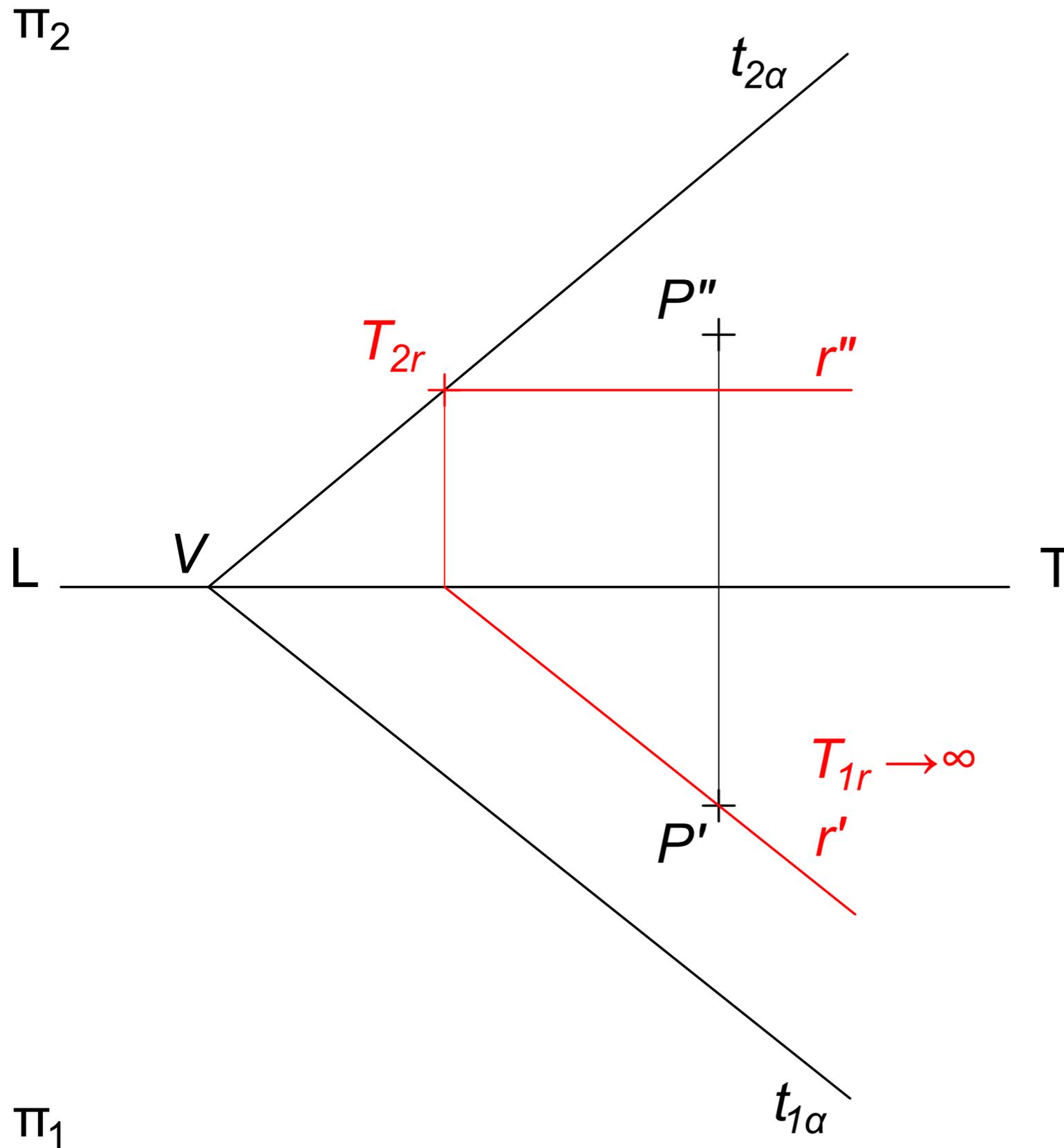


Dati il piano generico α e il punto P verificare se il punto appartiene al piano. Nel caso di non appartenenza stabilire se P è collocato al di sopra o al di sotto del piano.

Analisi:

per verificare l'appartenenza di un punto a un piano si impiega una retta e si valuta se soddisfa contemporaneamente le condizioni: contenere il punto P e appartenere al piano α . Il problema chiede, in caso di non appartenenza del punto al piano, di stabilire la collocazione di P rispetto al piano stesso, si sceglie così di operare con una retta r orizzontale la cui quota è facilmente identificabile.





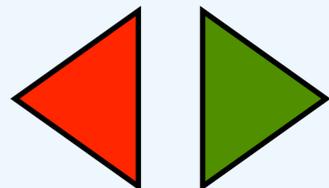
Dati il piano generico α e il punto P verificare se il punto appartiene al piano. Nel caso di non appartenenza stabilire se P è collocato al di sopra o al di sotto del piano.

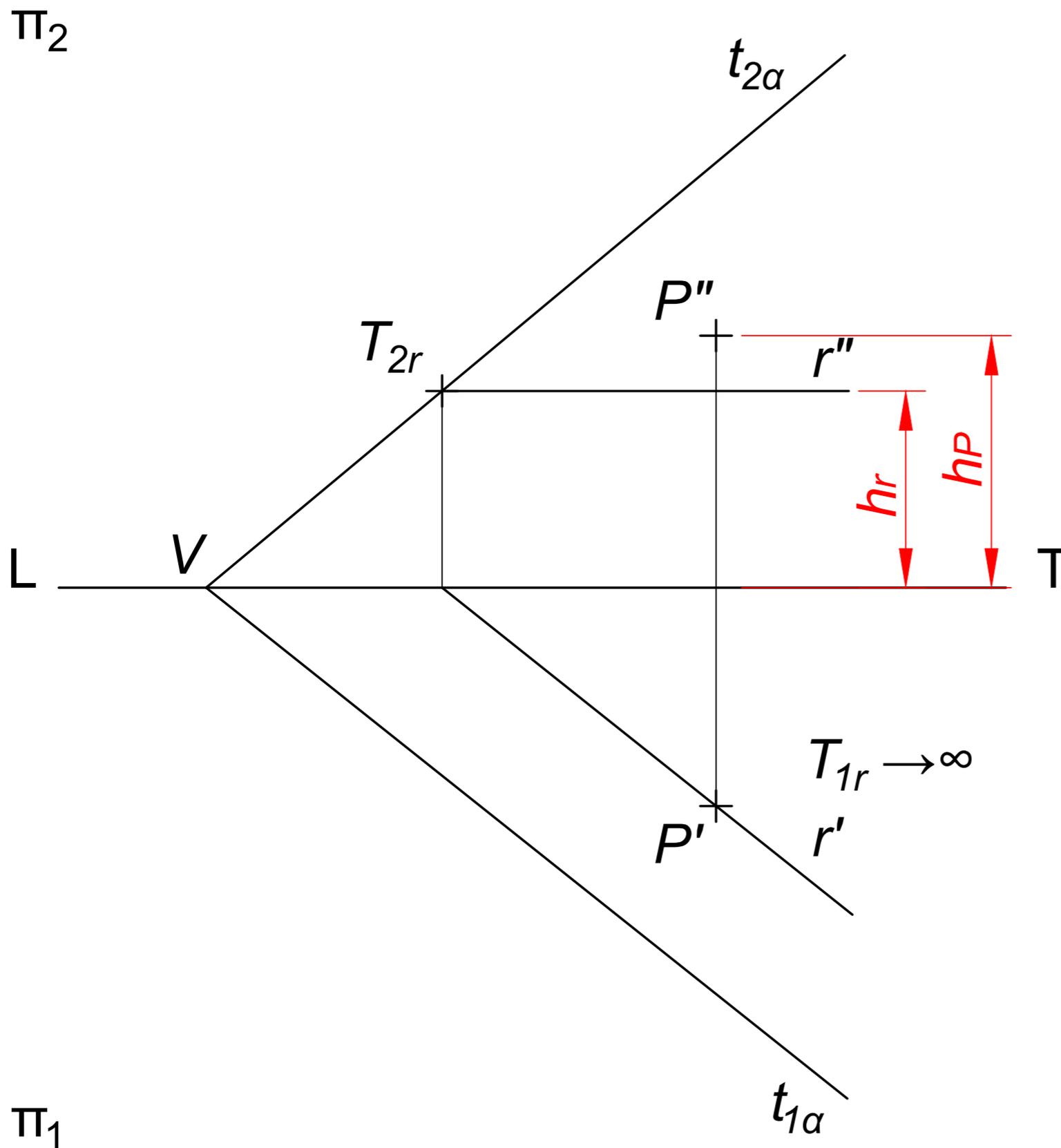
Analisi:

per verificare l'appartenenza di un punto a un piano si impiega una retta e si valuta se soddisfa contemporaneamente le condizioni: contenere il punto P e appartenere al piano α . Il problema chiede, in caso di non appartenenza del punto al piano, di stabilire la collocazione di P rispetto al piano stesso, si sceglie così di operare con una retta r orizzontale la cui quota è facilmente identificabile.

Verifica appartenenza di P ad α :

- su π_1 si traccia la r' parallela a alla $t_{1\alpha}$ e passante per P' . Si determina T_{1r} appartenente a $t_{2\alpha}$ e si traccia la r'' parallela alla LT . Poiché $P'' \notin r''$ si ha che $P \notin r$ e perciò $P \notin \alpha$.





Dati il piano generico α e il punto P verificare se il punto appartiene al piano. Nel caso di non appartenenza stabilire se P è collocato al di sopra o al di sotto del piano.

Analisi:

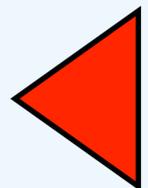
per verificare l'appartenenza di un punto a un piano si impiega una retta e si valuta se soddisfa contemporaneamente le condizioni: contenere il punto P e appartenere al piano α . Il problema chiede, in caso di non appartenenza del punto al piano, di stabilire la collocazione di P rispetto al piano stesso, si sceglie così di operare con una retta r orizzontale la cui quota è facilmente identificabile.

Verifica appartenenza di P ad α :

- su π_1 si traccia la r' parallela a $t_{1\alpha}$ e passante per P' . Si determina T_{2r} appartenente a $t_{2\alpha}$ e si traccia la r'' parallela alla LT . Poiché $P'' \notin r''$ si ha che $P \notin r$ e perciò $P \notin \alpha$.

Collocazione di P rispetto ad α :

- su π_2 si rileva che la quota h_r della retta, appartenente al piano, è inferiore alla quota h_P del punto pertanto P è collocato al di sopra del piano.



Intersezione

Unità di Apprendimento 8

Retta-retta

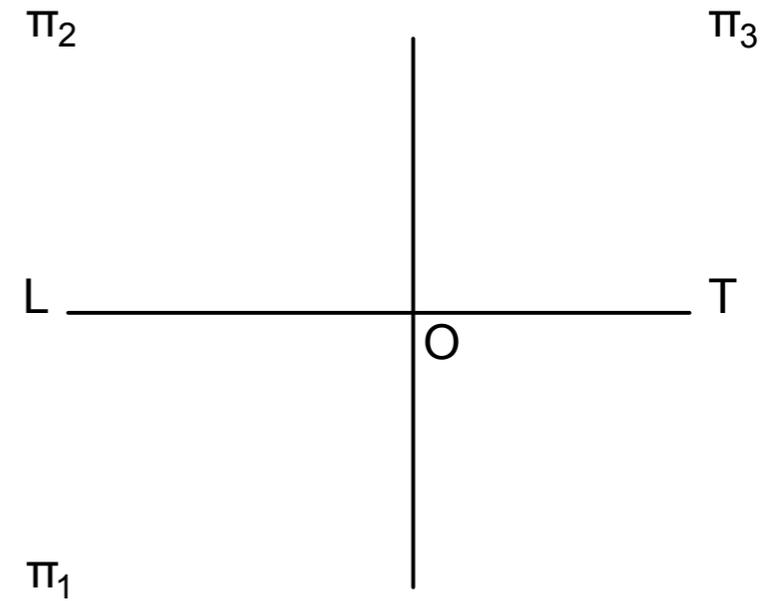
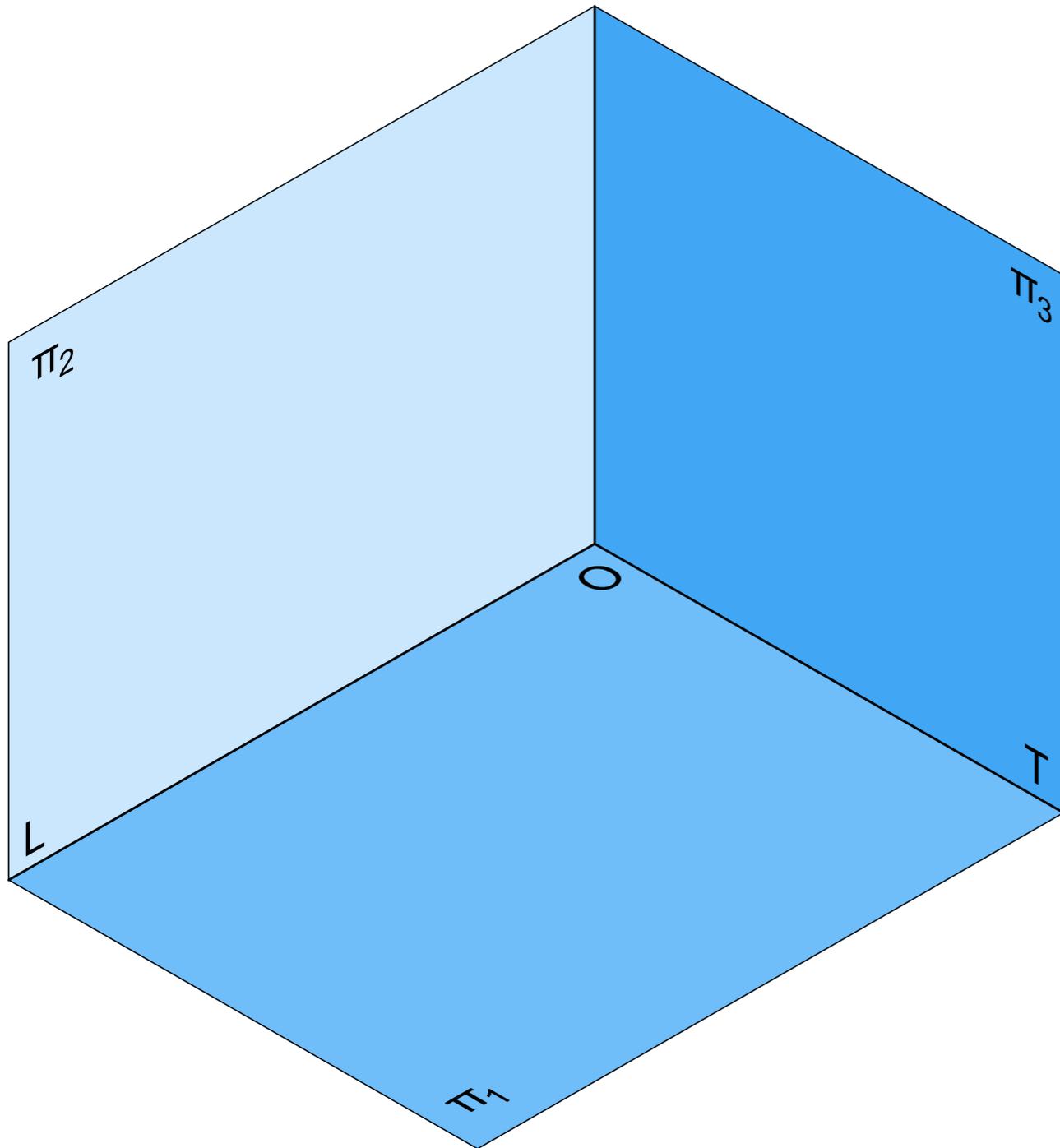


Piano-piano



Retta-piano

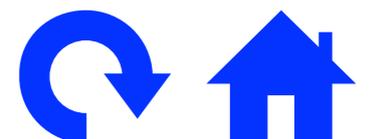


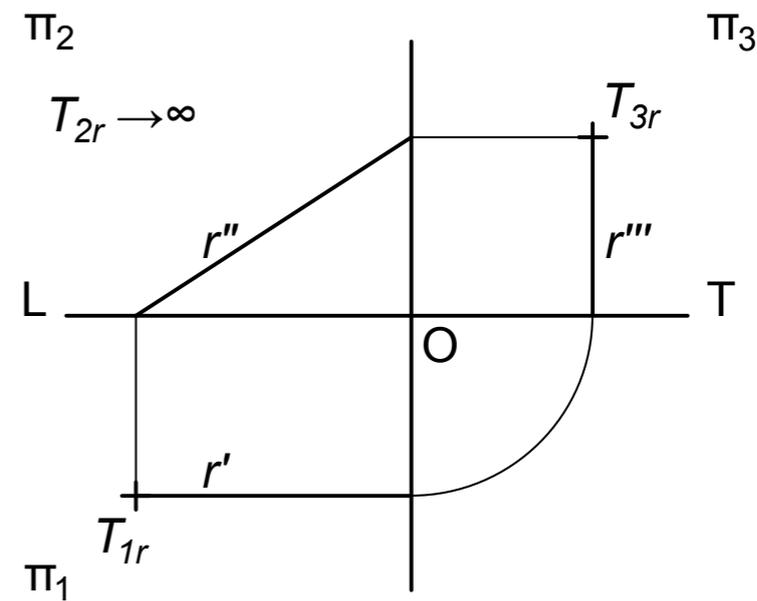
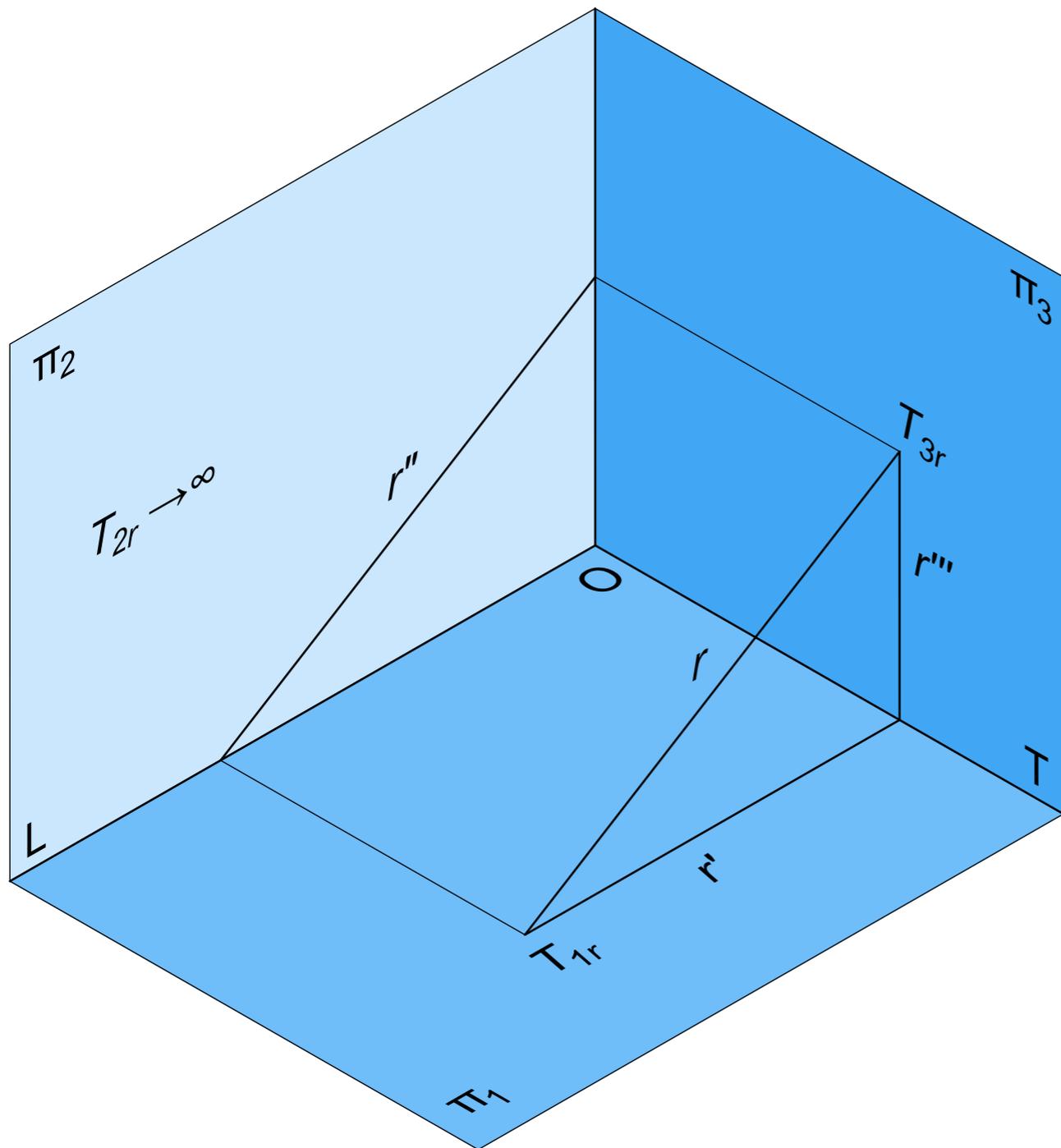


Condizione
 $r \cap s \leftrightarrow \exists P \mid P \in r \text{ e } P \in s$

Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta $//LT (\perp \pi_3)$	Retta $//\pi_1 \angle \pi_2$	Retta $//\pi_2 \angle \pi_1$	Retta $//\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica
-------------------------------	-------------------------------	--------------------------------------	--	--	--	----------------------------	--------------------------

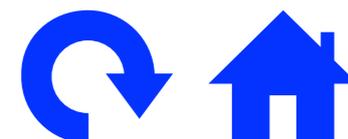
Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta $//LT (\perp \pi_3)$	Retta $//\pi_1 \angle \pi_2$	Retta $//\pi_2 \angle \pi_1$	Retta $//\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica
-------------------------------	-------------------------------	--------------------------------------	--	--	--	----------------------------	--------------------------

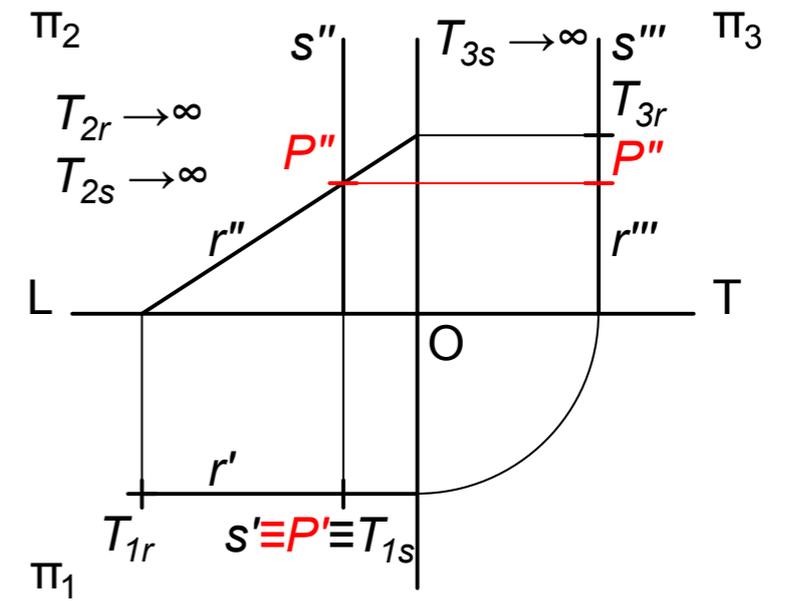
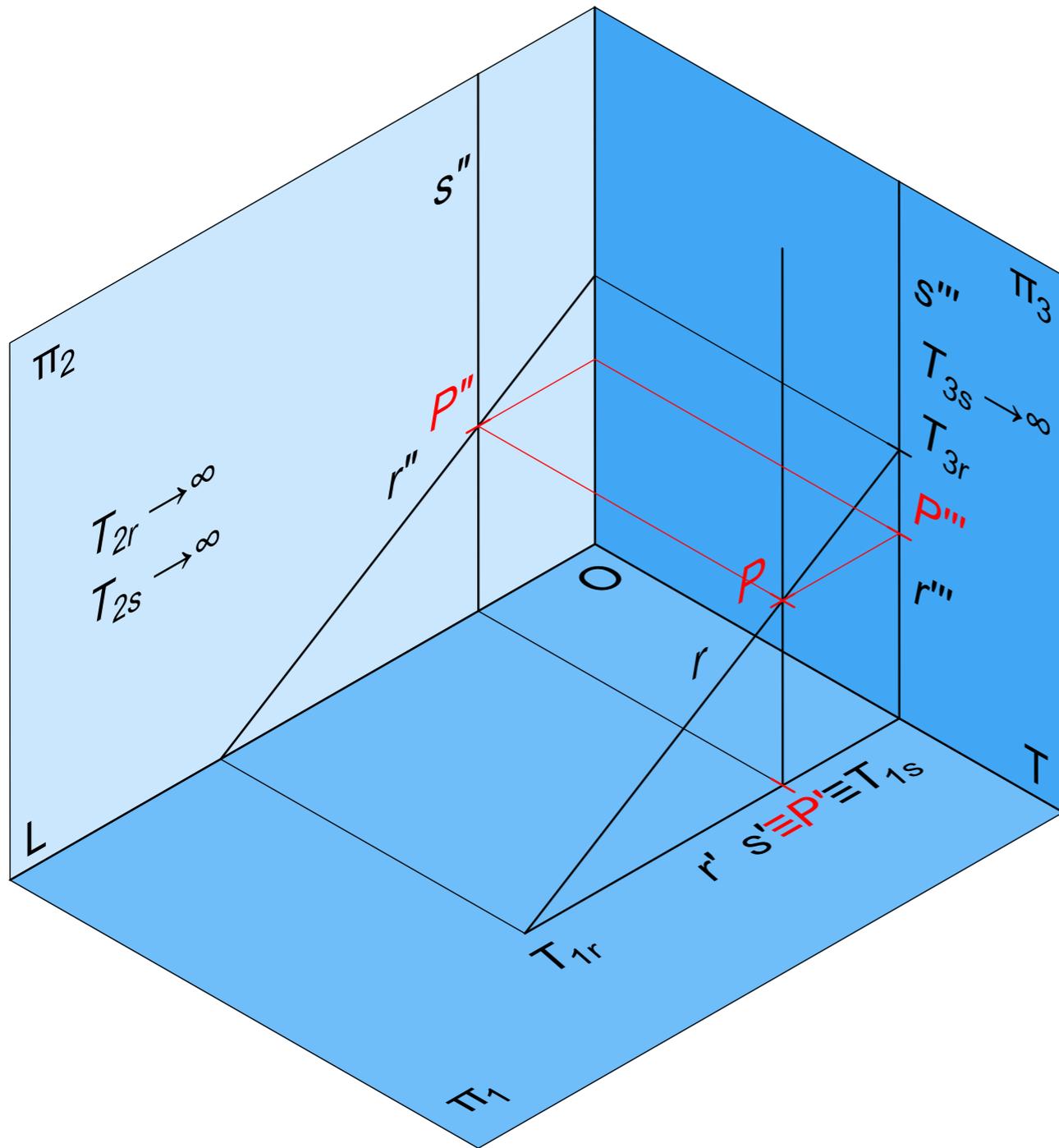




Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta $//LT (\perp \pi_3)$	Retta $//\pi_1 \angle \pi_2$	Retta $//\pi_2 \angle \pi_1$	Retta $//\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica
------------------------	------------------------	-------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------	-------------------

Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta $//LT (\perp \pi_3)$	Retta $//\pi_1 \angle \pi_2$	Retta $//\pi_2 \angle \pi_1$	Retta $//\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica
------------------------	------------------------	-------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------	-------------------





ESERCIZIO GUIDATO

Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta $//LT (\perp \pi_3)$	Retta $//\pi_1 \angle \pi_2$	Retta $//\pi_2 \angle \pi_1$	Retta $//\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica
------------------------	------------------------	-------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------	-------------------

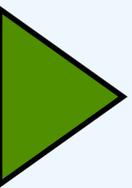
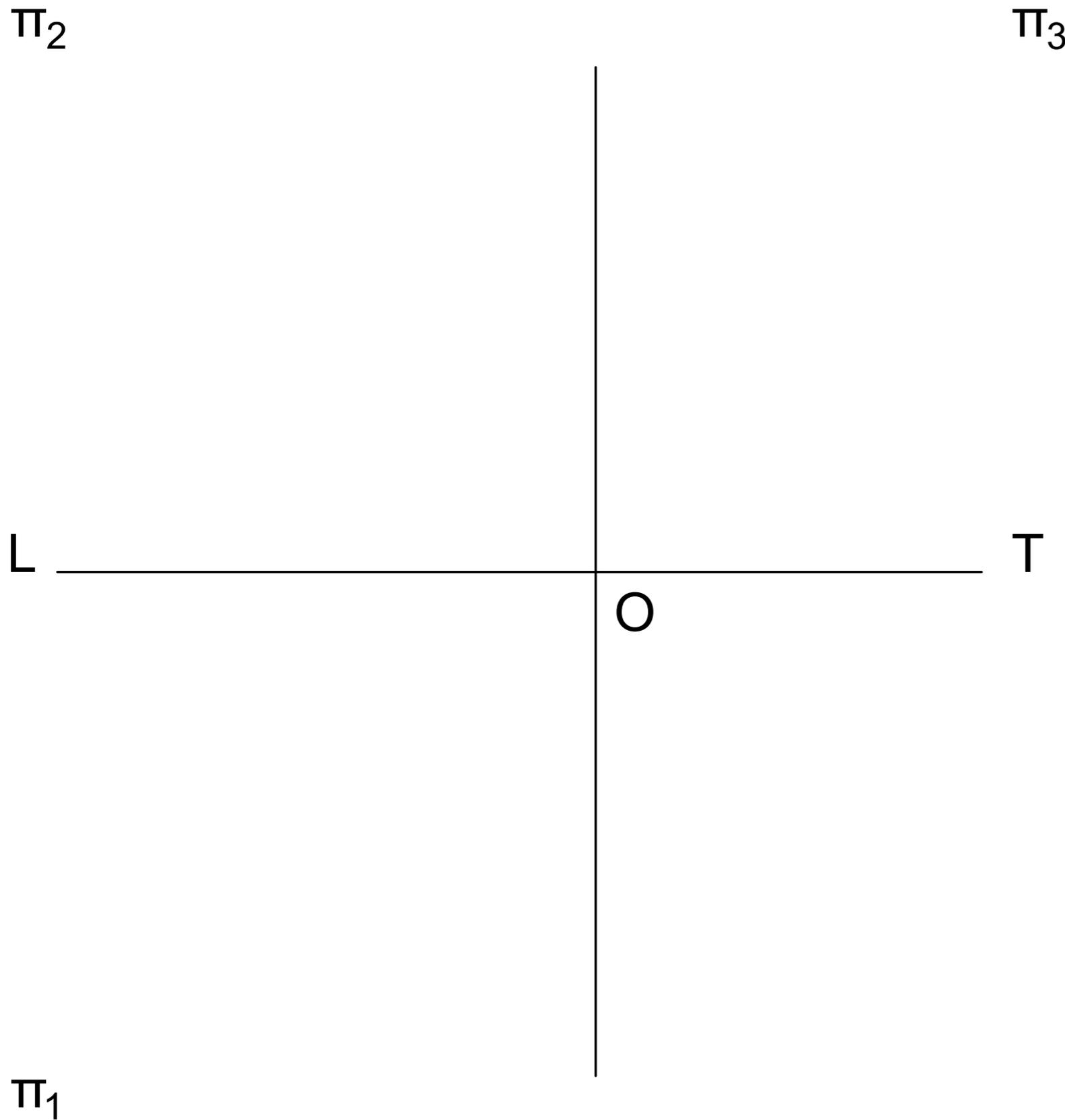
Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta $//LT (\perp \pi_3)$	Retta $//\pi_1 \angle \pi_2$	Retta $//\pi_2 \angle \pi_1$	Retta $//\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica
------------------------	------------------------	-------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------	-------------------

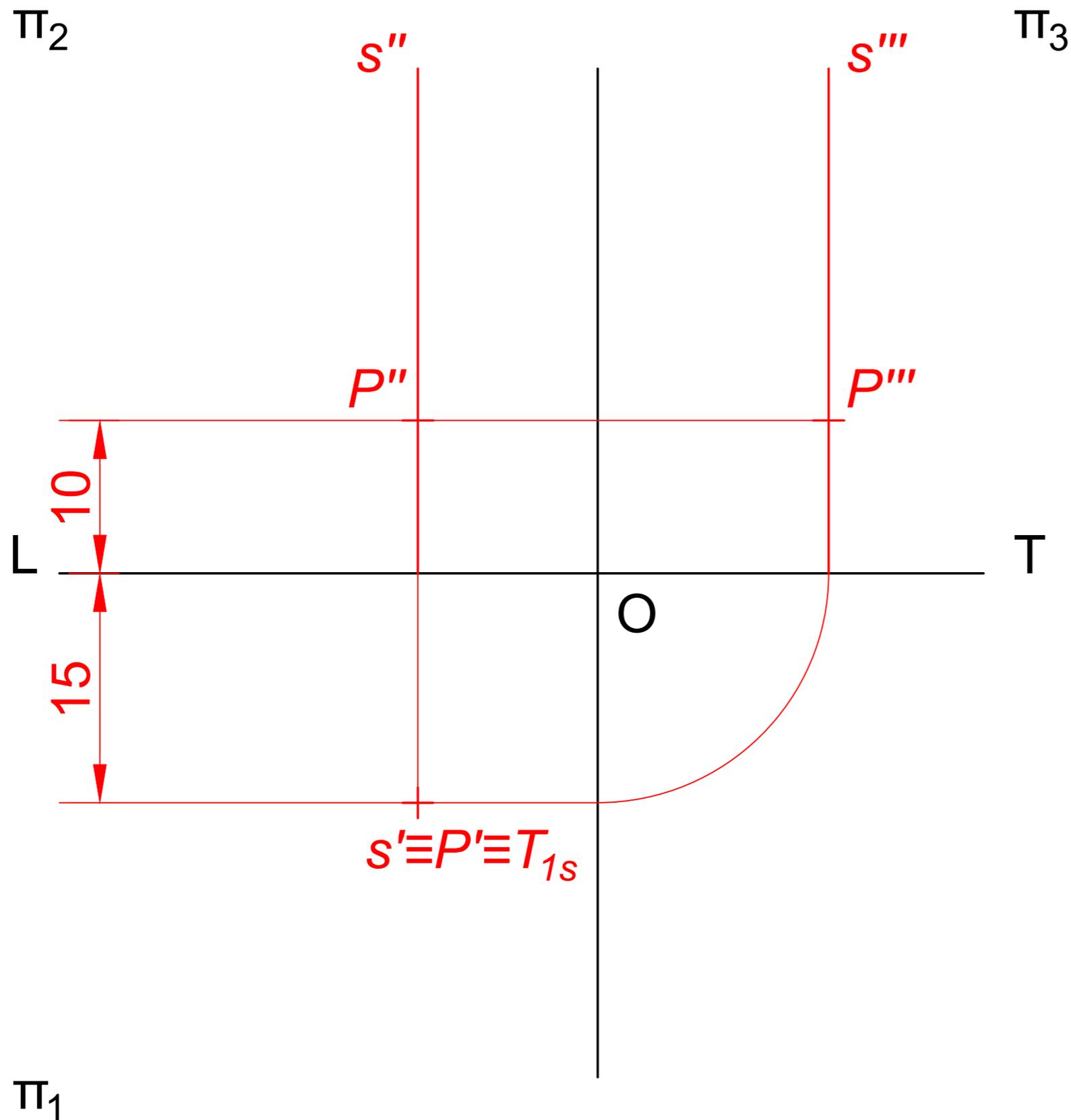


Determinare la retta $r // \pi_2 \angle 60^\circ \pi_1$ che interseca la retta $s \perp \pi_1$ con $T_{Is} (15; 0)$ nel punto $P(15; 10)$.

Analisi:

innanzitutto occorre rappresentare la retta s e il suo punto P per poi determinare la retta r la cui inclinazione reale, rispetto a π_1 , è visibile su π_2 .





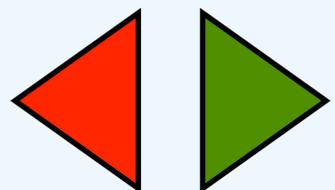
Determinare la retta $r // \pi_2 \angle 60^\circ \pi_1$ che interseca la retta $s \perp \pi_1$ con $T_{1s} (15; 0)$ nel punto $P(15; 10)$.

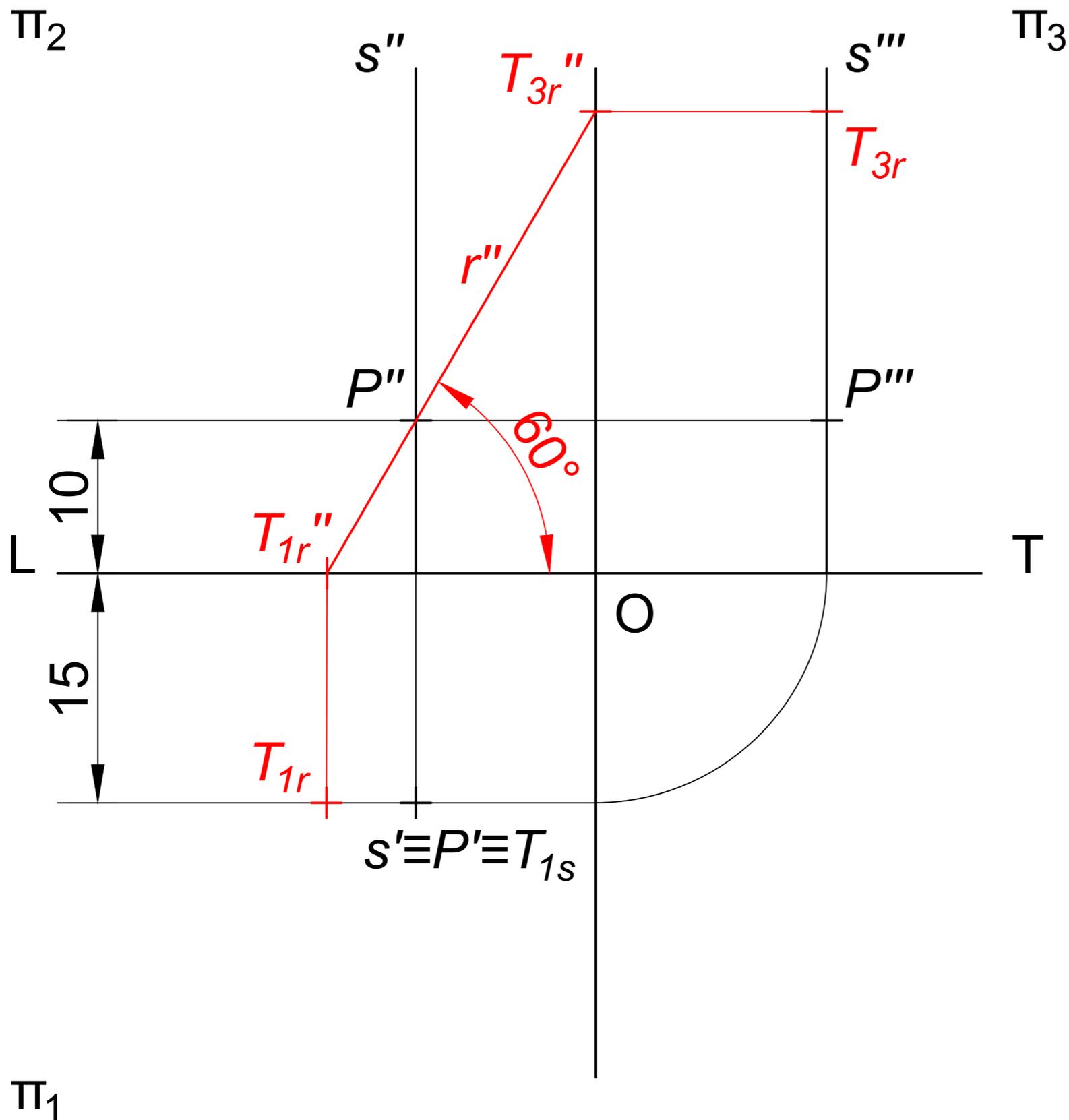
Analisi:

innanzitutto occorre rappresentare la retta s e il suo punto P per poi determinare la retta r la cui inclinazione reale, rispetto a π_1 , è visibile su π_2 .

Rappresentazione di s di P :

- si individua la traccia T_{1s} dalla quale si ricavano le posizioni di $s' \equiv T_{1s}$, s'' e s''' . Sulle immagini della retta s si collocano le immagini del punto P .





Determinare la retta $r // \pi_2 \angle 60^\circ \pi_1$ che interseca la retta $s \perp \pi_1$ con $T_{1s}(15; 0)$ nel punto $P(15; 10)$.

Analisi:

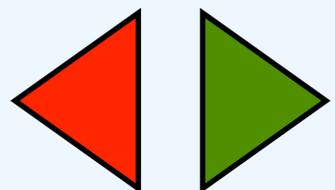
innanzitutto occorre rappresentare la retta s e il suo punto P per poi determinare la retta r la cui inclinazione reale, rispetto a π_1 , è visibile su π_2 .

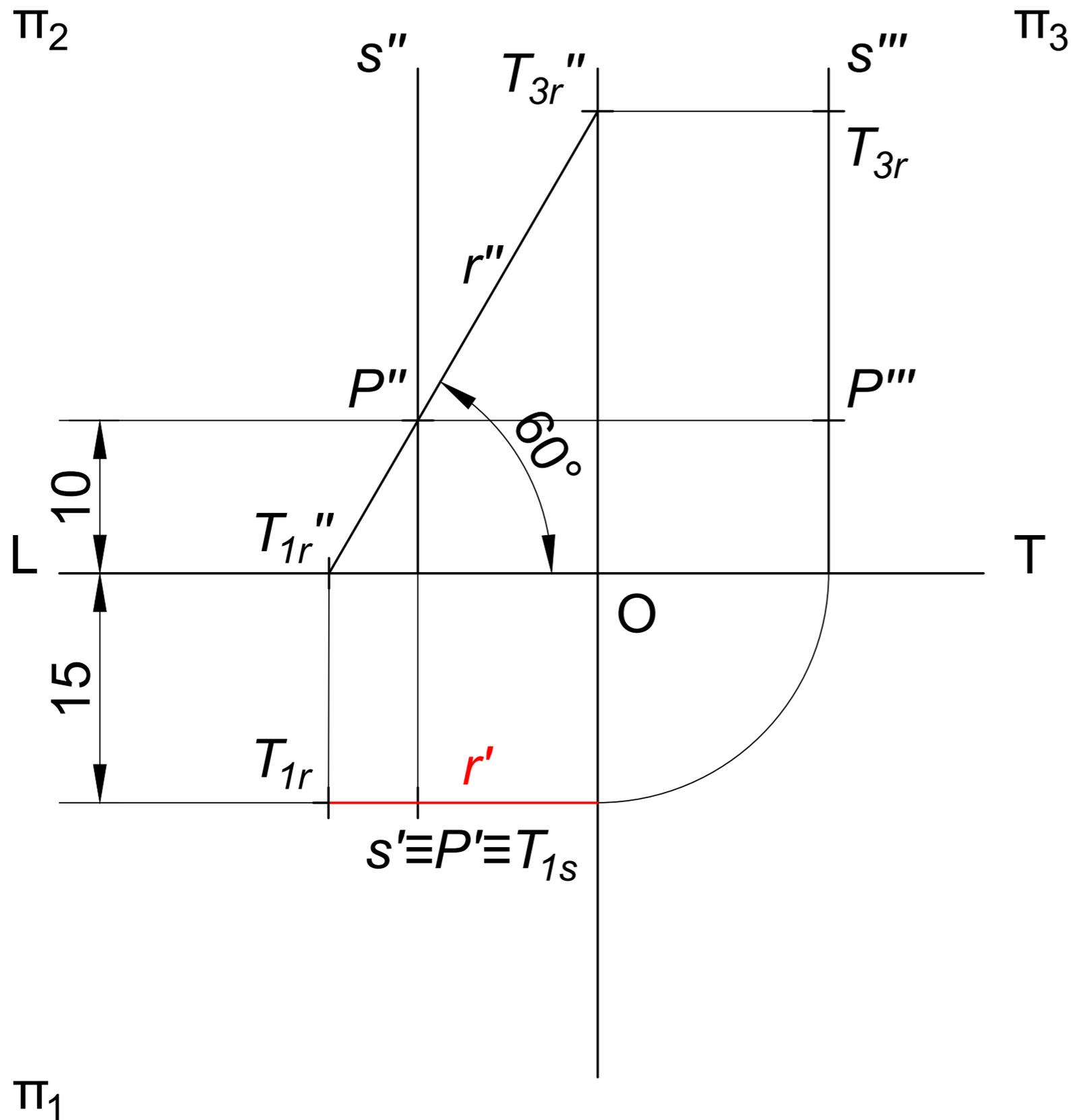
Rappresentazione di s di P :

- si individua la traccia T_{1s} dalla quale si ricavano le posizioni di $s' \equiv T_{1s}$, s'' e s''' . Sulle immagini della retta s si collocano le immagini del punto P .

Rappresentazione di r :

- su π_2 si traccia per P'' la r'' inclinata di 60° rispetto alla LT individuando T_{1r}'' e T_{3r}'' (immagini delle tracce su π_1 e π_3) che vengono proiettate sui rispettivi quadri individuando T_{1r} e T_{3r} ;





Determinare la retta $r // \pi_2 \angle 60^\circ \pi_1$ che interseca la retta $s \perp \pi_1$ con $T_{1s} (15; 0)$ nel punto $P (15; 10)$.

Analisi:

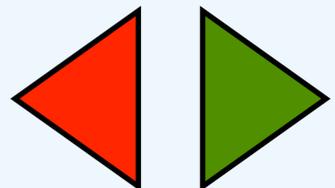
innanzitutto occorre rappresentare la retta s e il suo punto P per poi determinare la retta r la cui inclinazione reale, rispetto a π_1 , è visibile su π_2 .

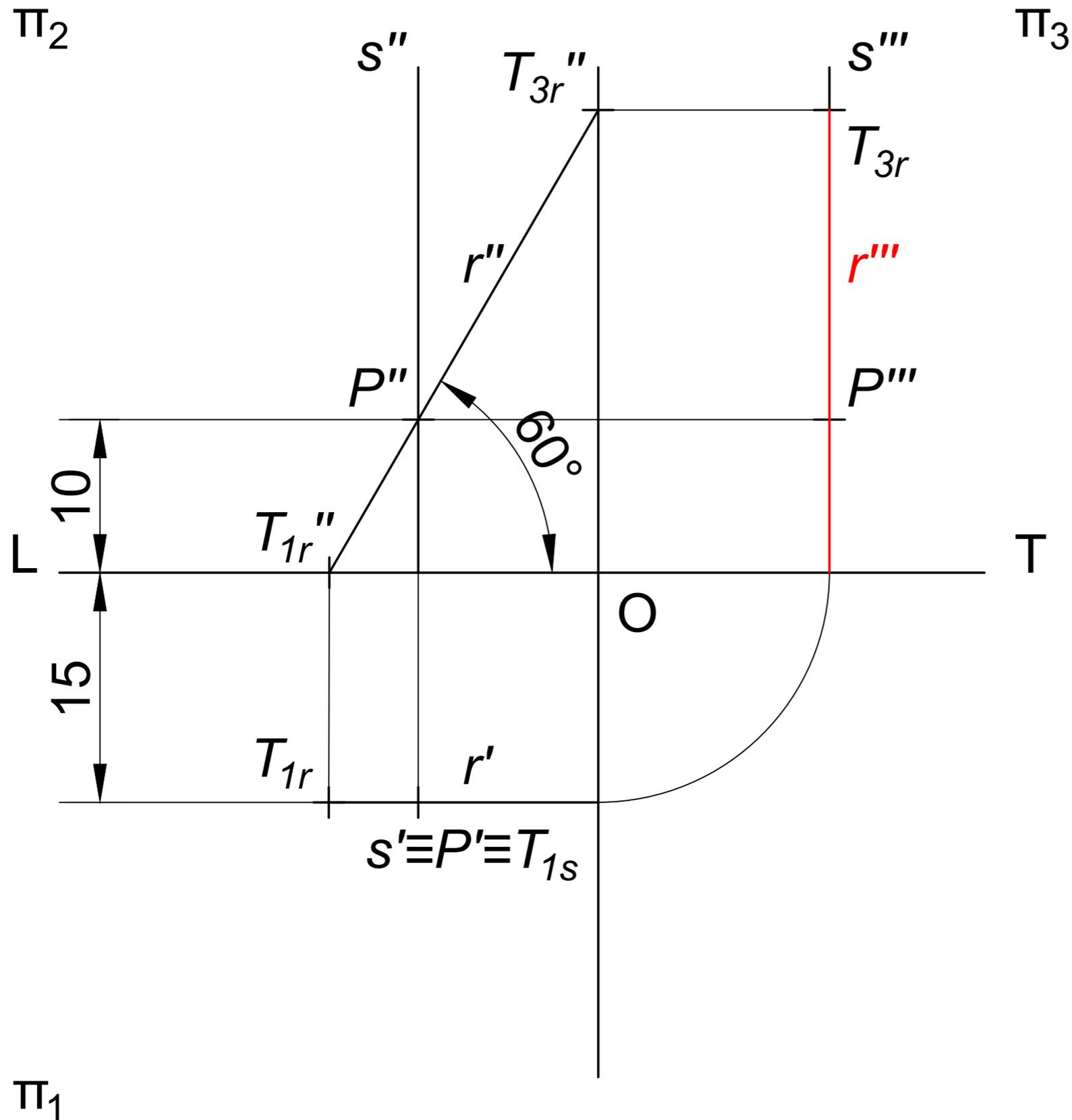
Rappresentazione di s di P :

- si individua la traccia T_{1s} dalla quale si ricavano le posizioni di $s' \equiv T_{1s}$, s'' e s''' . Sulle immagini della retta s si collocano le immagini del punto P .

Rappresentazione di r :

- su π_2 si traccia per P'' la r'' inclinata di 60° rispetto alla LT individuando T_{1r}'' e T_{3r}'' (immagini delle tracce su π_1 e π_3) che vengono proiettate sui rispettivi quadri individuando T_{1r} e T_{3r} ;
- su π_1 , parallelamente alla LT , si traccia per P' la r' fino a T_{1r} ;





Determinare la retta $r // \pi_2 \angle 60^\circ \pi_1$ che interseca la retta $s \perp \pi_1$ con $T_{1s} (15; 0)$ nel punto $P(15; 10)$.

Analisi:

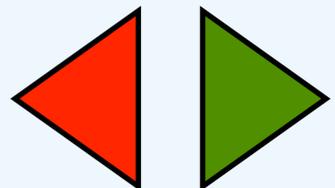
innanzitutto occorre rappresentare la retta s e il suo punto P per poi determinare la retta r la cui inclinazione reale, rispetto a π_1 , è visibile su π_2 .

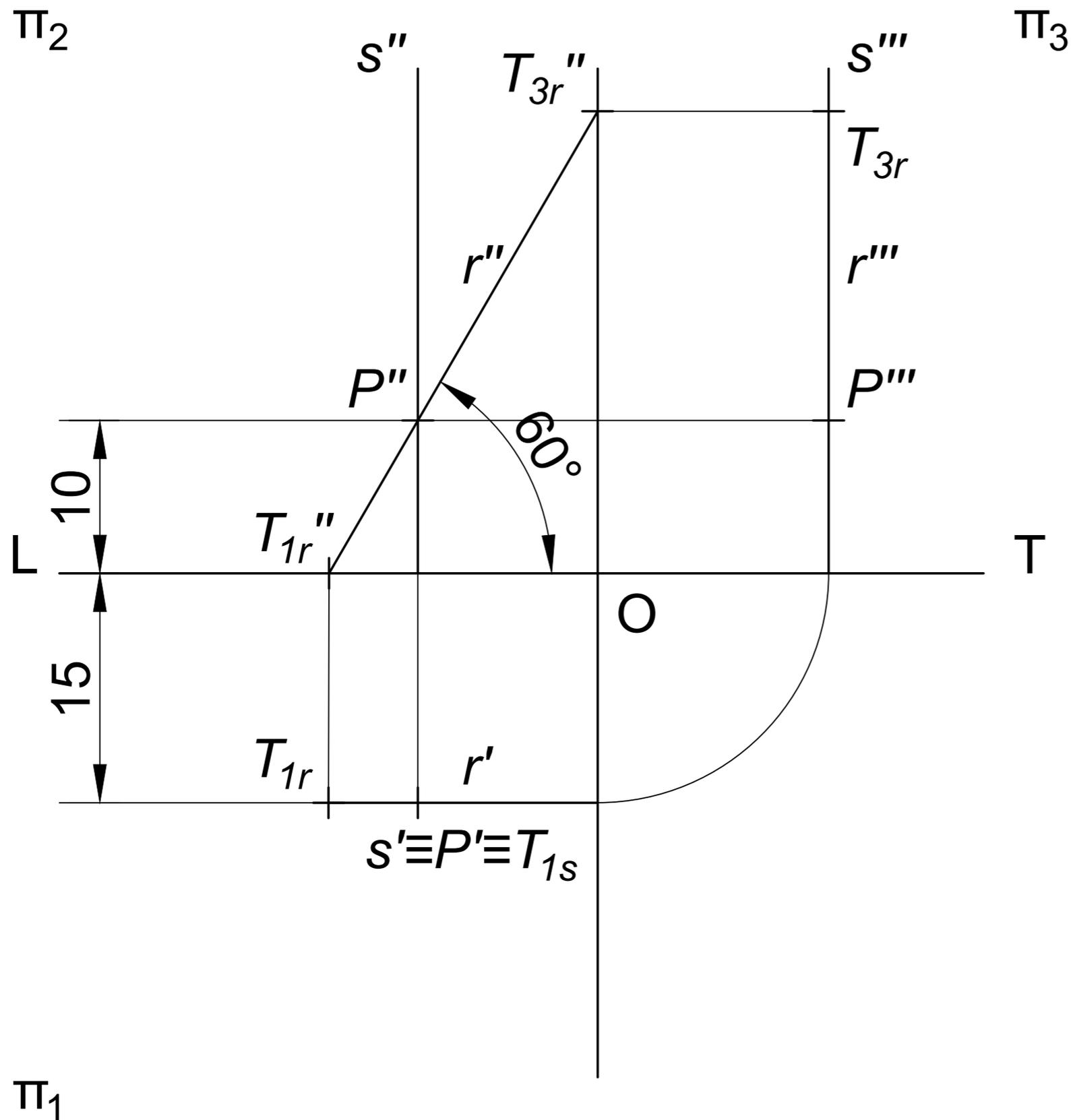
Rappresentazione di s di P :

- si individua la traccia T_{1s} dalla quale si ricavano le posizioni di $s' \equiv T_{1s}$, s'' e s''' . Sulle immagini della retta s si collocano le immagini del punto P .

Rappresentazione di r :

- su π_2 si traccia per P'' la r'' inclinata di 60° rispetto alla LT individuando T_{1r}'' e T_{3r}'' (immagini delle tracce su π_1 e π_3) che vengono proiettate sui rispettivi quadri individuando T_{1r} e T_{3r} ;
- su π_1 , parallelamente alla LT , si traccia per P' la r' fino a T_{1r} ;
- su π_3 perpendicolarmente a LT si traccia da T_{3r} , fino alla LT stessa, r''' che coincide con s''' .





Determinare la retta $r // \pi_2 \angle 60^\circ \pi_1$ che interseca la retta $s \perp \pi_1$ con $T_{1s} (15; 0)$ nel punto $P (15; 10)$.

Analisi:

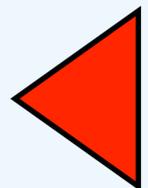
innanzitutto occorre rappresentare la retta s e il suo punto P per poi determinare la retta r la cui inclinazione reale, rispetto a π_1 , è visibile su π_2 .

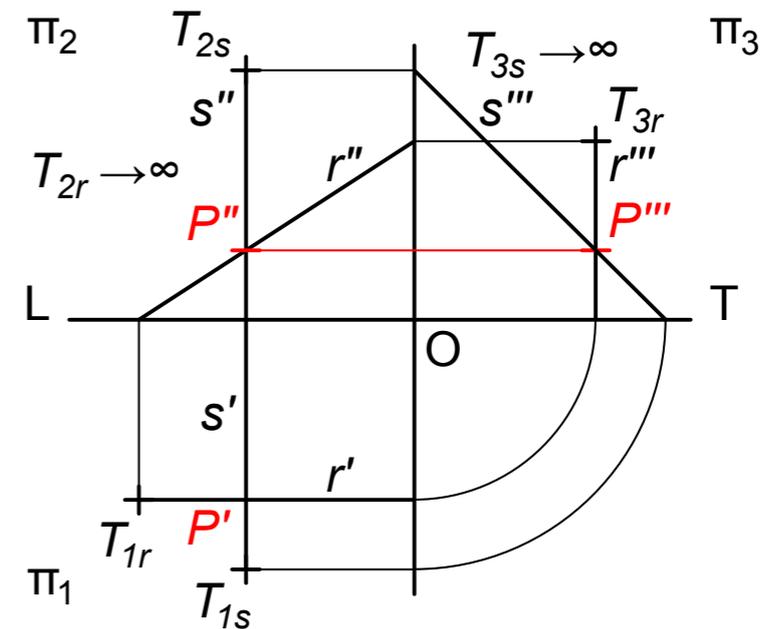
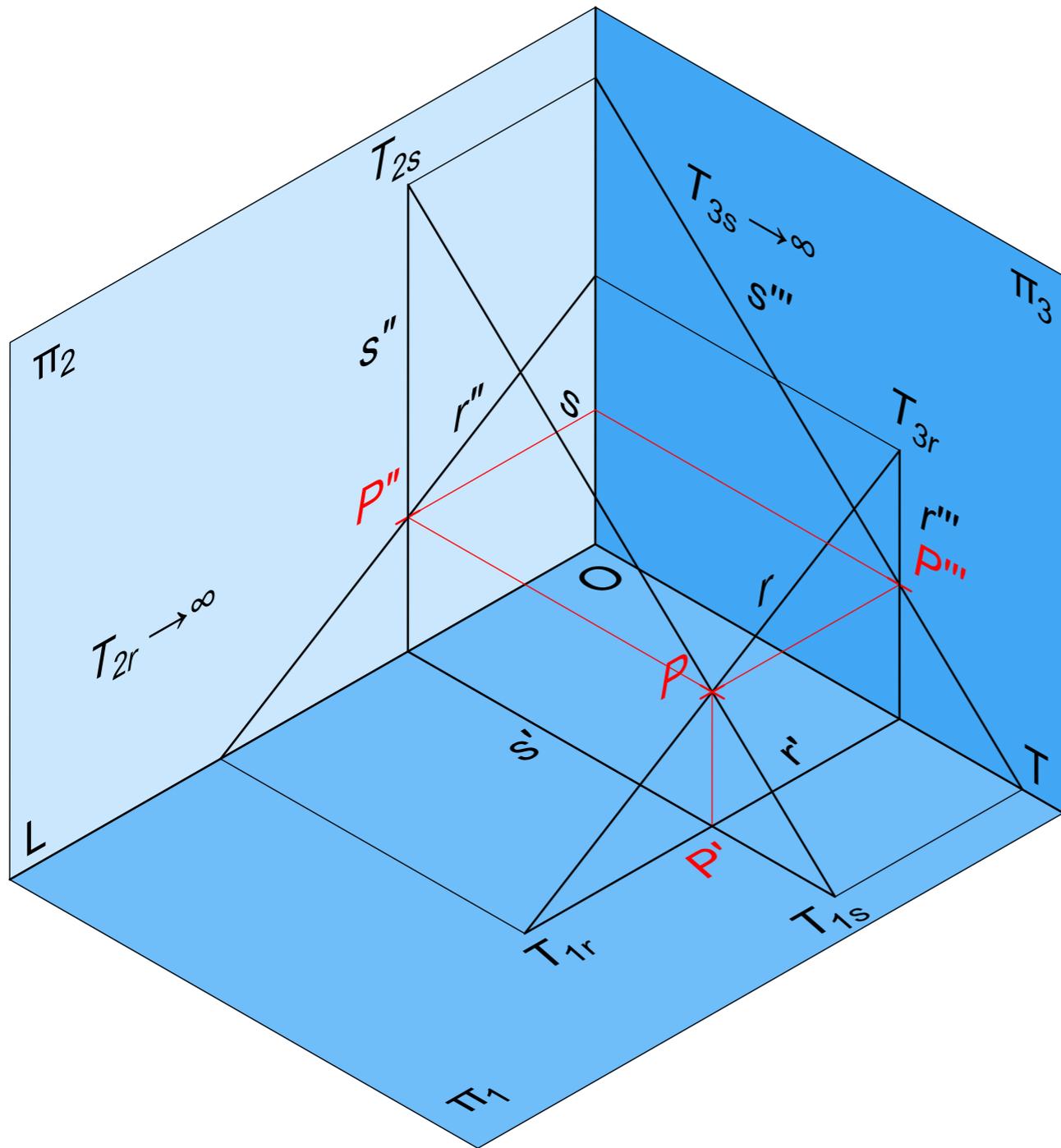
Rappresentazione di s di P :

- si individua la traccia T_{1s} dalla quale si ricavano le posizioni di $s' \equiv T_{1s}$, s'' e s''' . Sulle immagini della retta s si collocano le immagini del punto P .

Rappresentazione di r :

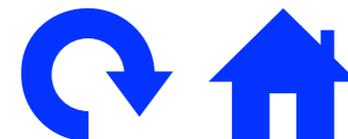
- su π_2 si traccia per P'' la r'' inclinata di 60° rispetto alla LT individuando T_{1r}'' e T_{3r}'' (immagini delle tracce su π_1 e π_3) che vengono proiettate sui rispettivi quadri individuando T_{1r} e T_{3r} ;
- su π_1 , parallelamente alla LT , si traccia per P' la r' fino a T_{1r} ;
- su π_3 perpendicolarmente a LT si traccia da T_{3r} , fino alla LT stessa, r''' che coincide con s''' .
- La retta r è così determinata.

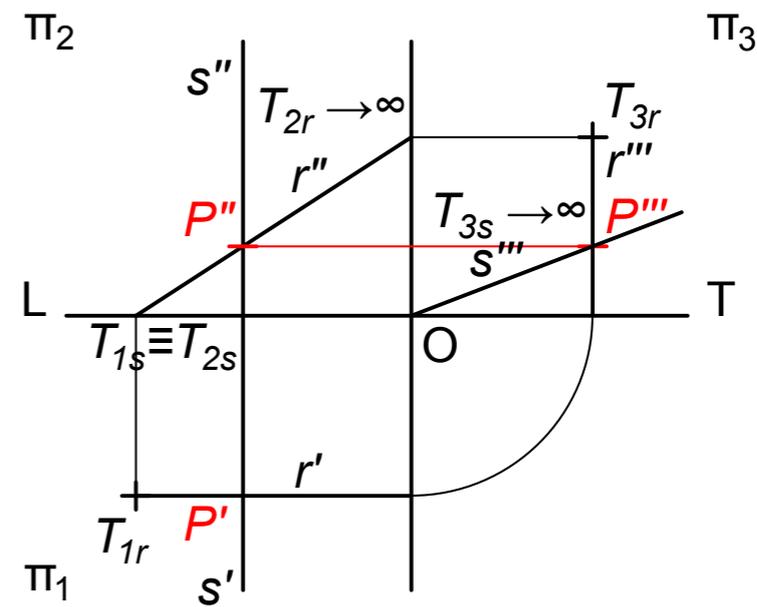
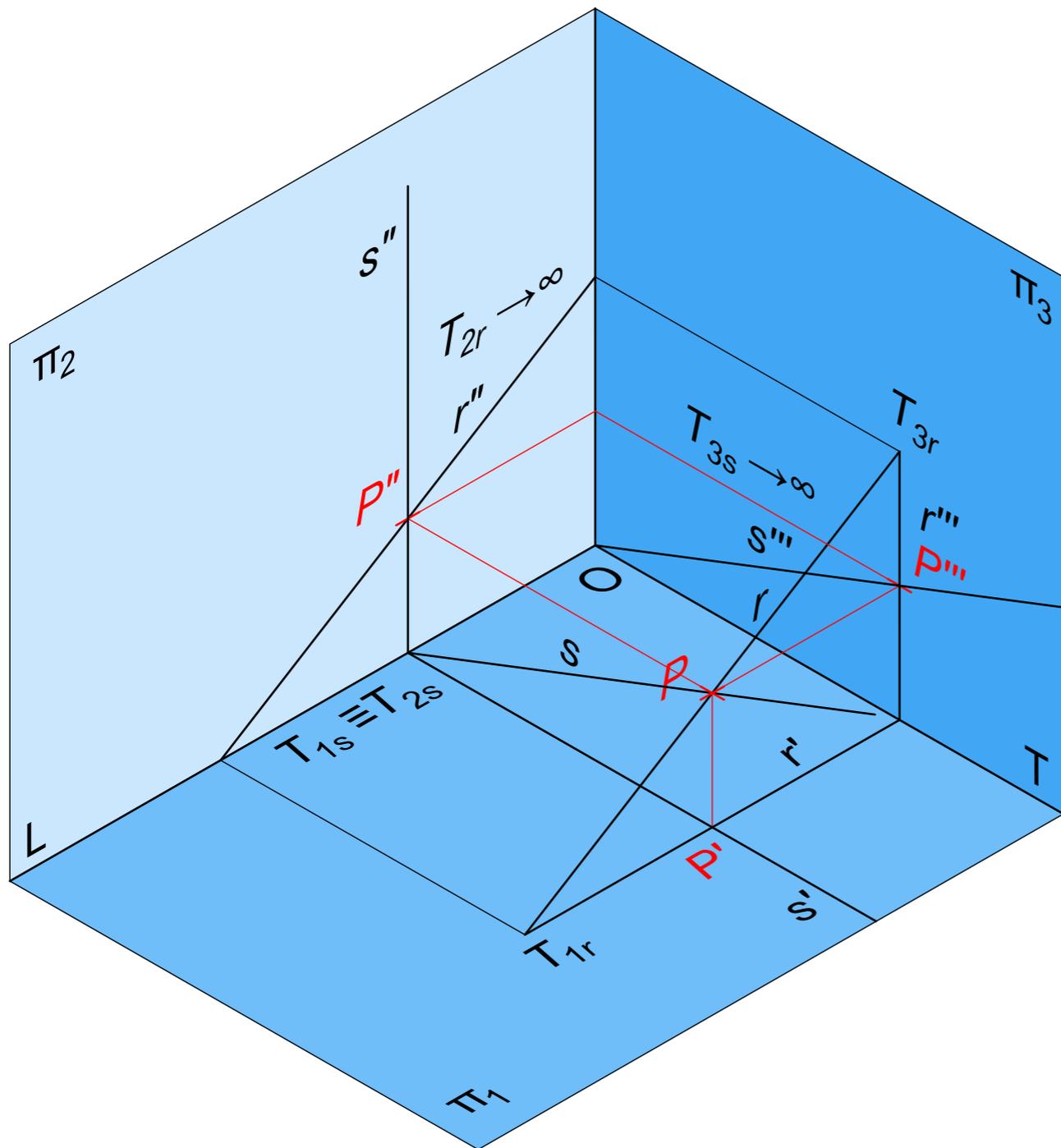




Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta $//LT (\perp \pi_3)$	Retta $//\pi_1 \angle \pi_2$	Retta $//\pi_2 \angle \pi_1$	Retta $//\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscende LT	Retta generica
------------------------	------------------------	-------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------	-------------------

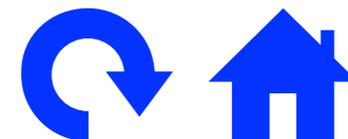
Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta $//LT (\perp \pi_3)$	Retta $//\pi_1 \angle \pi_2$	Retta $//\pi_2 \angle \pi_1$	Retta $//\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscende LT	Retta generica
------------------------	------------------------	-------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------	-------------------

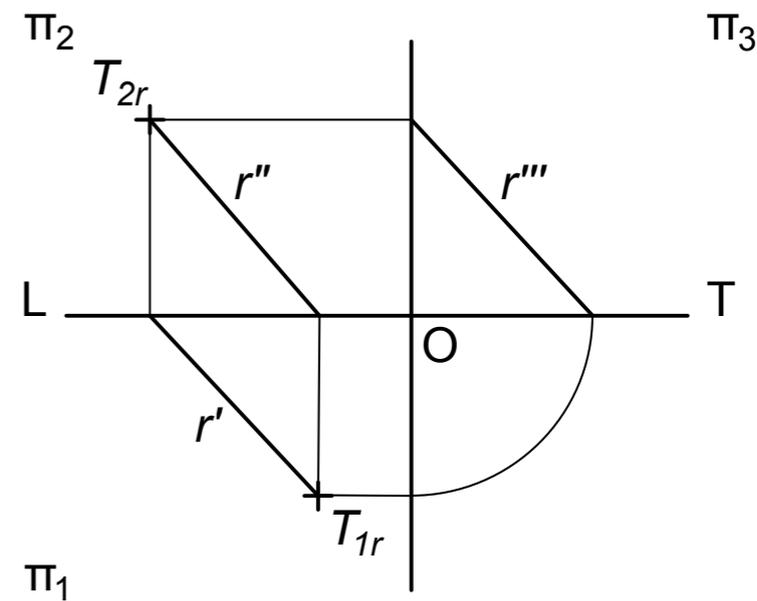
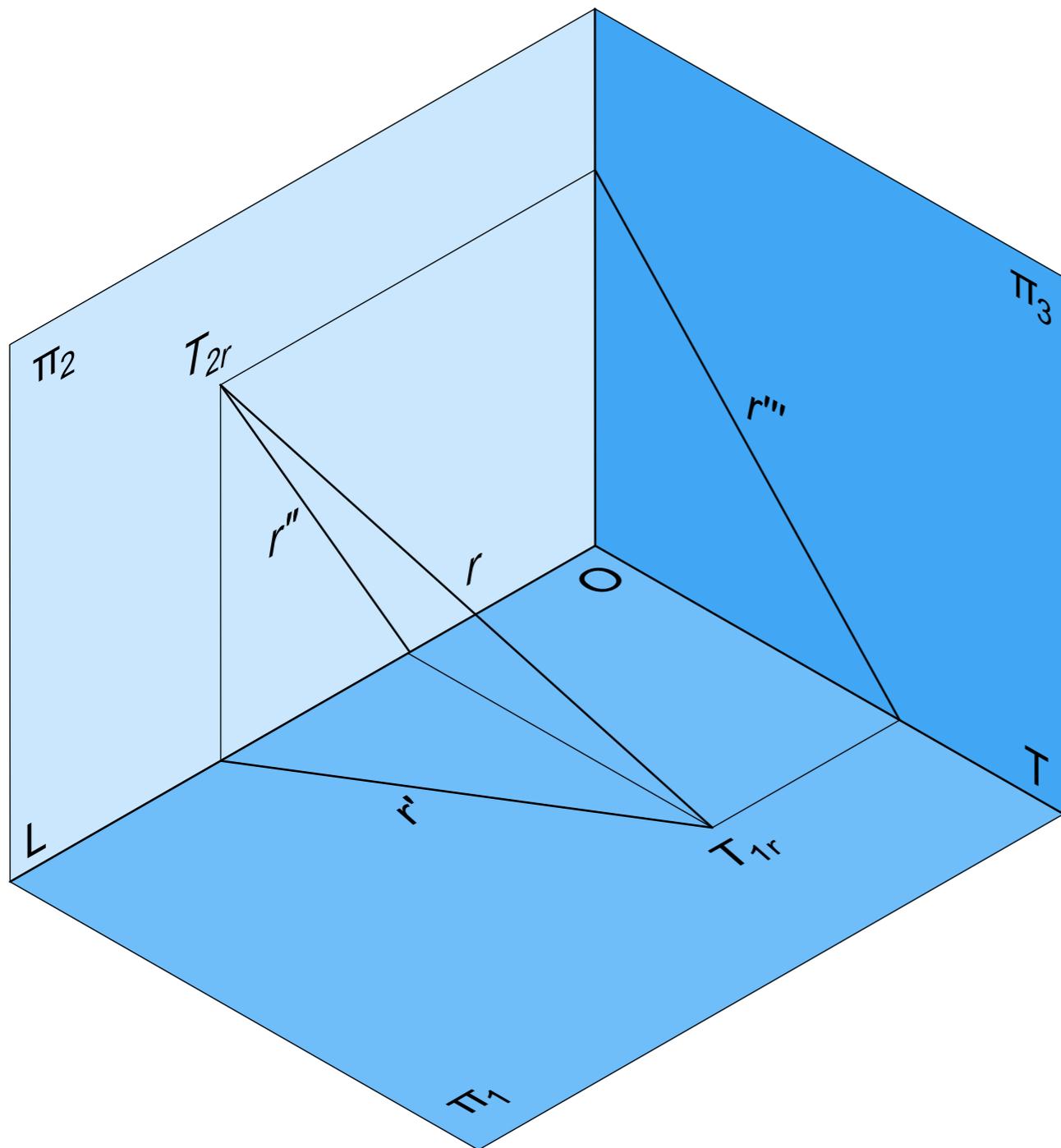




Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta $//LT (\perp \pi_3)$	Retta $//\pi_1 \angle \pi_2$	Retta $//\pi_2 \angle \pi_1$	Retta $//\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica
------------------------	------------------------	-------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	-----------------------	-------------------

Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta $//LT (\perp \pi_3)$	Retta $//\pi_1 \angle \pi_2$	Retta $//\pi_2 \angle \pi_1$	Retta $//\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica
------------------------	------------------------	-------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	-----------------------	-------------------

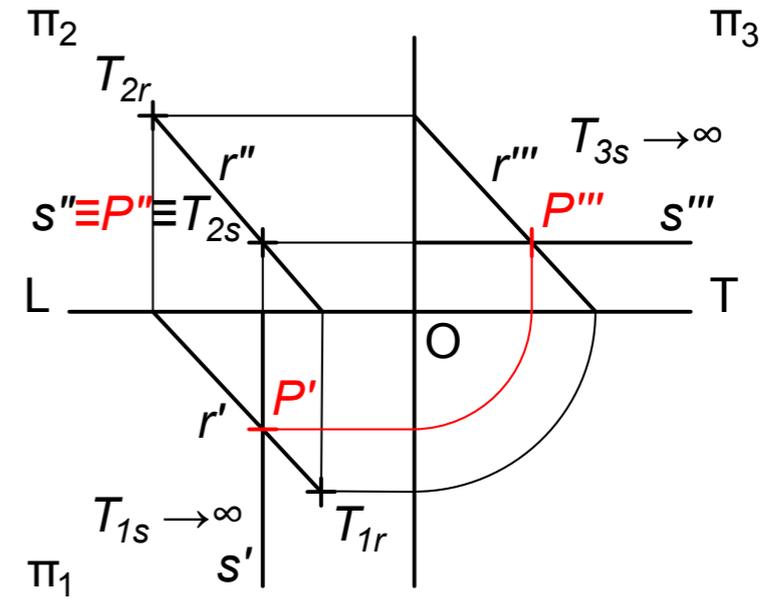
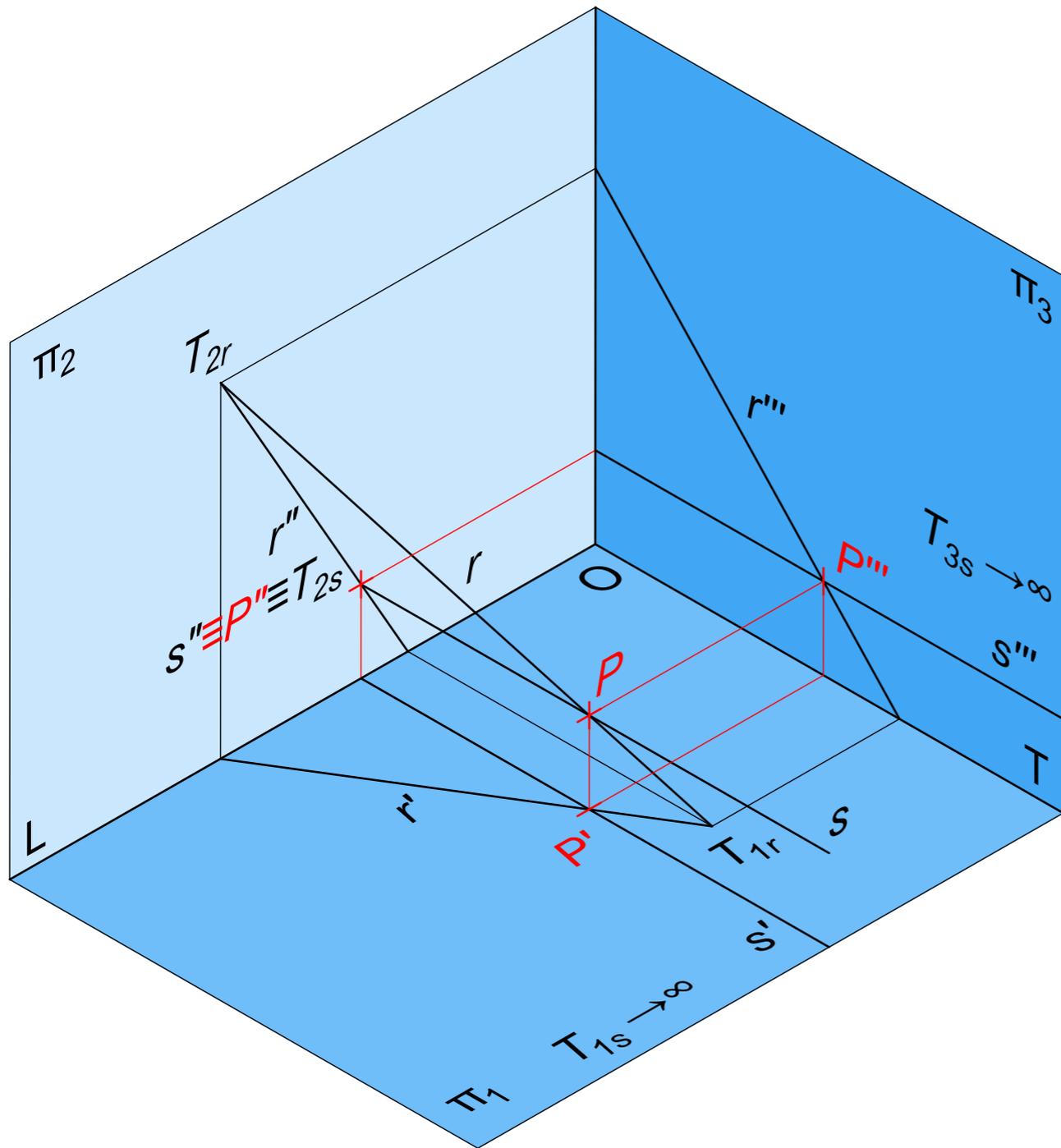




Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta $//LT (\perp \pi_3)$	Retta $//\pi_1 \angle \pi_2$	Retta $//\pi_2 \angle \pi_1$	Retta $//\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica
------------------------	------------------------	-------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------	-------------------

Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta $//LT (\perp \pi_3)$	Retta $//\pi_1 \angle \pi_2$	Retta $//\pi_2 \angle \pi_1$	Retta $//\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica
------------------------	------------------------	-------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------	-------------------

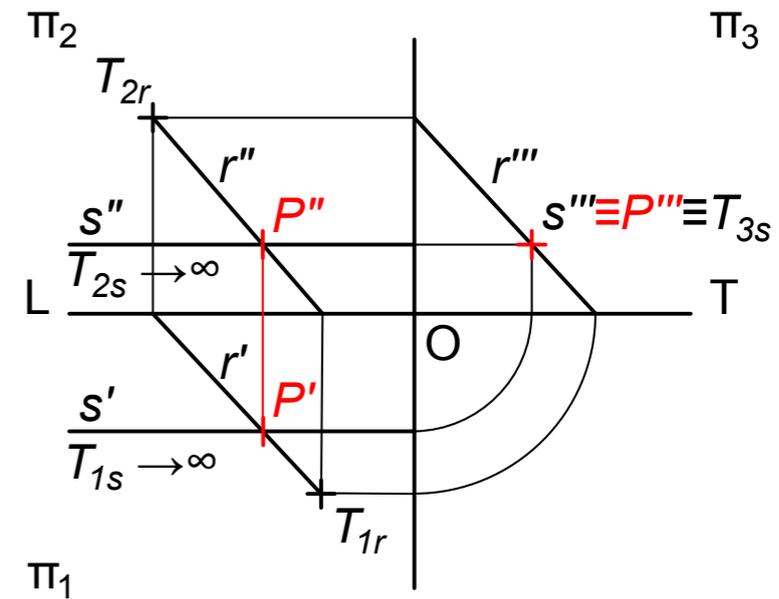
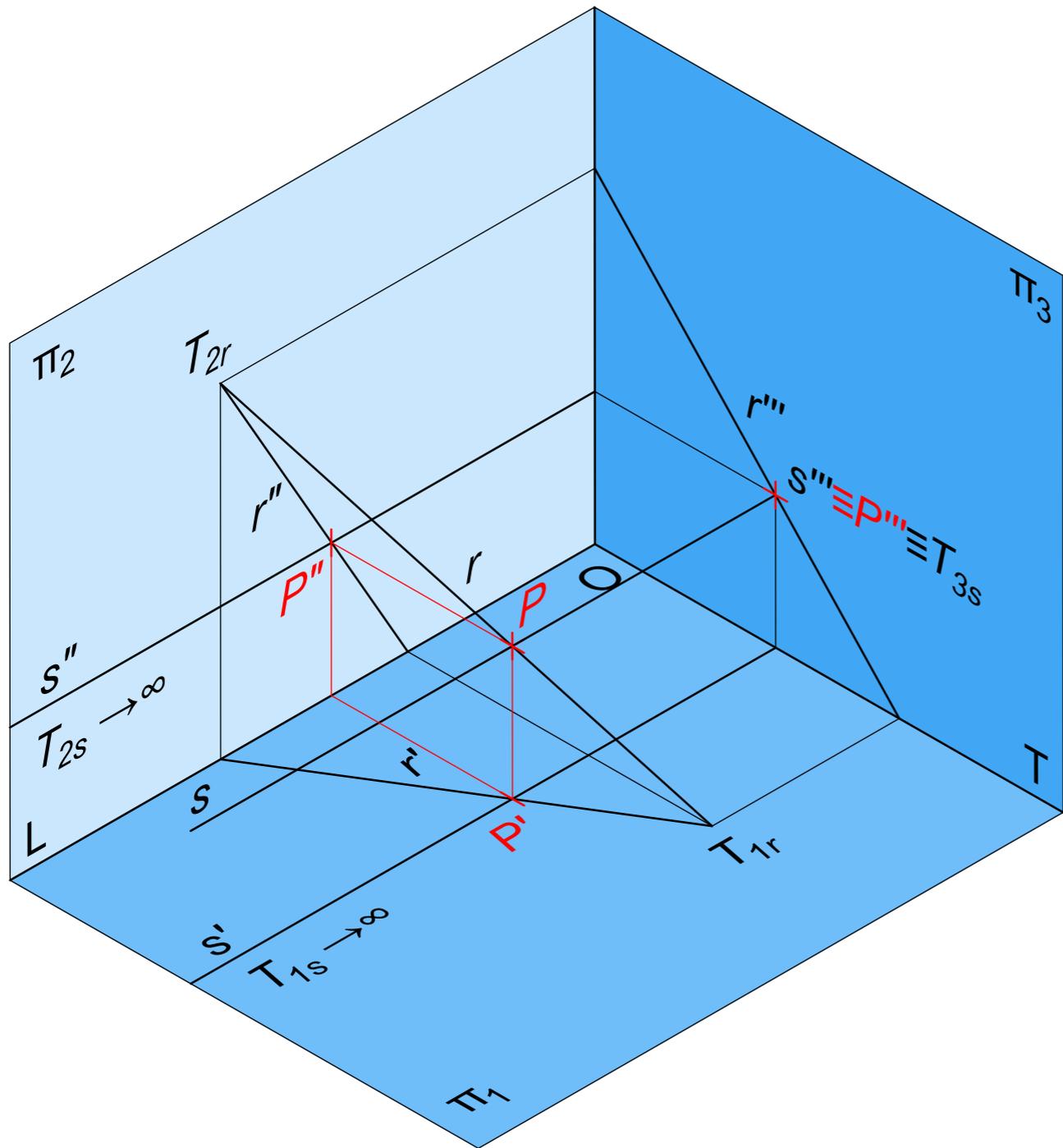




Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta $//LT (\perp \pi_3)$	Retta $//\pi_1 \angle \pi_2$	Retta $//\pi_2 \angle \pi_1$	Retta $//\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscite LT	Retta generica
------------------------	------------------------	-------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	--------------------	-------------------

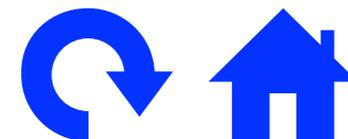
Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta $//LT (\perp \pi_3)$	Retta $//\pi_1 \angle \pi_2$	Retta $//\pi_2 \angle \pi_1$	Retta $//\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscite LT	Retta generica
------------------------	------------------------	-------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	--------------------	-------------------

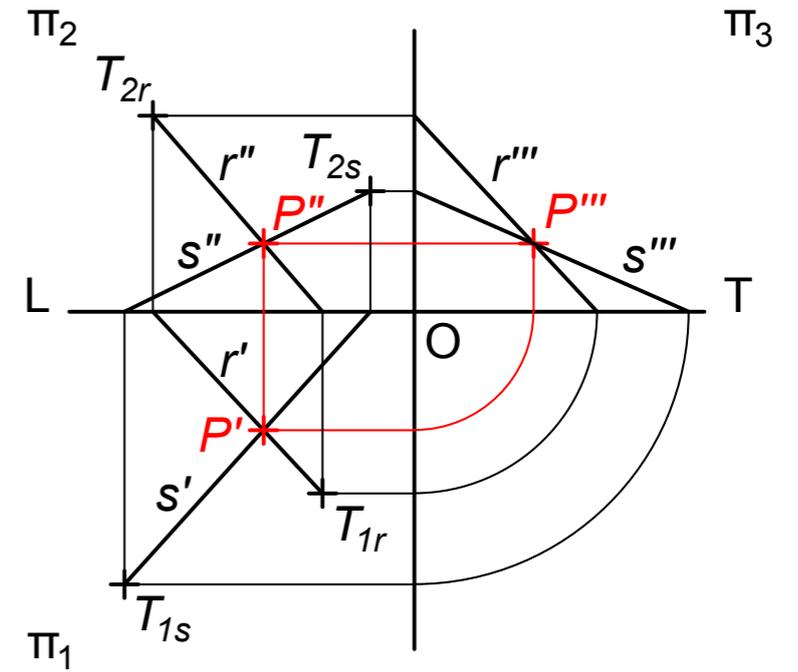
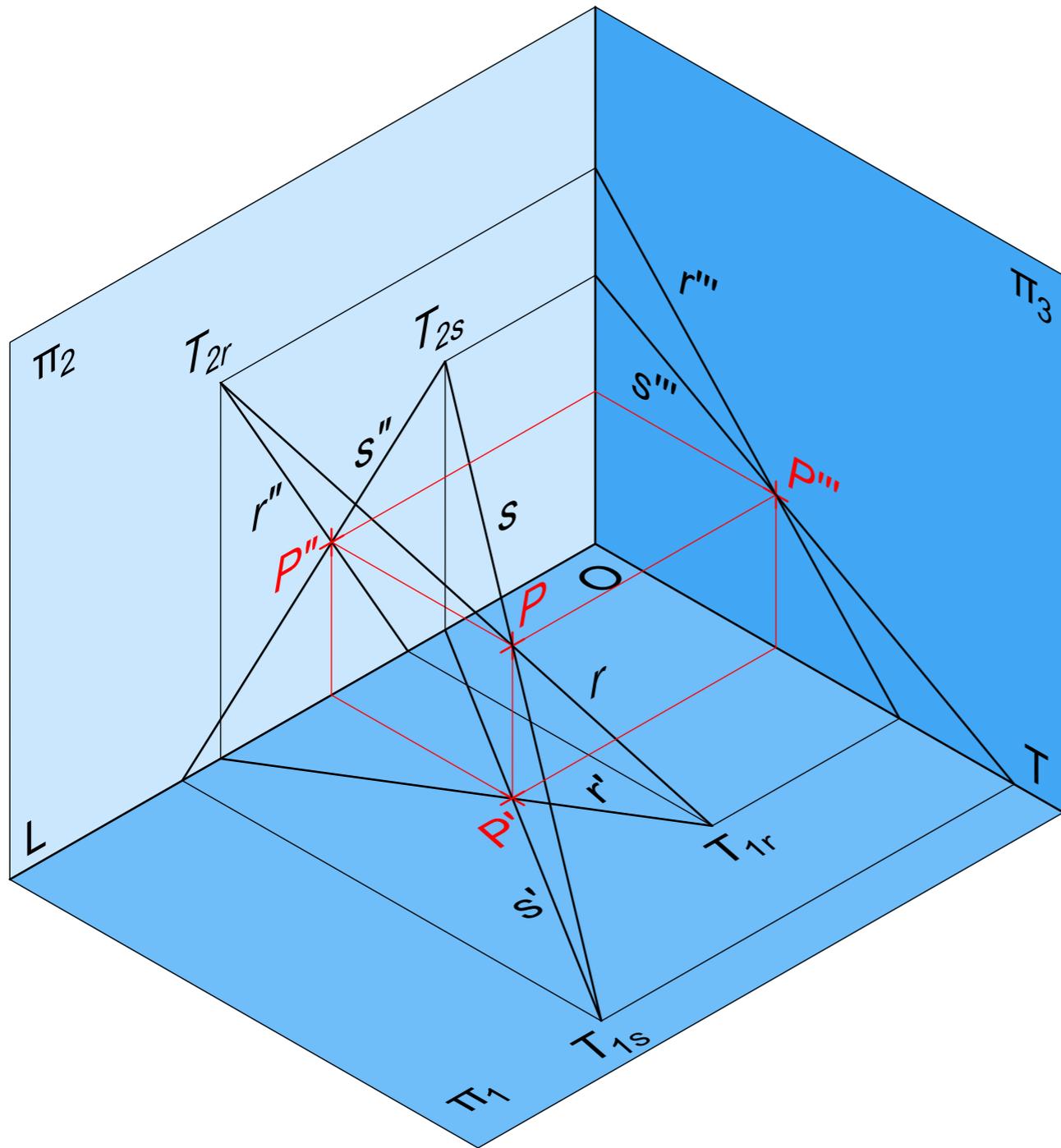




Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta $//LT (\perp \pi_3)$	Retta $//\pi_1 \angle \pi_2$	Retta $//\pi_2 \angle \pi_1$	Retta $//\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica
------------------------	------------------------	-------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------	-------------------

Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta $//LT (\perp \pi_3)$	Retta $//\pi_1 \angle \pi_2$	Retta $//\pi_2 \angle \pi_1$	Retta $//\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica
------------------------	------------------------	-------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------	-------------------

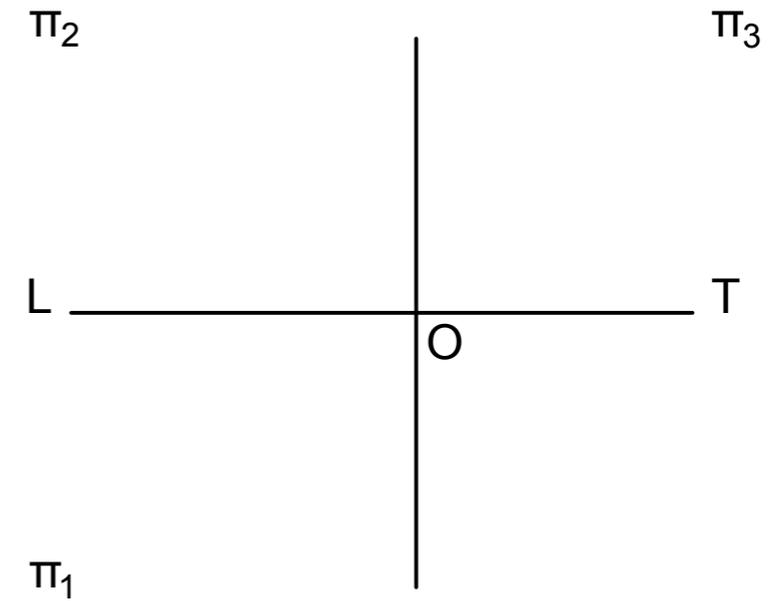
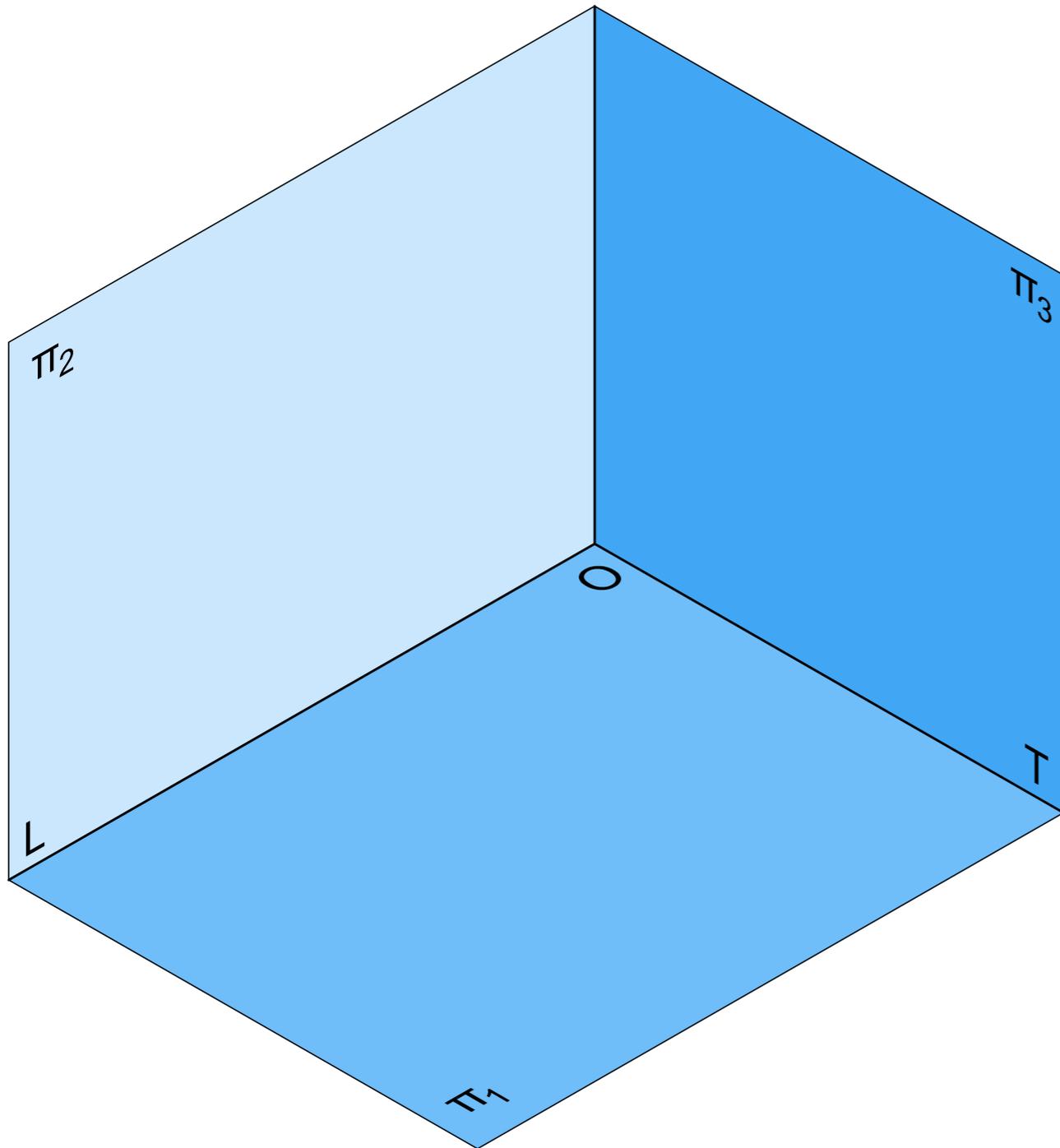




Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta $//LT (\perp \pi_3)$	Retta $//\pi_1 \angle \pi_2$	Retta $//\pi_2 \angle \pi_1$	Retta $//\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica
-------------------------------	-------------------------------	--------------------------------------	--	--	--	----------------------------	--------------------------

Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta $//LT (\perp \pi_3)$	Retta $//\pi_1 \angle \pi_2$	Retta $//\pi_2 \angle \pi_1$	Retta $//\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica
-------------------------------	-------------------------------	--------------------------------------	--	--	--	----------------------------	--------------------------



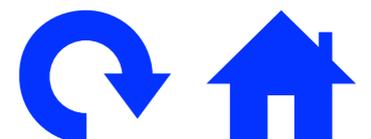


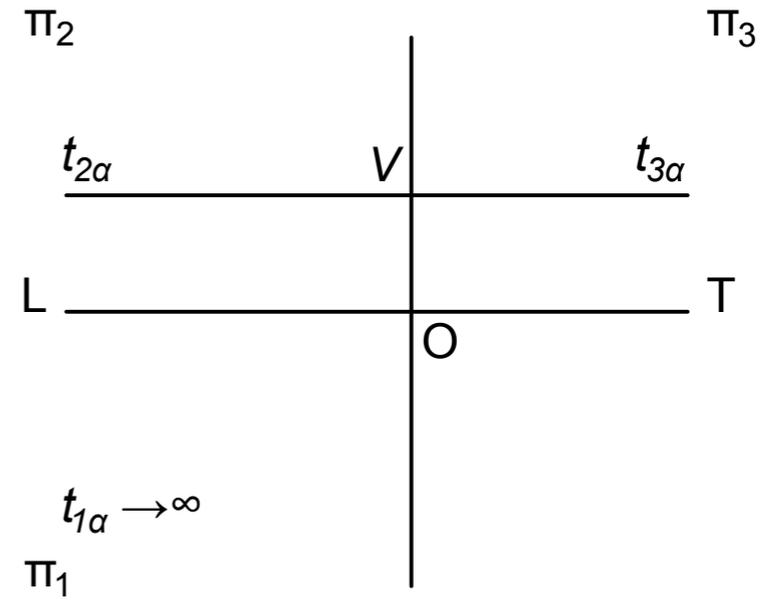
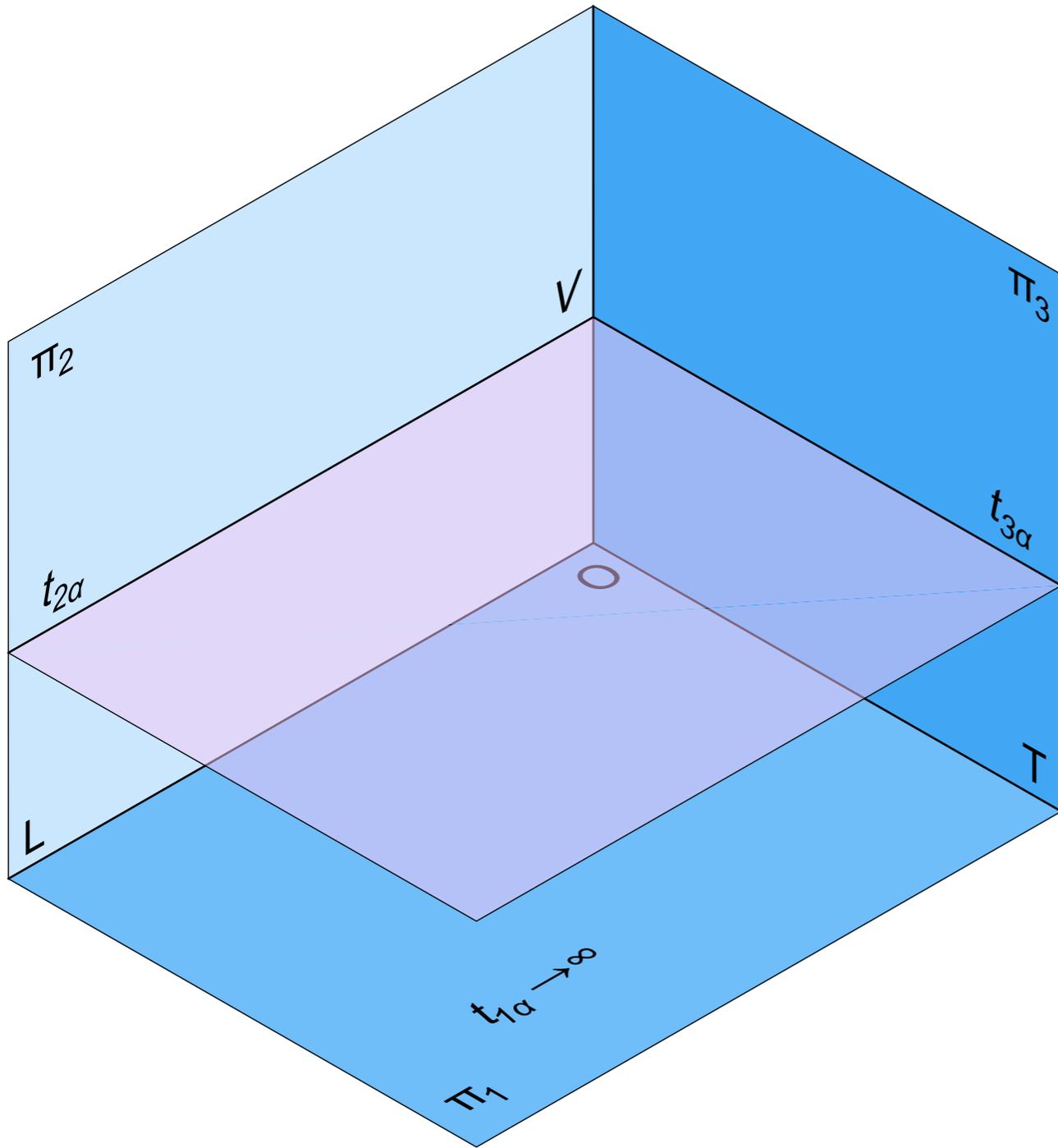
Condizione

$$\alpha \cap \beta = r \rightarrow \begin{cases} T_{1r} = t_{1\alpha} \cap t_{1\beta}; \\ T_{2r} = t_{2\alpha} \cap t_{2\beta}; \\ T_{3r} = t_{3\alpha} \cap t_{3\beta}. \end{cases}$$

Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
---------------------	---------------------	---------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	----------------	---------------------	-------------------

Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
---------------------	---------------------	---------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	----------------	---------------------	-------------------

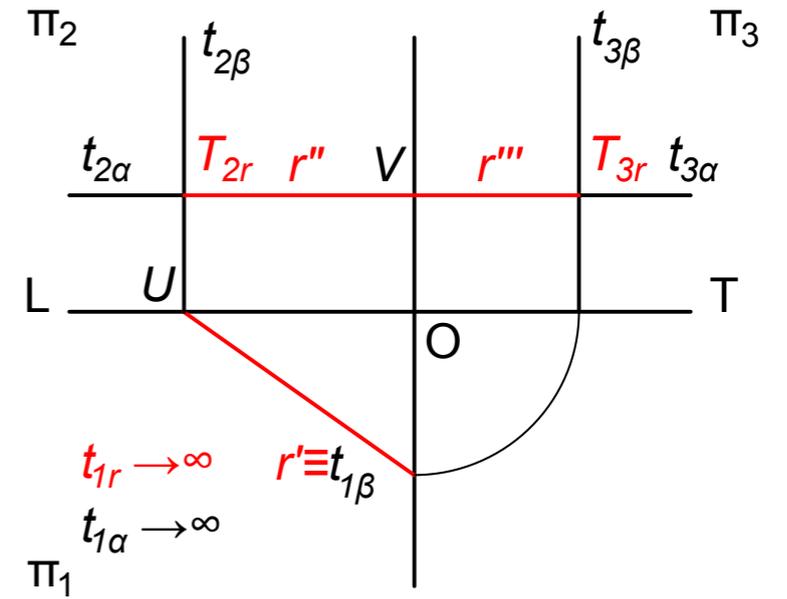
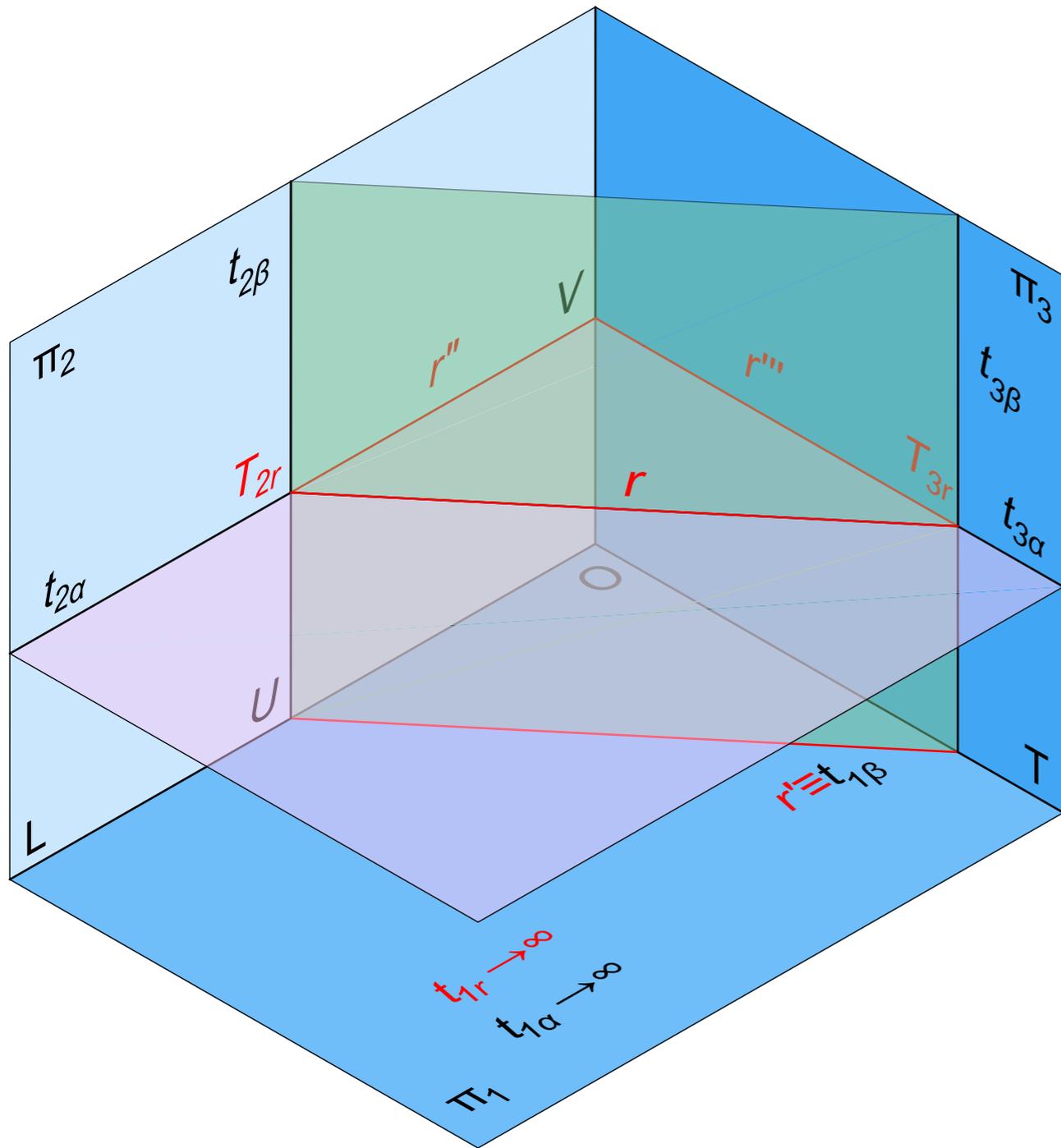




Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
----------------------------	----------------------------	----------------------------	--	--	------------------------------	-----------------------------------	---------------------------------

Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
----------------------------	----------------------------	----------------------------	--	--	------------------------------	-----------------------------------	---------------------------------

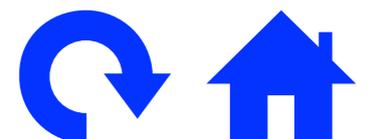


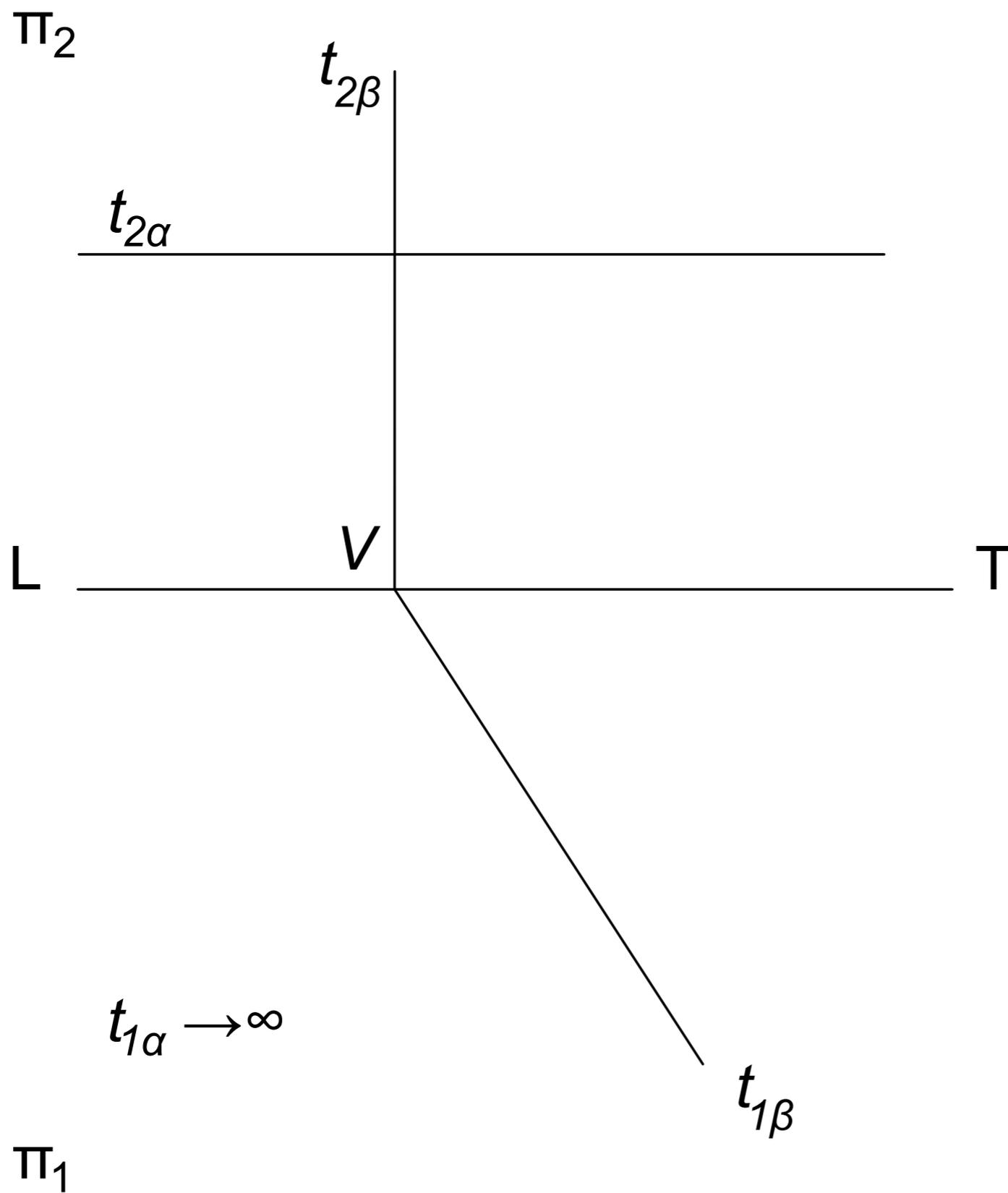


ESERCIZIO GUIDATO

Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
----------------------------	----------------------------	----------------------------	--	--	------------------------------	-----------------------------------	--------------------------

Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
----------------------------	----------------------------	----------------------------	--	--	------------------------------	-----------------------------------	--------------------------





Date le tracce di due piani α e β
determinare la retta $\{r\} = \alpha \cap \beta$

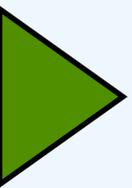
Analisi delle tracce dei piani:

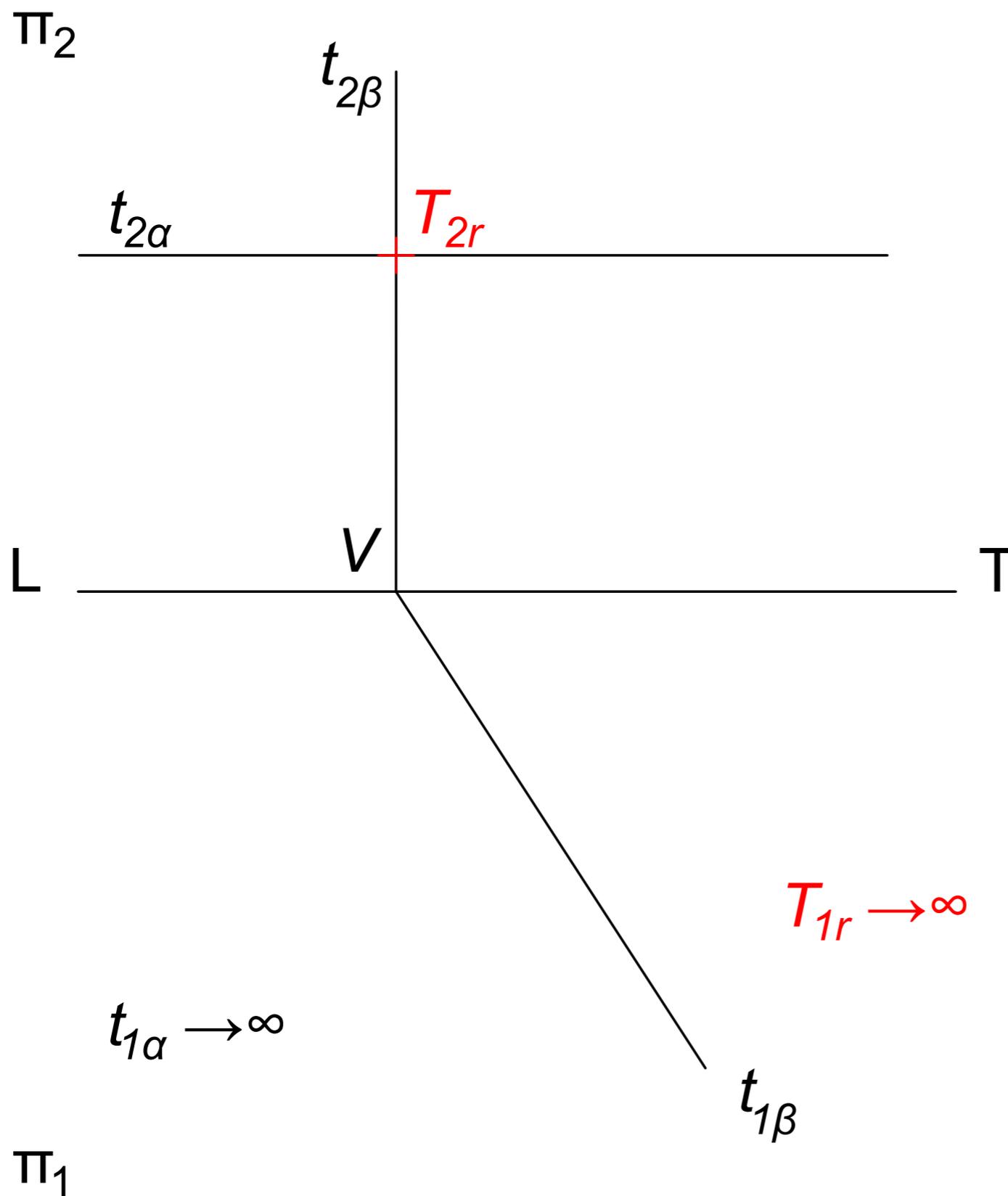
- $t_{1\alpha} \rightarrow \infty$ e $t_{2\alpha} // \pi_1 \implies \alpha // \pi_1$

- $t_{1\beta} \angle \pi_2$ e $t_{2\beta} \perp \pi_1 \implies \beta \perp \pi_1 \angle \pi_2$

Il piano α è proiettante in II e in III

Il piano β è proiettante in I





Date le tracce di due piani α e β
determinare la retta $\{r\} = \alpha \cap \beta$

Analisi delle tracce dei piani:

- $t_{1\alpha} \rightarrow \infty$ e $t_{2\alpha} // \pi_1 \implies \alpha // \pi_1$
- $t_{1\beta} \angle \pi_2$ e $t_{2\beta} \perp \pi_1 \implies \beta \perp \pi_1 \angle \pi_2$

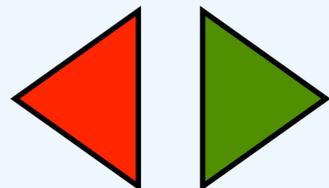
Il piano α è proiettante in II e in III

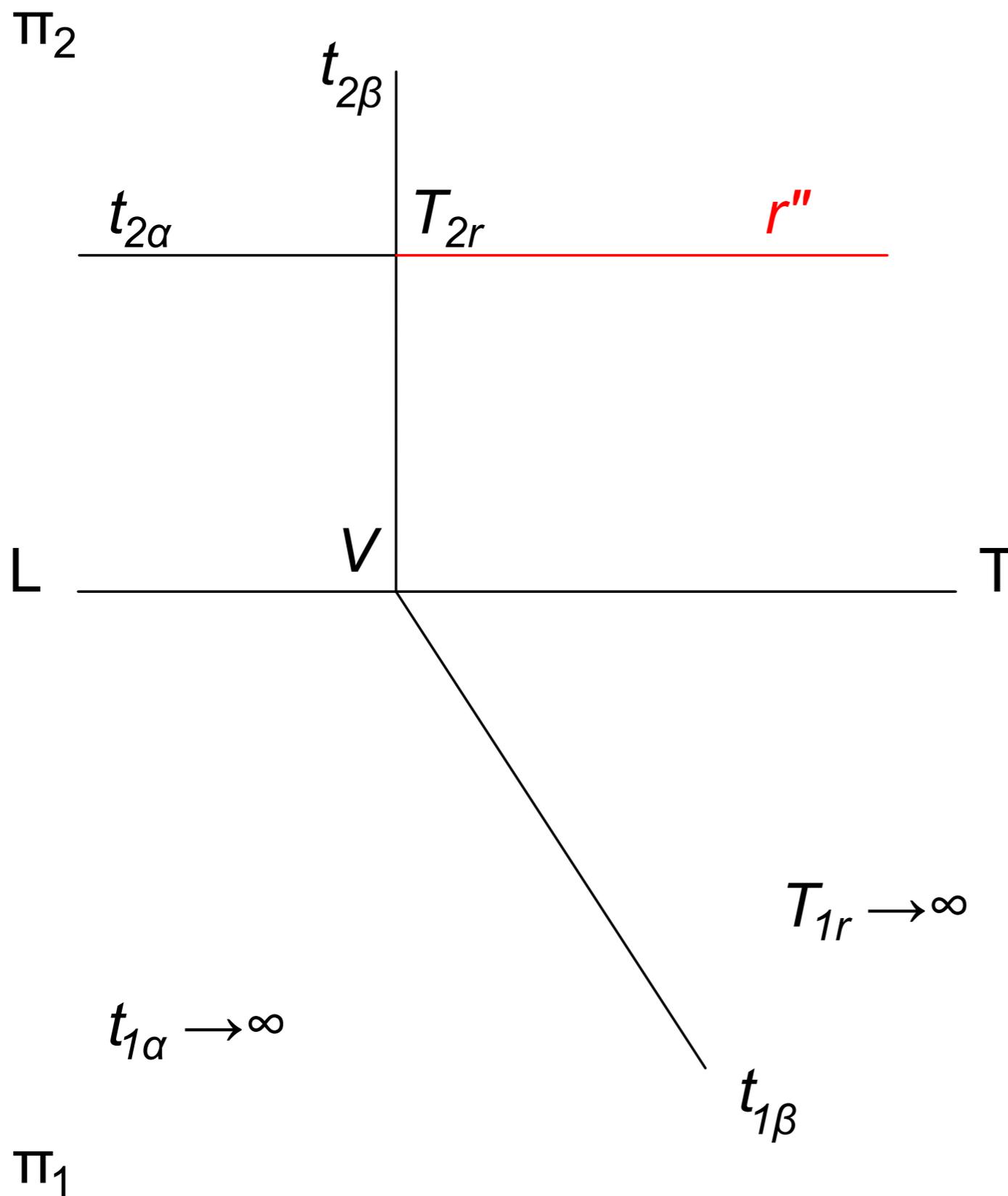
Il piano β è proiettante in I

Ricerca delle tracce della retta

Sul secondo quadro $t_{2\alpha}$ e $t_{2\beta}$ si intersecano: il punto individuato è T_{2r} .

Sul primo quadro $t_{1\alpha}$ e $t_{1\beta}$ non si intersecano pertanto ne consegue che T_{1r} è impropria.





Date le tracce di due piani α e β
determinare la retta $\{r\} = \alpha \cap \beta$

Analisi delle tracce dei piani:

- $t_{1\alpha} \rightarrow \infty$ e $t_{2\alpha} // \pi_1 \implies \alpha // \pi_1$
- $t_{1\beta} \angle \pi_2$ e $t_{2\beta} \perp \pi_1 \implies \beta \perp \pi_1 \angle \pi_2$

Il piano α è proiettante in II e in III

Il piano β è proiettante in I

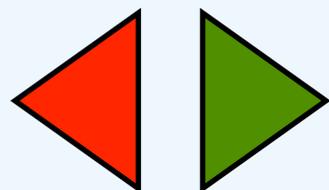
Ricerca delle tracce della retta

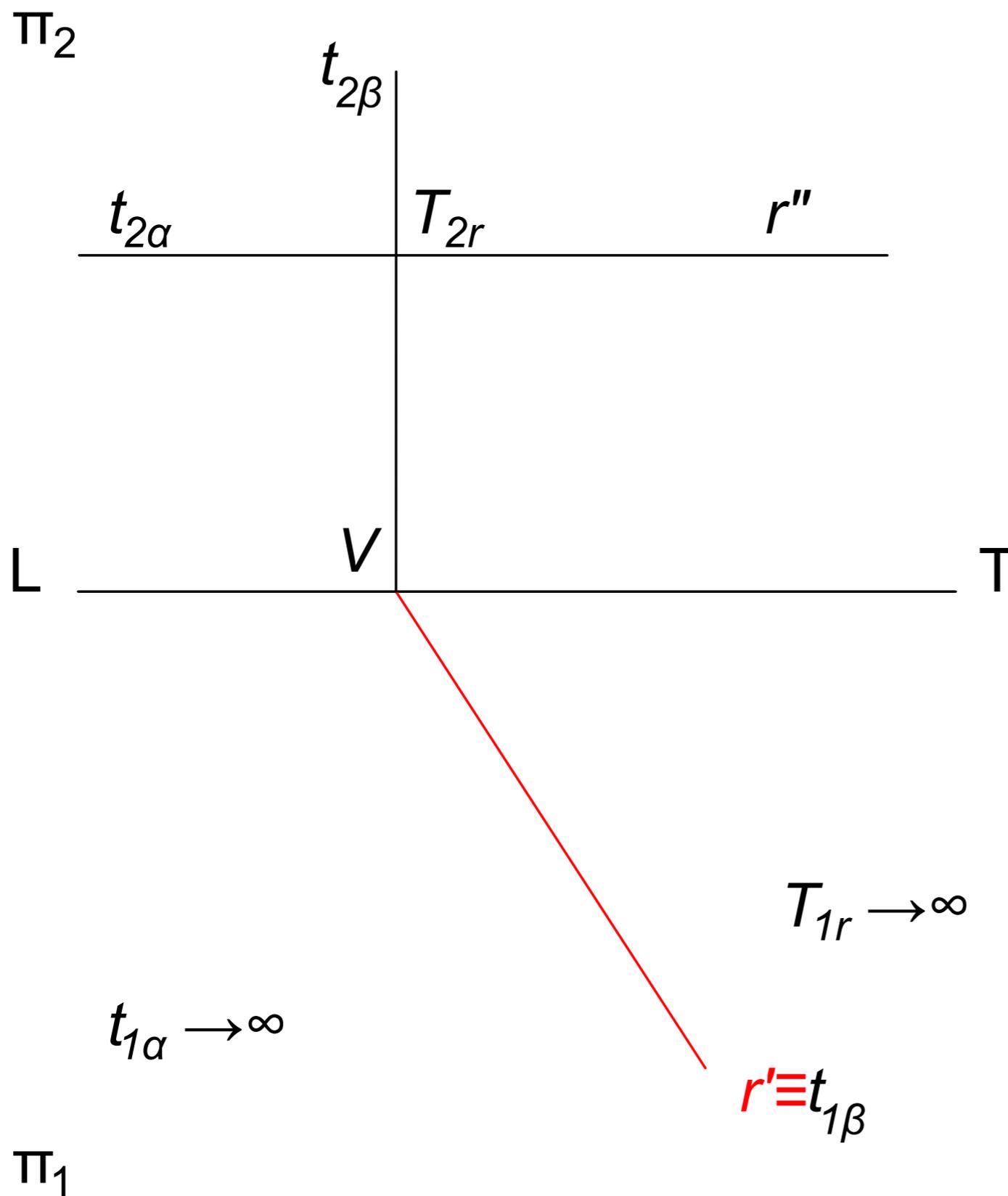
Sul secondo quadro $t_{2\alpha}$ e $t_{2\beta}$ si intersecano: il punto individuato è T_{2r} .

Sul primo quadro $t_{1\alpha}$ e $t_{1\beta}$ non si intersecano pertanto ne consegue che T_{1r} è impropria.

Ricerca delle immagini della retta

Poiché il piano α è proiettante in II e, nel I spazio diedro, il piano β si sviluppa sulla destra dell'osservatore risulta che r'' coincide con $t_{2\alpha}$ da T_{2r} verso destra.





Date le tracce di due piani α e β determinare la retta $\{r\} = \alpha \cap \beta$

Analisi delle tracce dei piani:

- $t_{1\alpha} \rightarrow \infty$ e $t_{2\alpha} // \pi_1 \implies \alpha // \pi_1$
- $t_{1\beta} \angle \pi_2$ e $t_{2\beta} \perp \pi_1 \implies \beta \perp \pi_1 \angle \pi_2$

Il piano α è proiettante in II e in III

Il piano β è proiettante in I

Ricerca delle tracce della retta

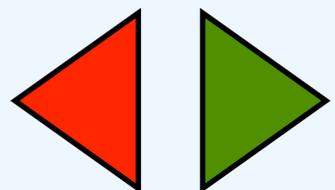
Sul secondo quadro $t_{2\alpha}$ e $t_{2\beta}$ si intersecano: il punto individuato è T_{2r} .

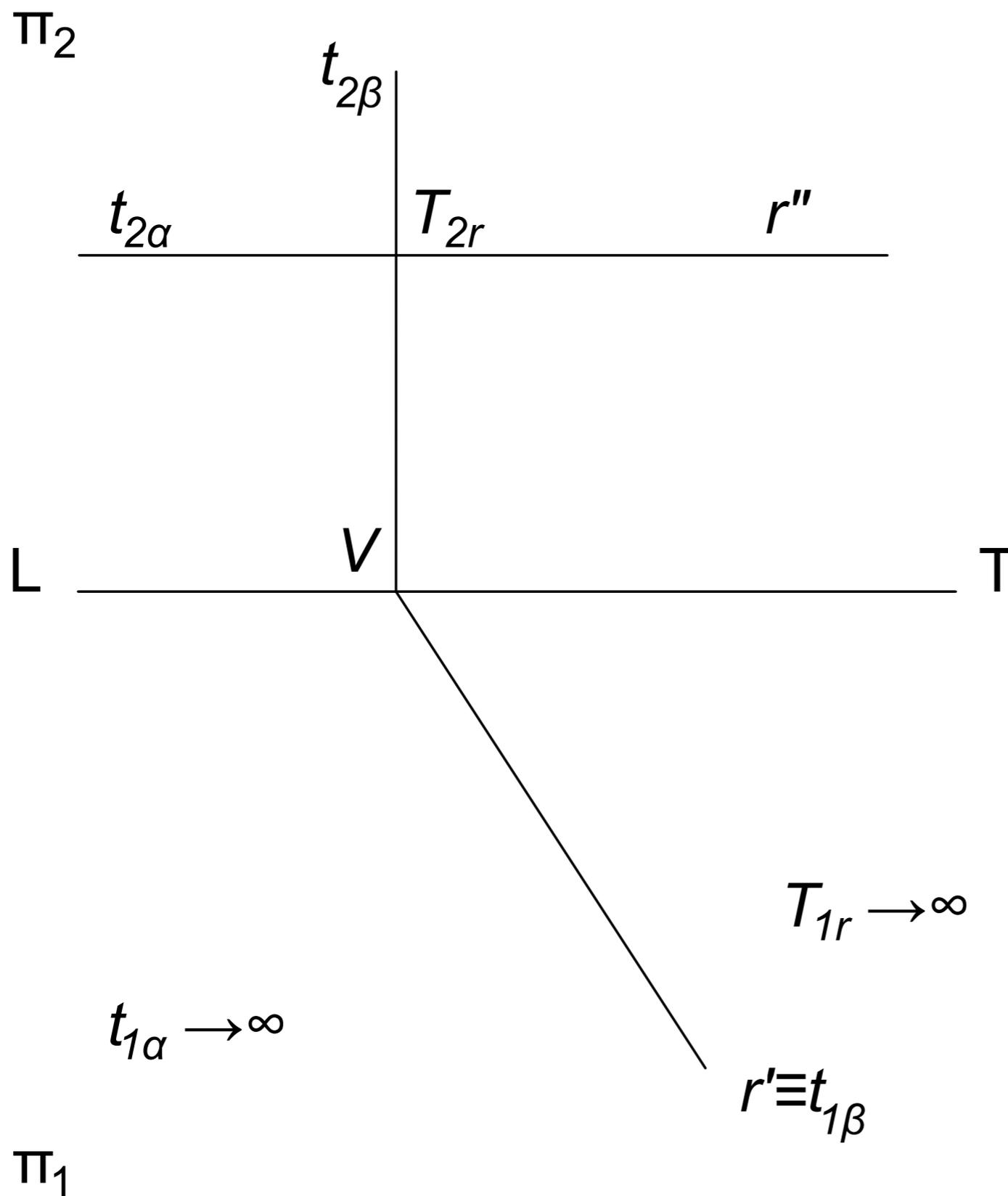
Sul primo quadro $t_{1\alpha}$ e $t_{1\beta}$ non si intersecano pertanto ne consegue che T_{1r} è impropria.

Ricerca delle immagini della retta

Poiché il piano α è proiettante in II e, nel I spazio diedro, il piano β si sviluppa sulla destra dell'osservatore risulta che r'' coincide con $t_{2\alpha}$ da T_{2r} verso destra.

Proiettare T_{2r} su π_1 e poiché T_{1r} è impropria e il piano β è proiettante in I risulta che r' coincide con $t_{1\beta}$. La retta intersezione allora è parallela a π_1 quindi r è una retta orizzontale.





Date le tracce di due piani α e β determinare la retta $\{r\} = \alpha \cap \beta$

Analisi delle tracce dei piani:

- $t_{1\alpha} \rightarrow \infty$ e $t_{2\alpha} // \pi_1 \implies \alpha // \pi_1$
- $t_{1\beta} \angle \pi_2$ e $t_{2\beta} \perp \pi_1 \implies \beta \perp \pi_1 \angle \pi_2$

Il piano α è proiettante in II e in III

Il piano β è proiettante in I

Ricerca delle tracce della retta

Sul secondo quadro $t_{2\alpha}$ e $t_{2\beta}$ si intersecano: il punto individuato è T_{2r} .

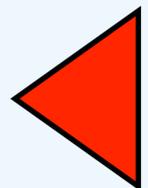
Sul primo quadro $t_{1\alpha}$ e $t_{1\beta}$ non si intersecano pertanto ne consegue che T_{1r} è impropria.

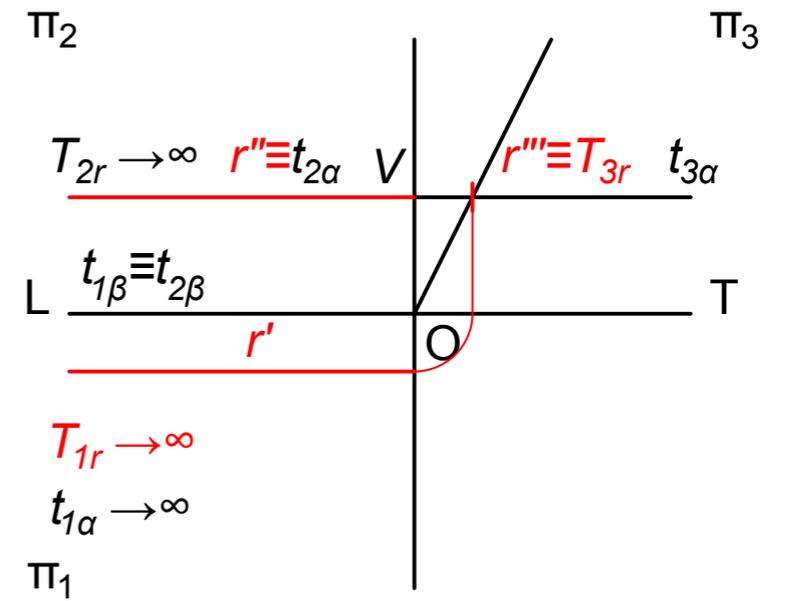
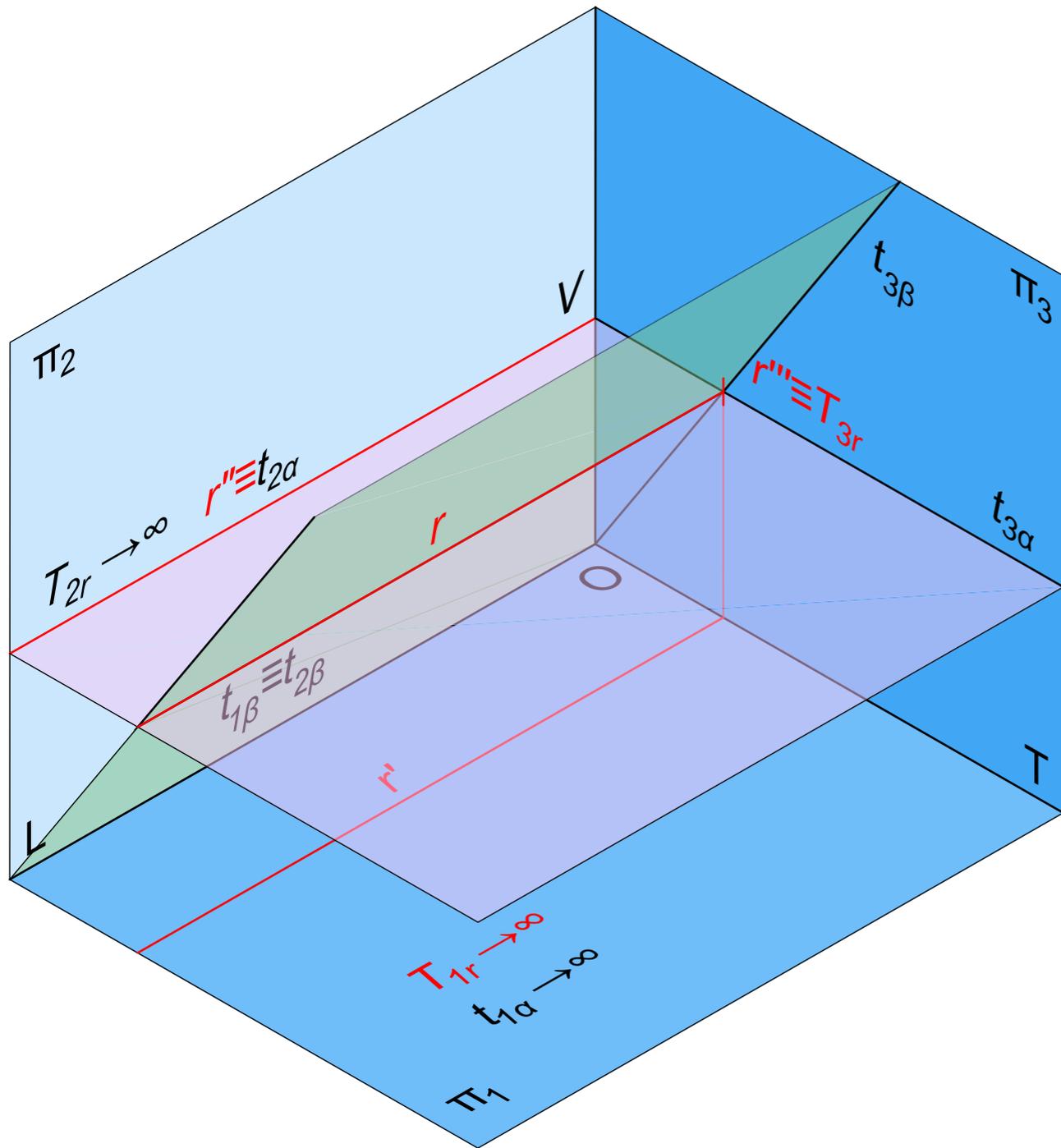
Ricerca delle immagini della retta

Poiché il piano α è proiettante in II e, nel I spazio diedro, il piano β si sviluppa sulla destra dell'osservatore risulta che r'' coincide con $t_{2\alpha}$ da T_{2r} verso destra.

Proiettare T_{2r} su π_1 e poiché T_{1r} è impropria e il piano β è proiettante in I risulta che r' coincide con $t_{1\beta}$. La retta intersezione allora è parallela a π_1 quindi r è una retta orizzontale.

La retta $\{r\} = \alpha \cap \beta$ è così determinata

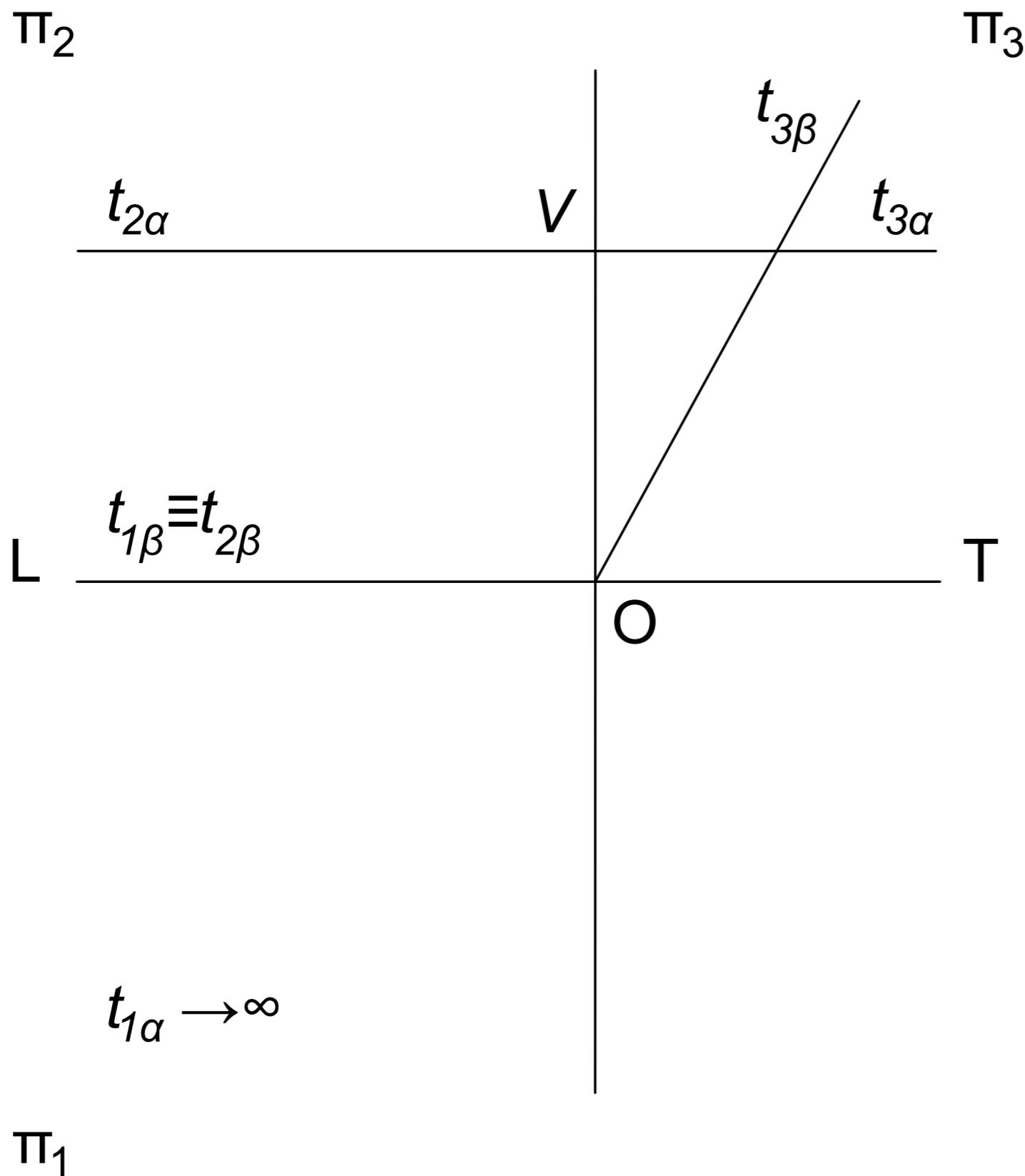




ESERCIZIO GUIDATO

Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico





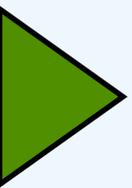
Date le tracce di due piani α e β
determinare la retta $\{r\} = \alpha \cap \beta$

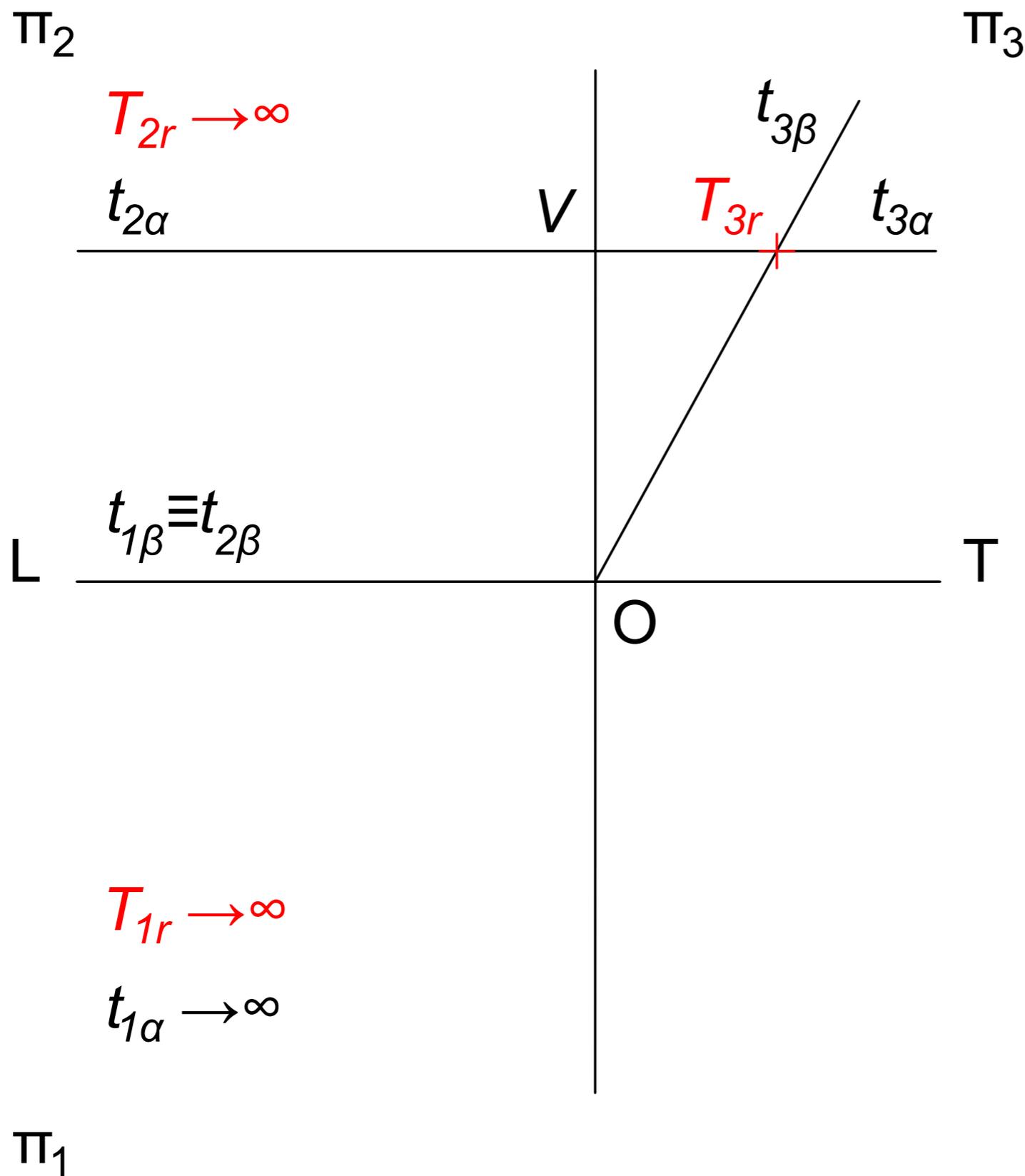
Analisi delle tracce dei piani:

- $t_{1\alpha} \rightarrow \infty$ e $t_{2\alpha} // \pi_1 \implies \alpha // \pi_1$
- $t_{1\beta} \equiv t_{2\beta} \equiv LT \implies \beta$ uscente da LT

Il piano α è proiettante in II e in III

Il piano β è proiettante in III





Date le tracce di due piani α e β
 determinare la retta $\{r\} = \alpha \cap \beta$

Analisi delle tracce dei piani:

- $t_{1\alpha} \rightarrow \infty$ e $t_{2\alpha} // \pi_1 \implies \alpha // \pi_1$
- $t_{1\beta} \equiv t_{2\beta} \equiv LT \implies \beta$ uscente da LT

Il piano α è proiettante in II e in III

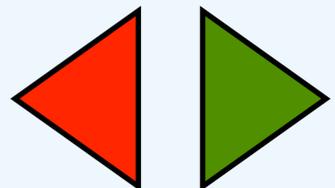
Il piano β è proiettante in III

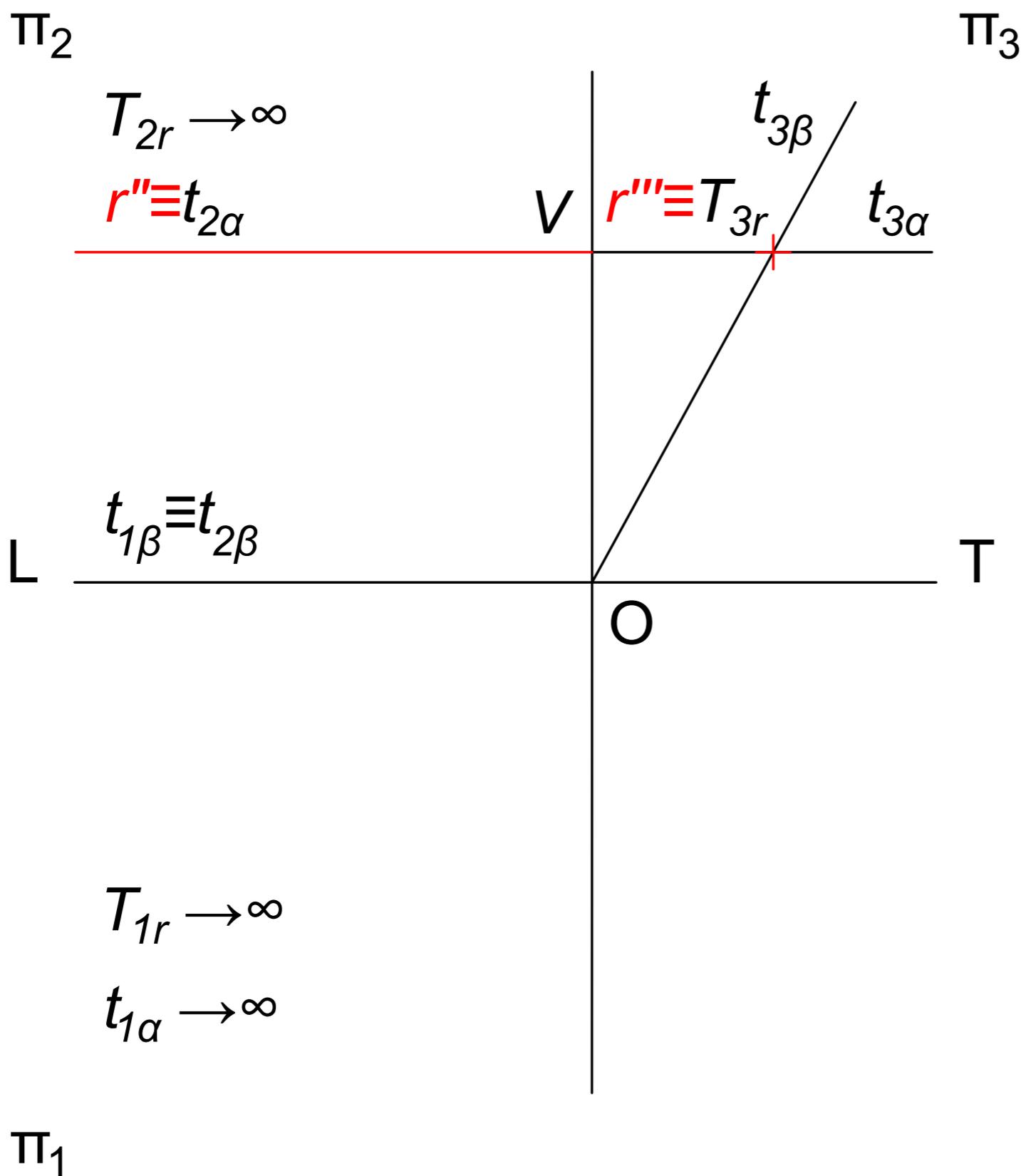
Ricerca delle tracce della retta

Sul terzo quadro $t_{3\alpha}$ e $t_{3\beta}$ si intersecano: il punto individuato è T_{3r} .

Sul primo quadro $t_{1\alpha}$ e $t_{1\beta}$ determinano una T_{1r} impropria.

Sul secondo quadro $t_{2\alpha}$ e $t_{2\beta}$ sono parallele quindi T_{2r} è impropria.





Date le tracce di due piani α e β
 determinare la retta $\{r\} = \alpha \cap \beta$

Analisi delle tracce dei piani:

- $t_{1\alpha} \rightarrow \infty$ e $t_{2\alpha} // \pi_1 \implies \alpha // \pi_1$
- $t_{1\beta} \equiv t_{2\beta} \equiv LT \implies \beta$ uscente da LT

Il piano α è proiettante in II e in III

Il piano β è proiettante in III

Ricerca delle tracce della retta

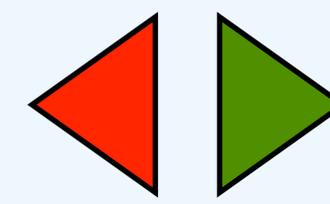
Sul terzo quadro $t_{3\alpha}$ e $t_{3\beta}$ si intersecano: il punto individuato è T_{3r} .

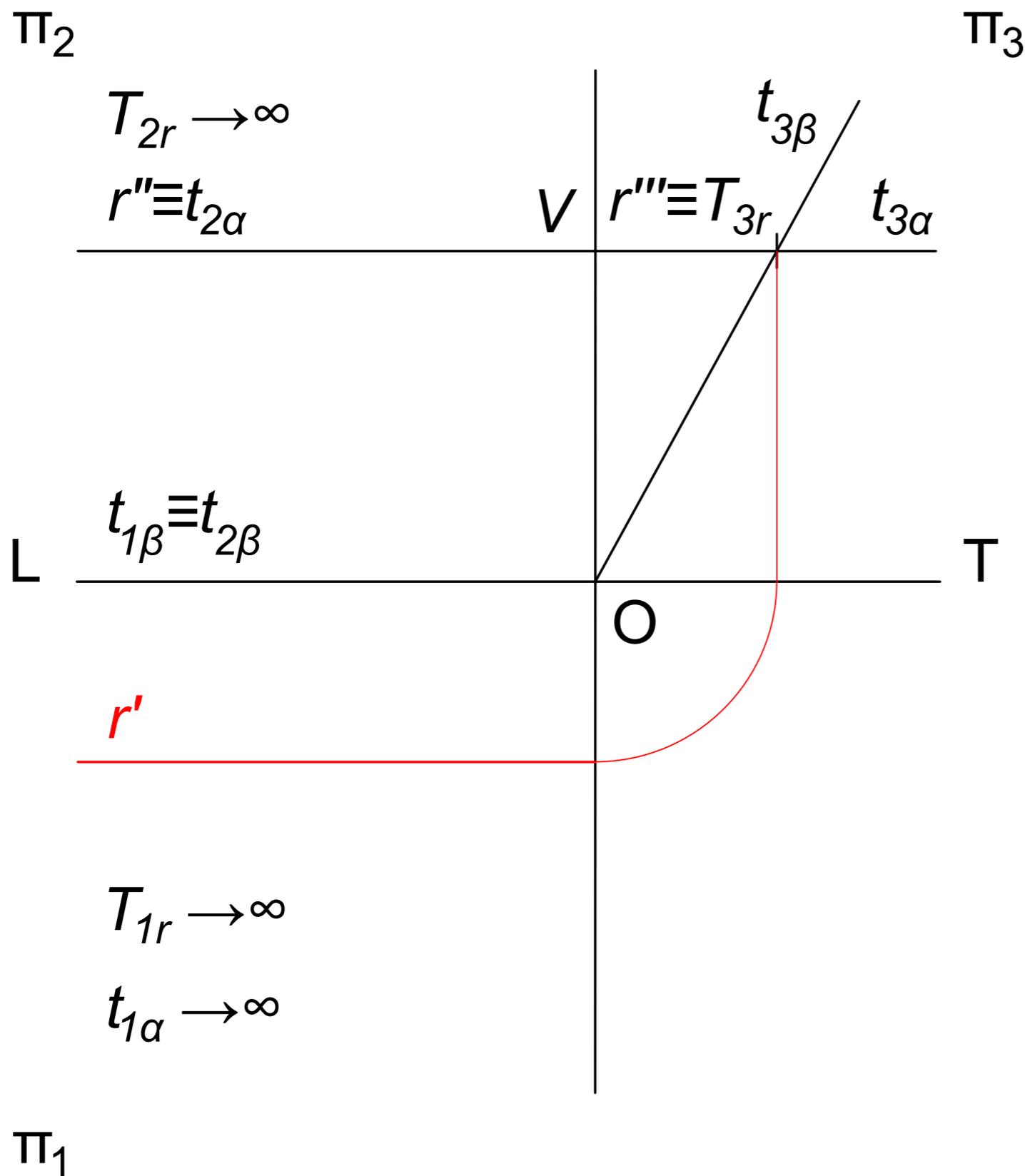
Sul primo quadro $t_{1\alpha}$ e $t_{1\beta}$ determinano una T_{1r} impropria.

Sul secondo quadro $t_{2\alpha}$ e $t_{2\beta}$ sono parallele quindi T_{2r} è impropria.

Ricerca delle immagini della retta

Essendo i piani α e β proiettanti in III ne consegue che r''' coincide con la T_{3r} . Tale condizione individua una retta perpendicolare a π_3 ovvero parallela a LT e poiché il piano α è proiettante in II la r'' risulta coincidente con la $t_{2\alpha}$.





Date le tracce di due piani α e β
 determinare la retta $\{r\} = \alpha \cap \beta$

Analisi delle tracce dei piani:

- $t_{1\alpha} \rightarrow \infty$ e $t_{2\alpha} // \pi_1 \implies \alpha // \pi_1$
- $t_{1\beta} \equiv t_{2\beta} \equiv LT \implies \beta$ uscente da LT

Il piano α è proiettante in II e in III

Il piano β è proiettante in III

Ricerca delle tracce della retta

Sul terzo quadro $t_{3\alpha}$ e $t_{3\beta}$ si intersecano: il punto individuato è T_{3r} .

Sul primo quadro $t_{1\alpha}$ e $t_{1\beta}$ determinano una T_{1r} impropria.

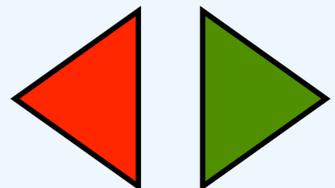
Sul secondo quadro $t_{2\alpha}$ e $t_{2\beta}$ sono parallele quindi T_{2r} è impropria.

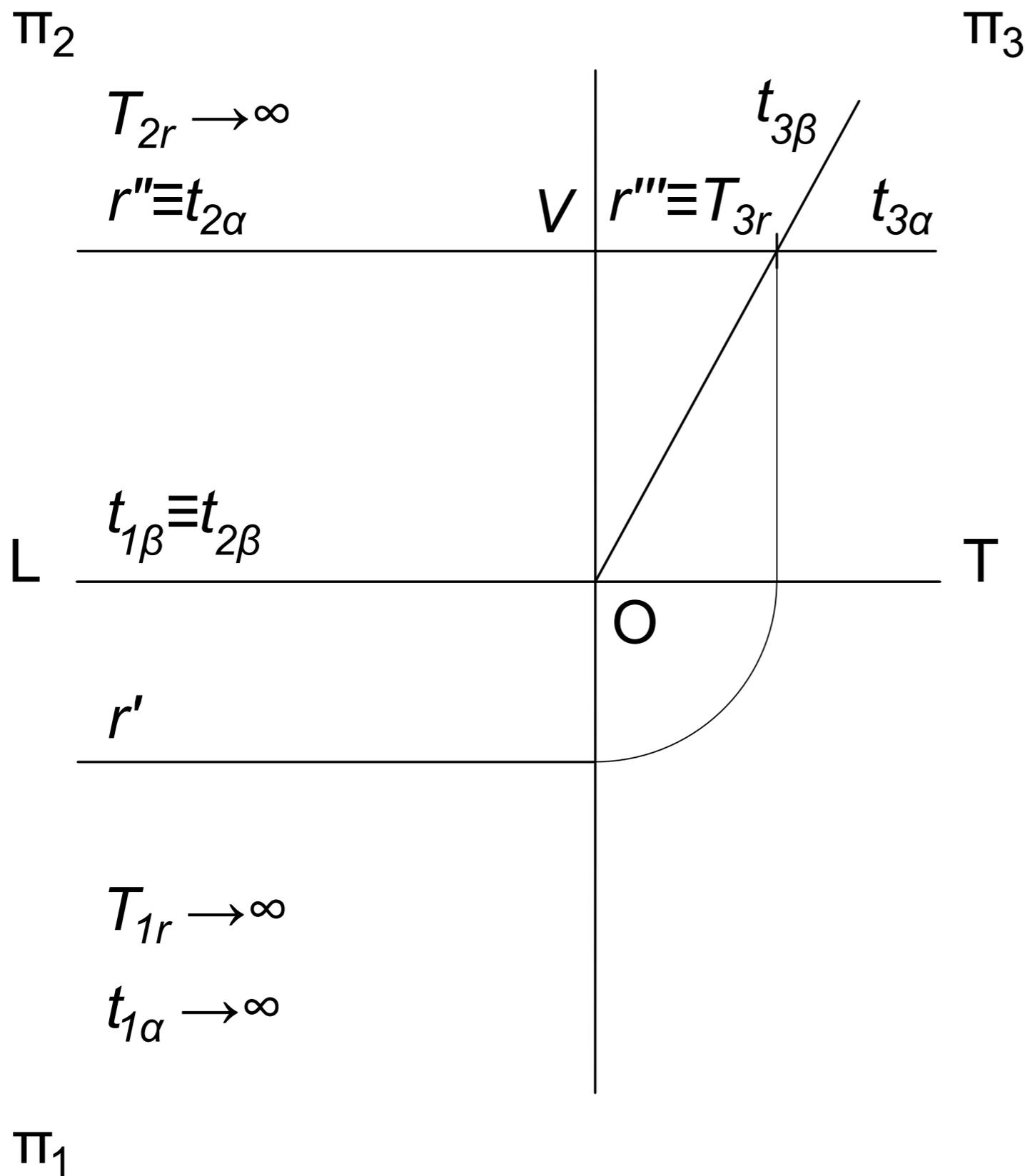
Ricerca delle immagini della retta

Essendo i piani α e β proiettanti in III ne consegue che r''' coincide con la T_{3r} .

Tale condizione individua una retta perpendicolare a π_3 ovvero parallela a LT e poiché il piano α è proiettante in II la r'' risulta coincidente con la $t_{2\alpha}$.

Proiettando la T_{3r} su π_1 è determinata r' parallela a π_2 .





Date le tracce di due piani α e β
 determinare la retta $\{r\} = \alpha \cap \beta$

Analisi delle tracce dei piani:

- $t_{1\alpha} \rightarrow \infty$ e $t_{2\alpha} // \pi_1 \implies \alpha // \pi_1$
- $t_{1\beta} \equiv t_{2\beta} \equiv LT \implies \beta$ uscente da LT

Il piano α è proiettante in II e in III

Il piano β è proiettante in III

Ricerca delle tracce della retta

Sul terzo quadro $t_{3\alpha}$ e $t_{3\beta}$ si intersecano: il punto individuato è T_{3r} .

Sul primo quadro $t_{1\alpha}$ e $t_{1\beta}$ determinano una T_{1r} impropria.

Sul secondo quadro $t_{2\alpha}$ e $t_{2\beta}$ sono parallele quindi T_{2r} è impropria.

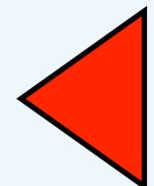
Ricerca delle immagini della retta

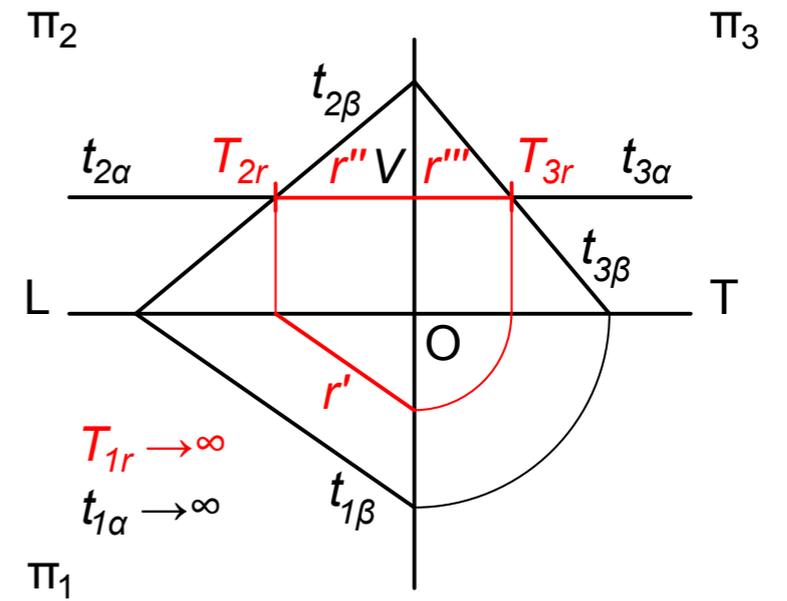
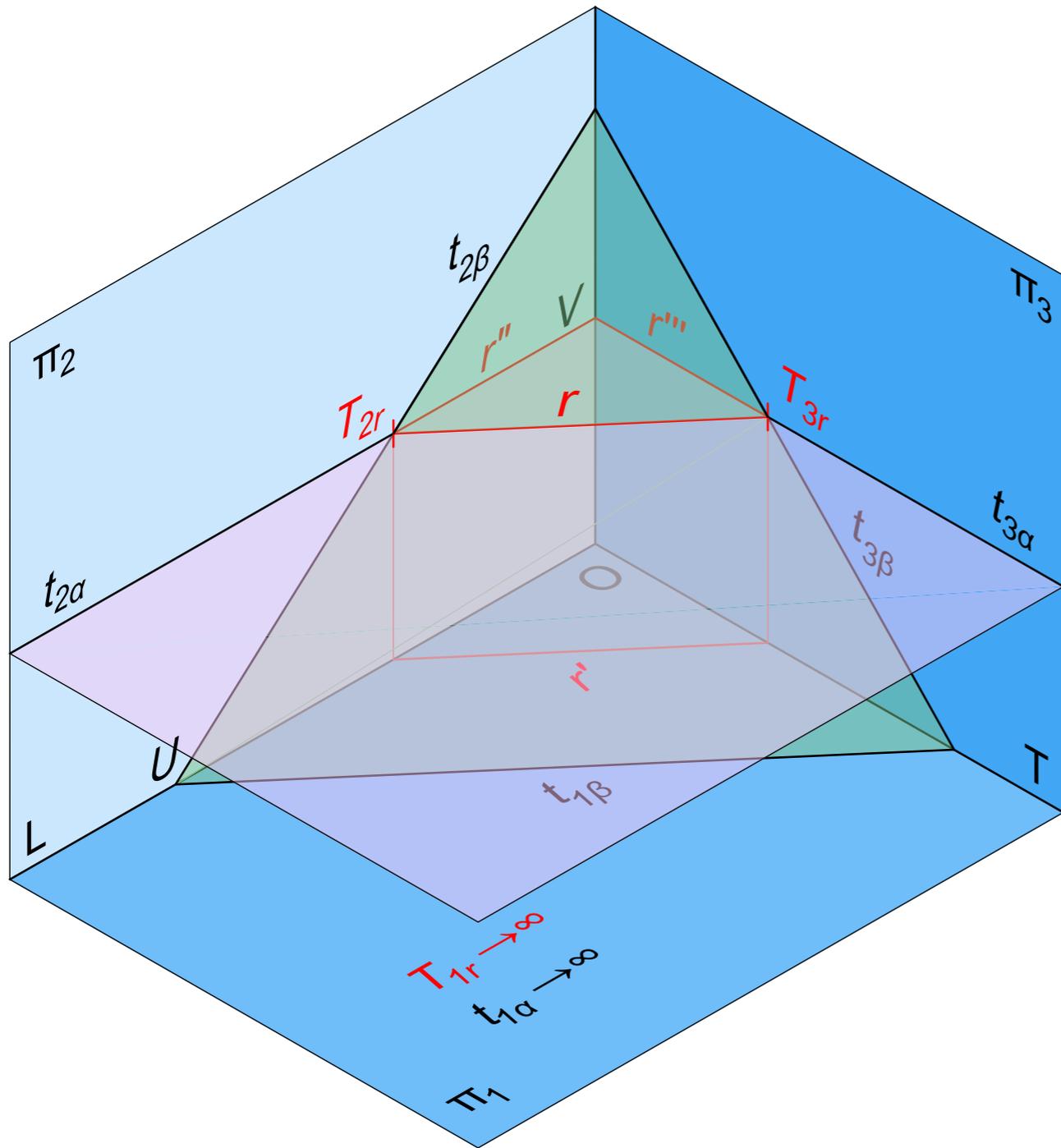
Essendo i piani α e β proiettanti in III ne consegue che r''' coincide con la T_{3r} .

Tale condizione individua una retta perpendicolare a π_3 ovvero parallela a LT e poiché il piano α è proiettante in II la r'' risulta coincidente con la $t_{2\alpha}$.

Proiettando la T_{3r} su π_1 è determinata r' parallela a π_2 .

La retta $\{r\} = \alpha \cap \beta$ è così determinata



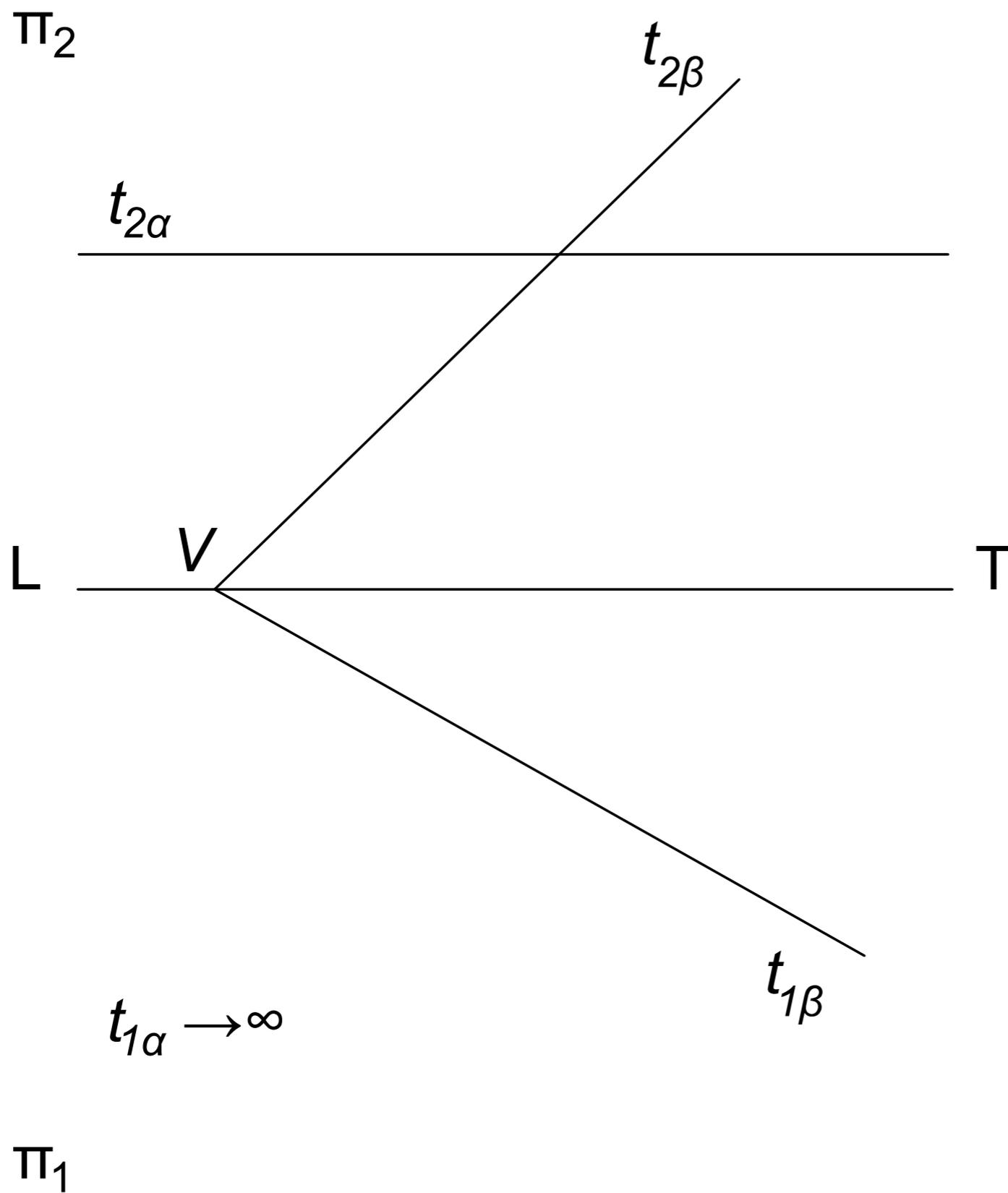


ESERCIZIO GUIDATO

Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
----------------------------	----------------------------	----------------------------	--	--	-----------------------	----------------------------	--------------------------

Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
----------------------------	----------------------------	----------------------------	--	--	-----------------------	----------------------------	--------------------------





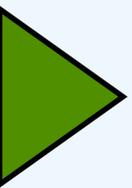
Date le tracce di due piani α e β
determinare la retta $\{r\} = \alpha \cap \beta$

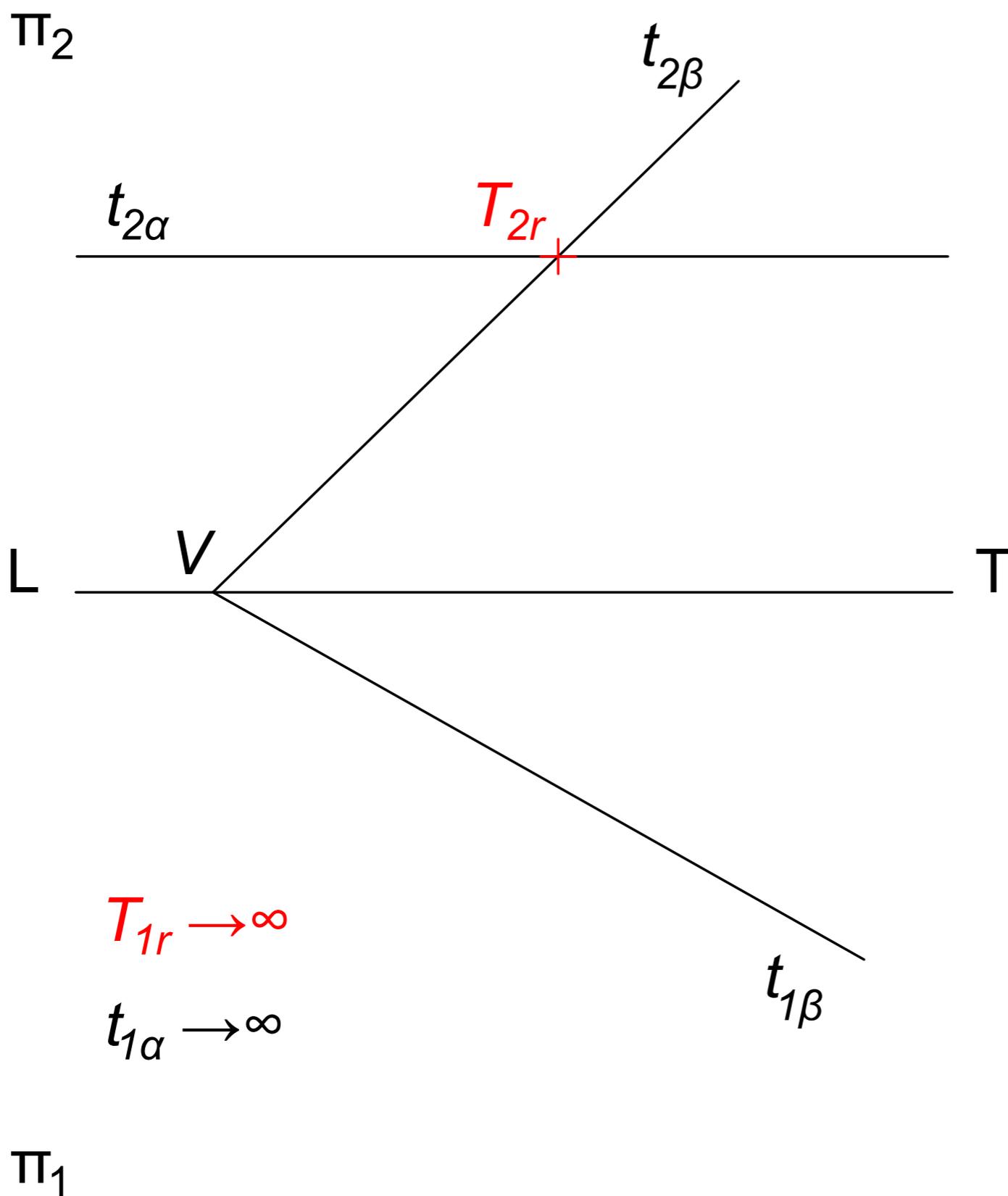
Analisi delle tracce dei piani:

- $t_{1\alpha} \rightarrow \infty$ e $t_{2\alpha} // \pi_1 \implies \alpha // \pi_1$
- $t_{1\beta}$ e $t_{2\beta}$ sghembe $\implies \beta$ generico

Il piano α è proiettante in II e in III

Il piano β non è proiettante





Date le tracce di due piani α e β
determinare la retta $\{r\} = \alpha \cap \beta$

Analisi delle tracce dei piani:

- $t_{1\alpha} \rightarrow \infty$ e $t_{2\alpha} // \pi_1 \implies \alpha // \pi_1$
- $t_{1\beta}$ e $t_{2\beta}$ sghembe $\implies \beta$ generico

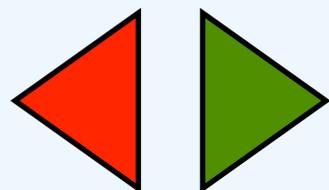
Il piano α è proiettante in II e in III

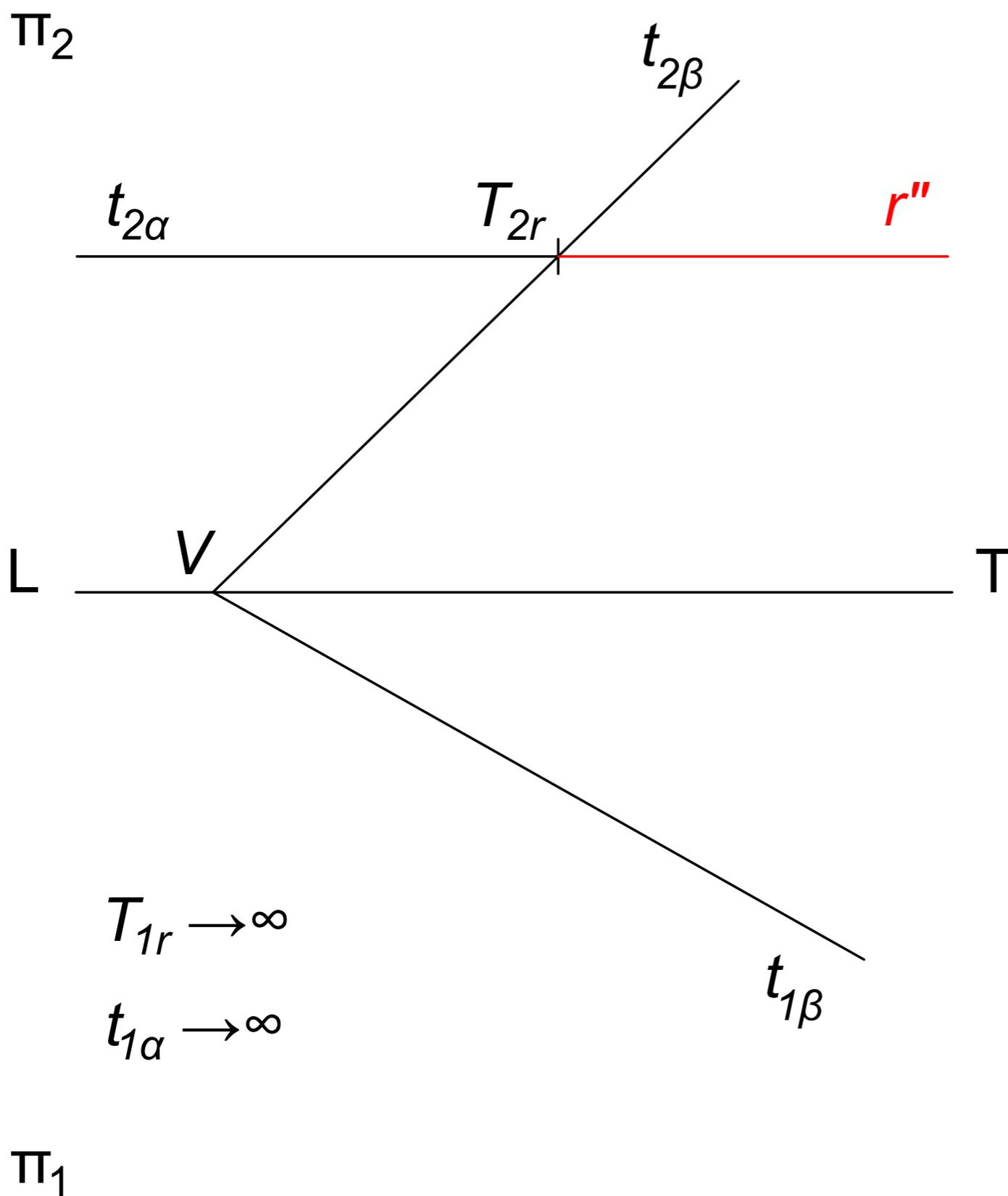
Il piano β non è proiettante

Ricerca delle tracce della retta

Sul secondo quadro $t_{2\alpha}$ e $t_{2\beta}$ si intersecano: il punto individuato è T_{2r} .

Sul primo quadro, essendo $t_{1\alpha}$ impropria, l'intersezione tra $t_{1\alpha}$ e $t_{1\beta}$ determina che anche T_{1r} è impropria.





Date le tracce di due piani α e β
 determinare la retta $\{r\} = \alpha \cap \beta$

Analisi delle tracce dei piani:

- $t_{1\alpha} \rightarrow \infty$ e $t_{2\alpha} // \pi_1 \implies \alpha // \pi_1$
- $t_{1\beta}$ e $t_{2\beta}$ sghembe $\implies \beta$ generico

Il piano α è proiettante in II e in III

Il piano β non è proiettante

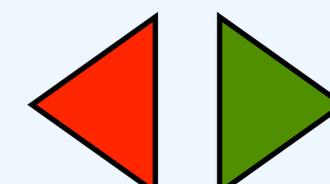
Ricerca delle tracce della retta

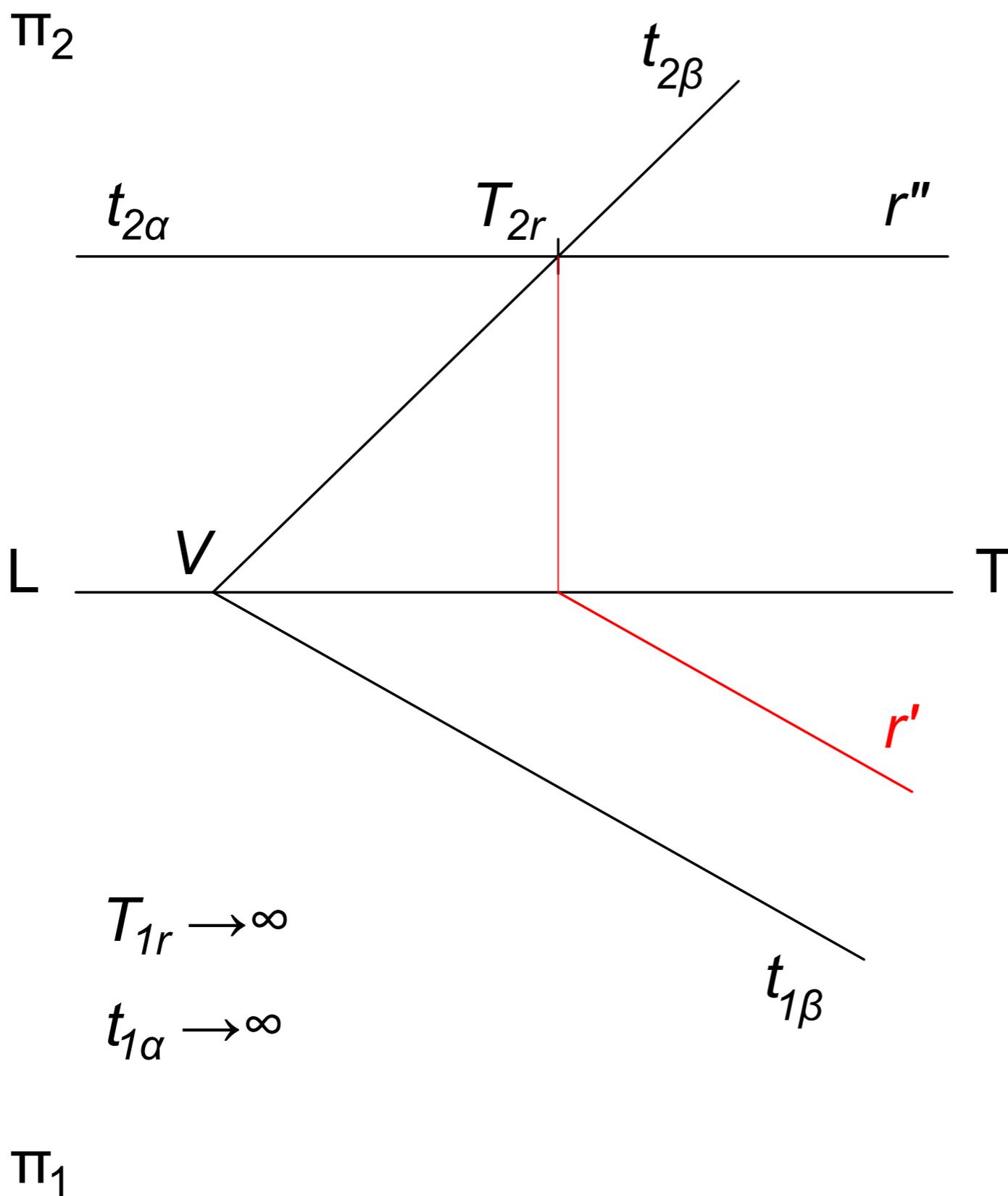
Sul secondo quadro $t_{2\alpha}$ e $t_{2\beta}$ si intersecano: il punto individuato è T_{2r} .

Sul primo quadro, essendo $t_{1\alpha}$ impropria, l'intersezione tra $t_{1\alpha}$ e $t_{1\beta}$ determina che anche T_{1r} è impropria.

Ricerca delle immagini della retta

Essendo solo α proiettante in II ne consegue che r'' coincide con la $t_{2\alpha}$ e poiché il piano α , nel I spazio diedro, si sviluppa sulla destra dell'osservatore anche la r'' , con origine in T_{2r} , si svilupperà nello stesso verso.





Date le tracce di due piani α e β determinare la retta $\{r\} = \alpha \cap \beta$

Analisi delle tracce dei piani:

- $t_{1\alpha} \rightarrow \infty$ e $t_{2\alpha} // \pi_1 \implies \alpha // \pi_1$
- $t_{1\beta}$ e $t_{2\beta}$ sghembe $\implies \beta$ generico

Il piano α è proiettante in II e in III

Il piano β non è proiettante

Ricerca delle tracce della retta

Sul secondo quadro $t_{2\alpha}$ e $t_{2\beta}$ si intersecano: il punto individuato è T_{2r} .

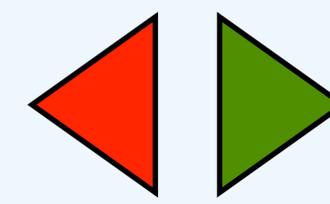
Sul primo quadro, essendo $t_{1\alpha}$ impropria, l'intersezione tra $t_{1\alpha}$ e $t_{1\beta}$ determina che anche T_{1r} è impropria.

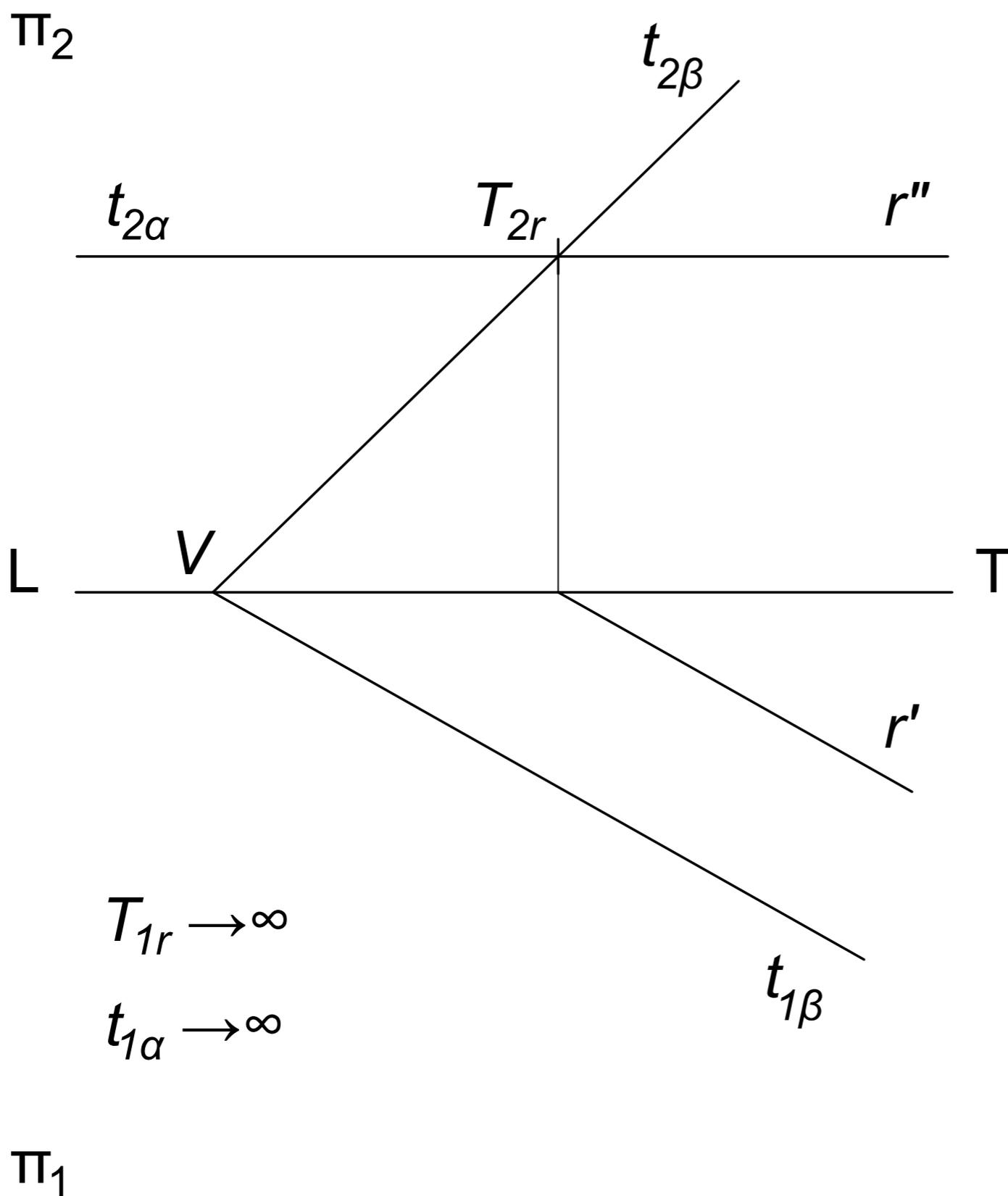
Ricerca delle immagini della retta

Essendo solo α proiettante in II ne consegue che r'' coincide con la $t_{2\alpha}$ e poiché il piano α , nel I spazio diedro, si sviluppa sulla destra dell'osservatore anche la r' , con origine in T_{2r} , si svilupperà nello stesso verso.

Proiettando T_{2r} su π_1 è individuato il punto di origine della r' e poiché $T_{1r} \rightarrow \infty$ la r' risulta parallela alla $t_{1\beta}$.

La retta r è quindi una retta orizzontale.





Date le tracce di due piani α e β determinare la retta $\{r\} = \alpha \cap \beta$

Analisi delle tracce dei piani:

- $t_{1\alpha} \rightarrow \infty$ e $t_{2\alpha} // \pi_1 \implies \alpha // \pi_1$
- $t_{1\beta}$ e $t_{2\beta}$ sghembe $\implies \beta$ generico

Il piano α è proiettante in II e in III

Il piano β non è proiettante

Ricerca delle tracce della retta

Sul secondo quadro $t_{2\alpha}$ e $t_{2\beta}$ si intersecano: il punto individuato è T_{2r} .

Sul primo quadro, essendo $t_{1\alpha}$ impropria, l'intersezione tra $t_{1\alpha}$ e $t_{1\beta}$ determina che anche T_{1r} è impropria.

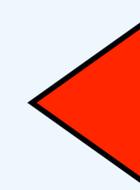
Ricerca delle immagini della retta

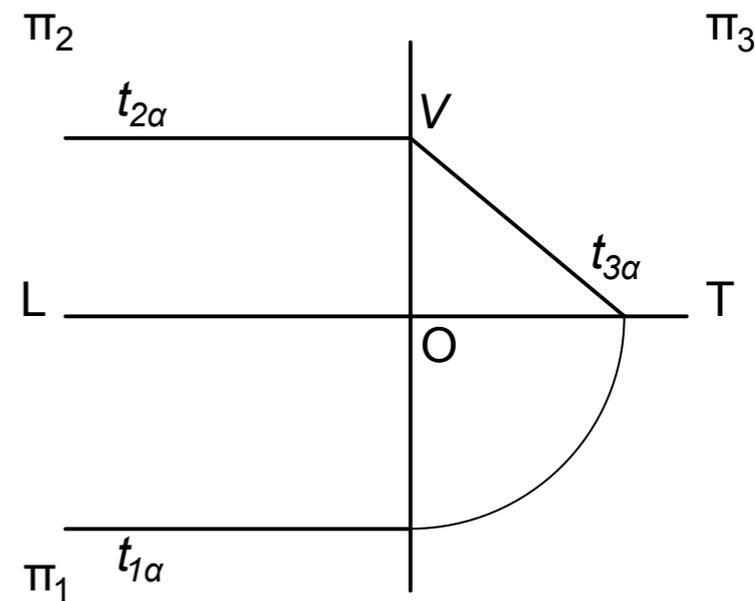
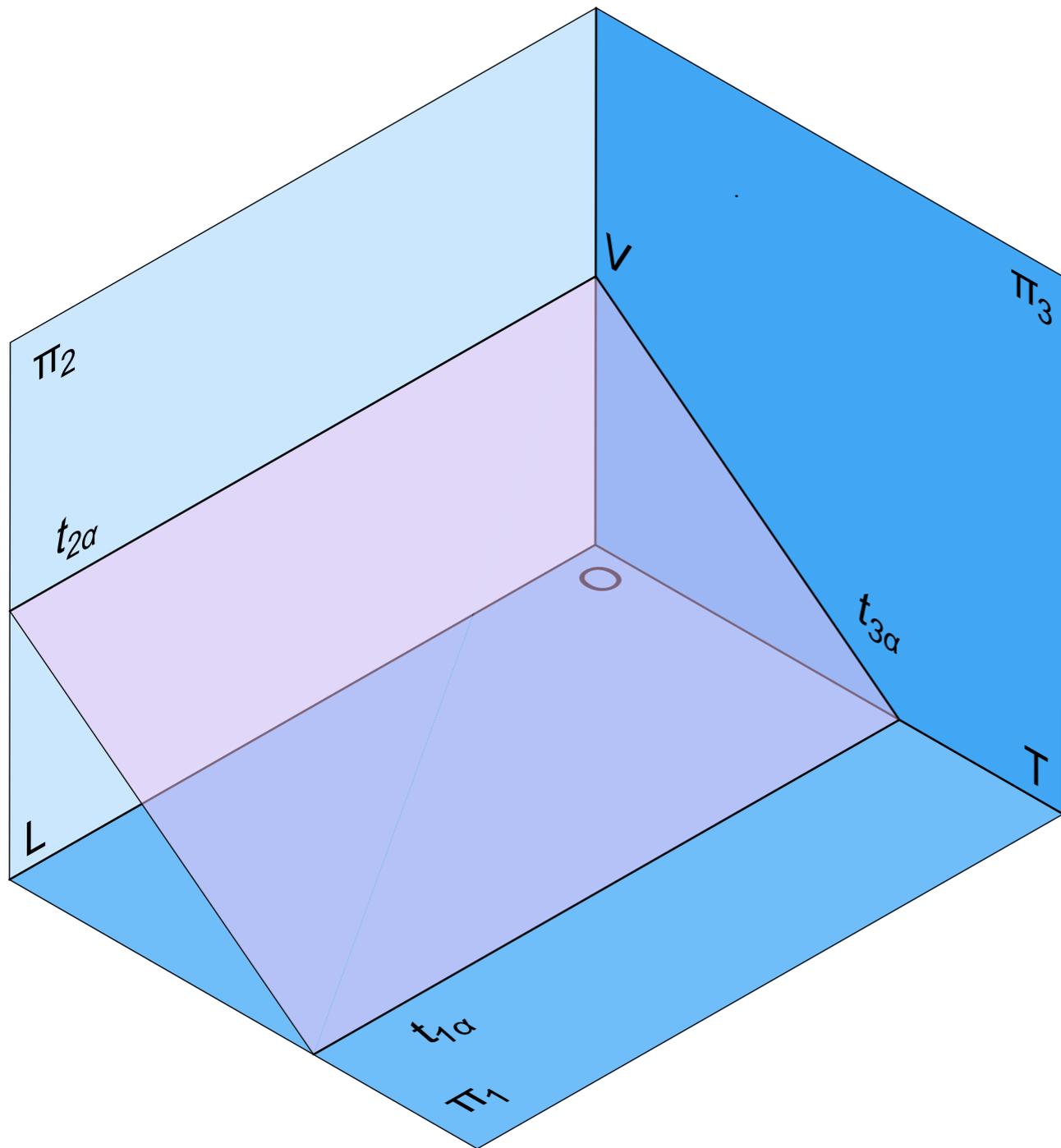
Essendo solo α proiettante in II ne consegue che r'' coincide con la $t_{2\alpha}$ e poiché il piano α , nel I spazio diedro, si sviluppa sulla destra dell'osservatore anche la r'' , con origine in T_{2r} , si svilupperà nello stesso verso.

Proiettando T_{2r} su π_1 è individuato il punto di origine della r' e poiché $T_{1r} \rightarrow \infty$ la r' risulta parallela alla $t_{1\alpha}$.

La retta r è quindi una retta orizzontale.

La retta $\{r\} = \alpha \cap \beta$ è così determinata

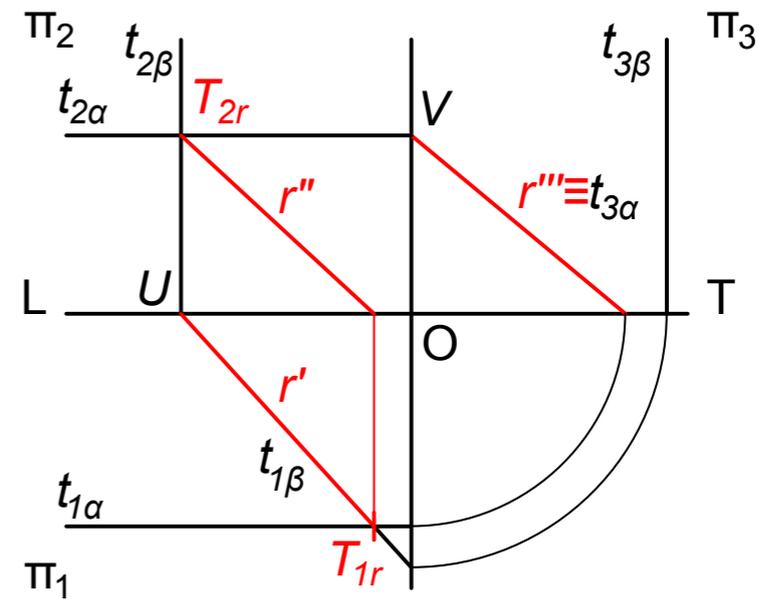
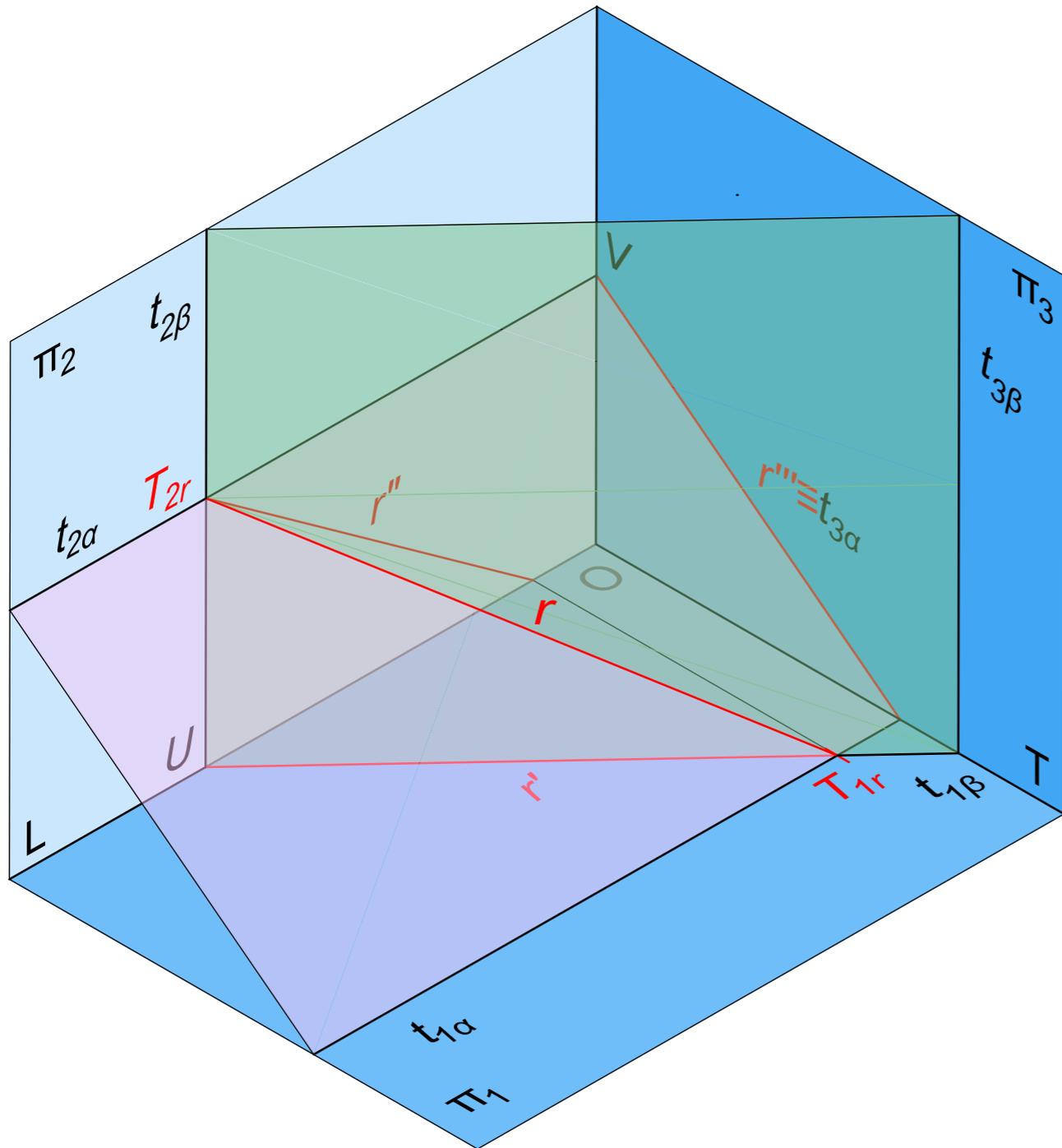




Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
---------------------	---------------------	---------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	------------------------	---------------------	-------------------

Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
---------------------	---------------------	---------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	----------------	---------------------	-------------------

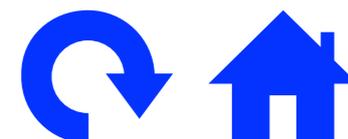


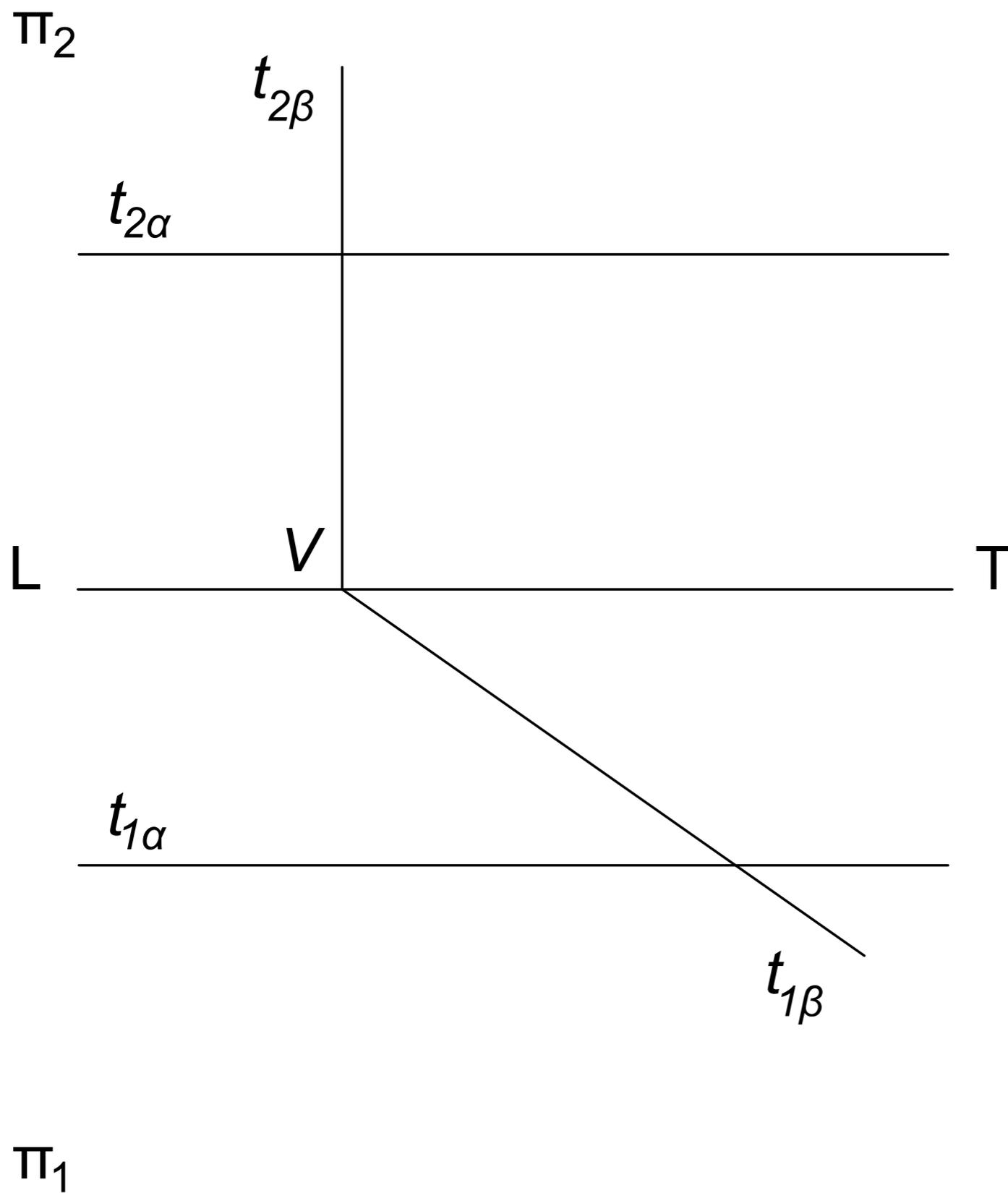


ESERCIZIO GUIDATO

Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
---------------------	---------------------	---------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	------------------------	---------------------	-------------------

Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
---------------------	---------------------	---------------------	--	-------------------------------------	----------------	---------------------	-------------------





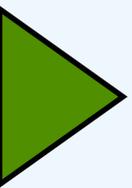
Date le tracce di due piani α e β
determinare la retta $\{r\} = \alpha \cap \beta$

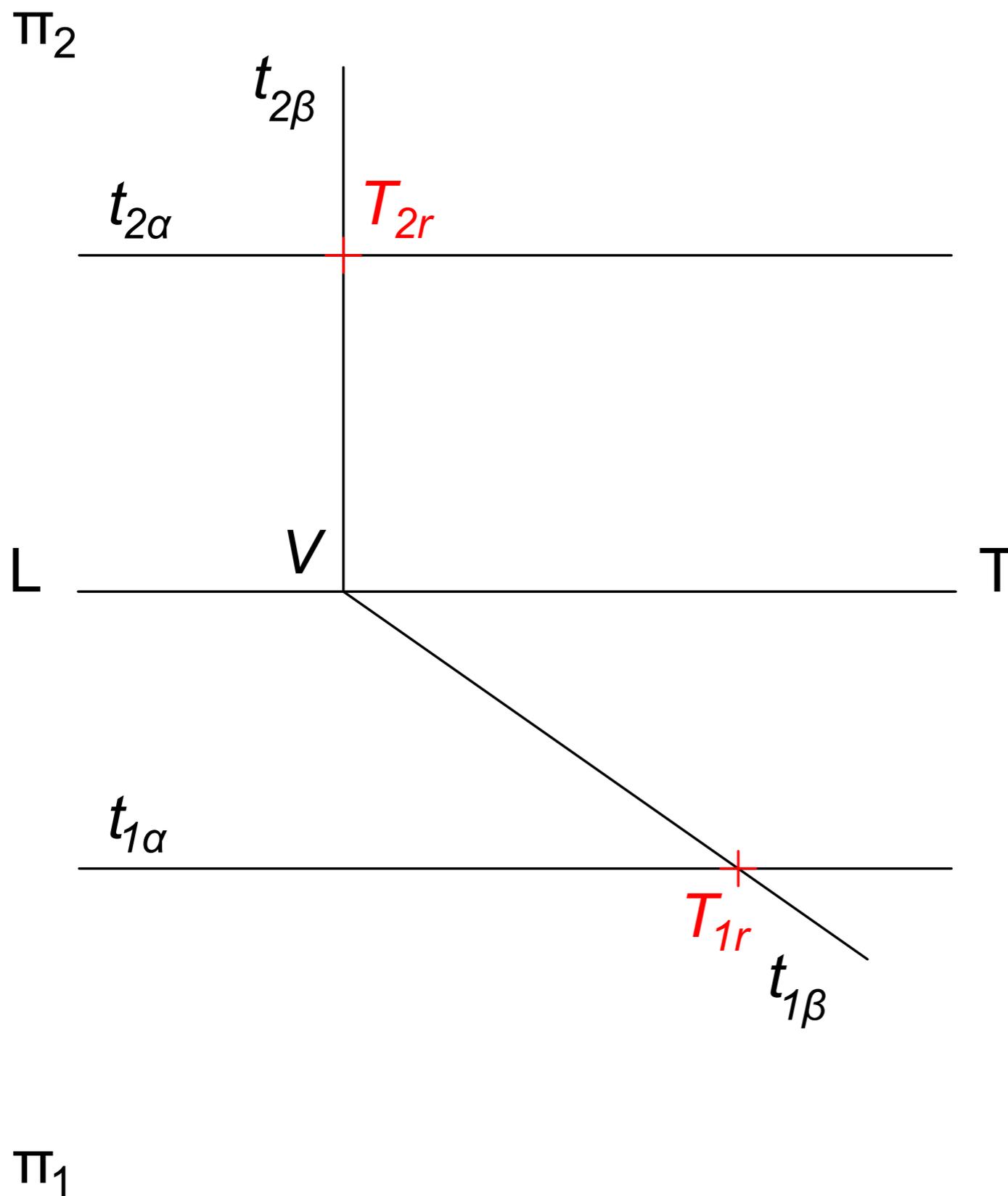
Analisi delle tracce dei piani:

- $t_{1\alpha} // \pi_2$ e $t_{2\alpha} // \pi_1 \implies \alpha // LT$
- $t_{1\beta} \angle \pi_2$ e $t_{2\beta} \perp \pi_1 \implies \beta \perp \pi_1 \angle \pi_2$

Il piano α è proiettante in III

Il piano β è proiettante in I





Date le tracce di due piani α e β
determinare la retta $\{r\} = \alpha \cap \beta$

Analisi delle tracce dei piani:

- $t_{1\alpha} // \pi_2$ e $t_{2\alpha} // \pi_1 \implies \alpha // LT$
- $t_{1\beta} \angle \pi_2$ e $t_{2\beta} \perp \pi_1 \implies \beta \perp \pi_1 \angle \pi_2$

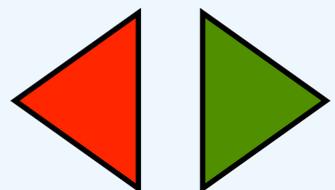
Il piano α è proiettante in III

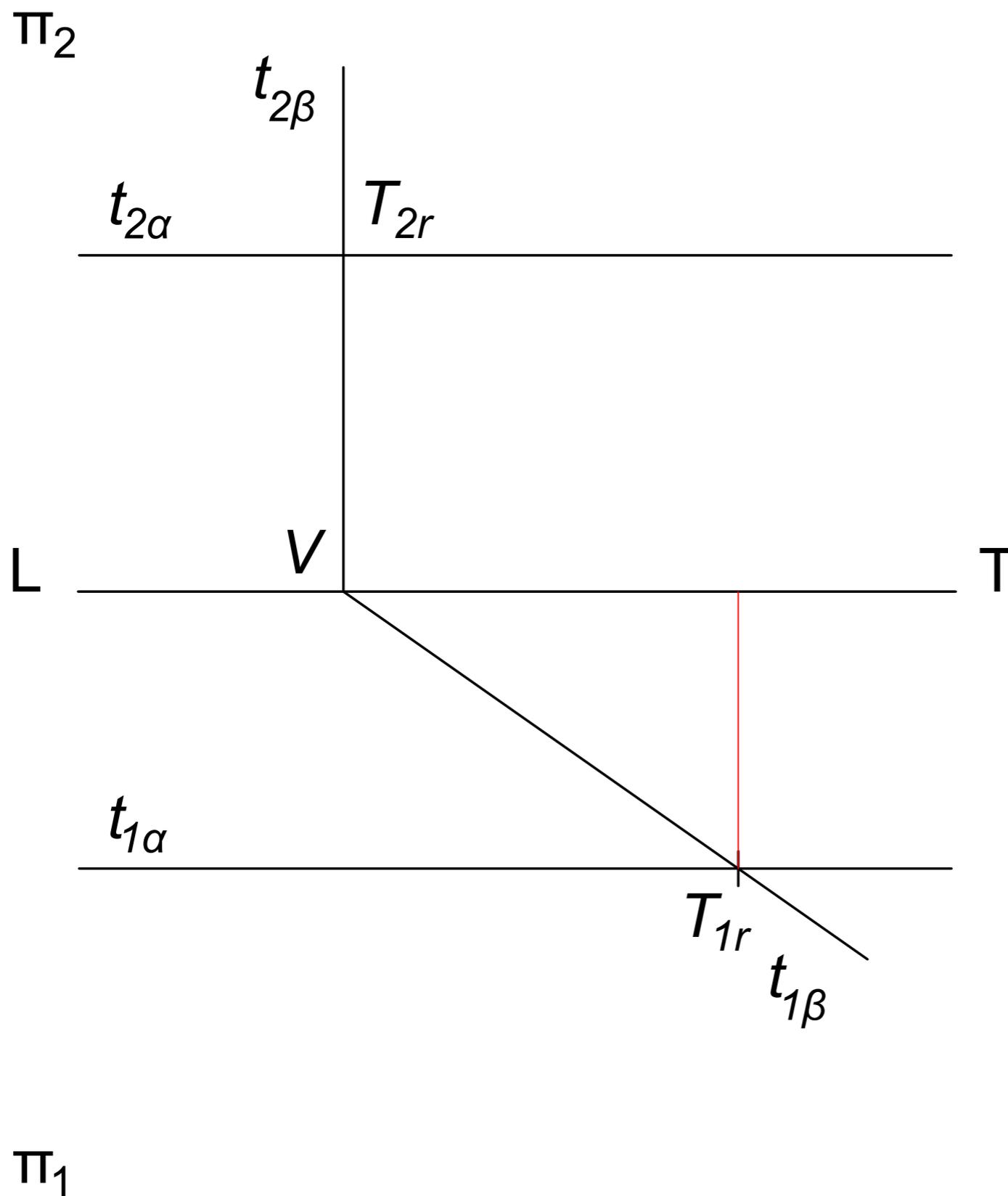
Il piano β è proiettante in I

Ricerca delle tracce della retta

T_{1r} è determinata su π_1
dall'intersezione delle tracce $t_{1\alpha}$ e $t_{1\beta}$

T_{2r} è determinata su π_2
dall'intersezione delle tracce $t_{2\alpha}$ e $t_{2\beta}$





Date le tracce di due piani α e β
determinare la retta $\{r\} = \alpha \cap \beta$

Analisi delle tracce dei piani:

- $t_{1\alpha} // \pi_2$ e $t_{2\alpha} // \pi_1 \implies \alpha // LT$

- $t_{1\beta} \angle \pi_2$ e $t_{2\beta} \perp \pi_1 \implies \beta \perp \pi_1 \angle \pi_2$

Il piano α è proiettante in III

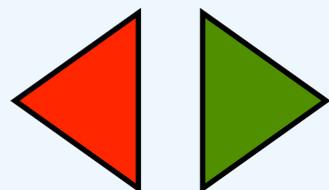
Il piano β è proiettante in I

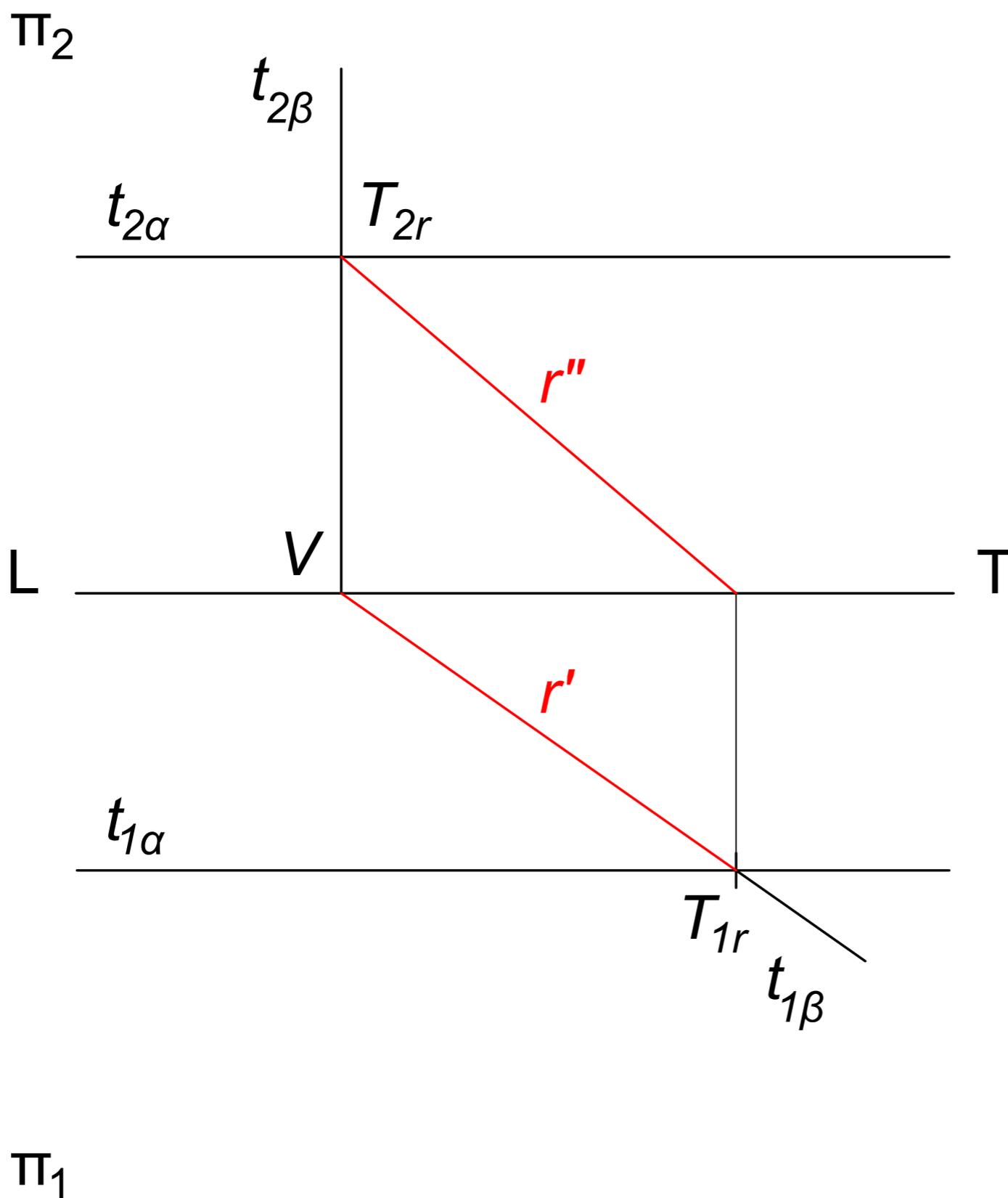
Ricerca delle tracce della retta

T_{1r} è determinata su π_1
dall'intersezione delle tracce $t_{1\alpha}$ e $t_{1\beta}$

T_{2r} è determinata su π_2
dall'intersezione delle tracce $t_{2\alpha}$ e $t_{2\beta}$

Proiettare T_{1r} su π_2 e T_{2r} su π_1 . In
quest'ultimo caso la proiezione
coincide con la traccia $t_{2\beta}$





Date le tracce di due piani α e β determinare la retta $\{r\} = \alpha \cap \beta$

Analisi delle tracce dei piani:

- $t_{1\alpha} // \pi_2$ e $t_{2\alpha} // \pi_1 \implies \alpha // LT$
- $t_{1\beta} \angle \pi_2$ e $t_{2\beta} \perp \pi_1 \implies \beta \perp \pi_1 \angle \pi_2$

Il piano α è proiettante in III

Il piano β è proiettante in I

Ricerca delle tracce della retta

T_{1r} è determinata su π_1 dall'intersezione delle tracce $t_{1\alpha}$ e $t_{1\beta}$

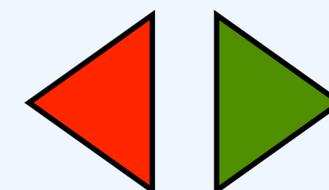
T_{2r} è determinata su π_2 dall'intersezione delle tracce $t_{2\alpha}$ e $t_{2\beta}$

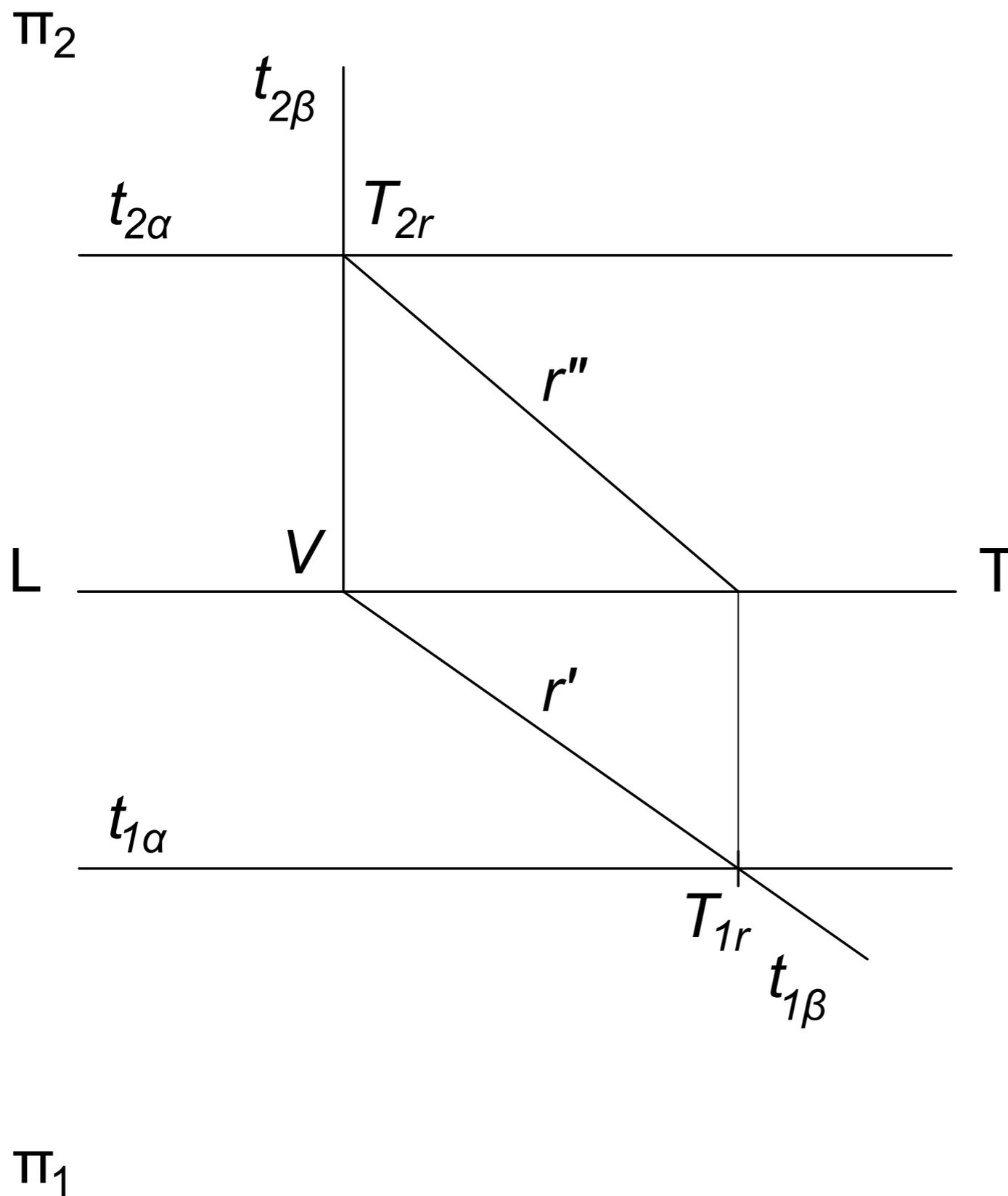
Proiettare T_{1r} su π_2 e T_{2r} su π_1 . In quest'ultimo caso la proiezione coincide con la traccia $t_{2\beta}$

Ricerca delle immagini della retta

In π_1 , poiché il piano β è proiettante in I, risulta che l'immagine r' della retta è coincidente con $t_{1\beta}$ e passante per T_{1r}

In π_2 l'immagine r'' della retta passa per T_{2r} e si congiunge alla proiezione di T_{1r} su π_2 .





Date le tracce di due piani α e β
determinare la retta $\{r\} = \alpha \cap \beta$

Analisi delle tracce dei piani:

- $t_{1\alpha} // \pi_2$ e $t_{2\alpha} // \pi_1 \implies \alpha // LT$
- $t_{1\beta} \angle \pi_2$ e $t_{2\beta} \perp \pi_1 \implies \beta \perp \pi_1 \angle \pi_2$

Il piano α è proiettante in III

Il piano β è proiettante in I

Ricerca delle tracce della retta

T_{1r} è determinata su π_1
dall'intersezione delle tracce $t_{1\alpha}$ e $t_{1\beta}$

T_{2r} è determinata su π_2
dall'intersezione delle tracce $t_{2\alpha}$ e $t_{2\beta}$

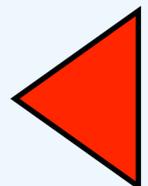
Proiettare T_{1r} su π_2 e T_{2r} su π_1 . In
quest'ultimo caso la proiezione
coincide con la traccia $t_{2\beta}$

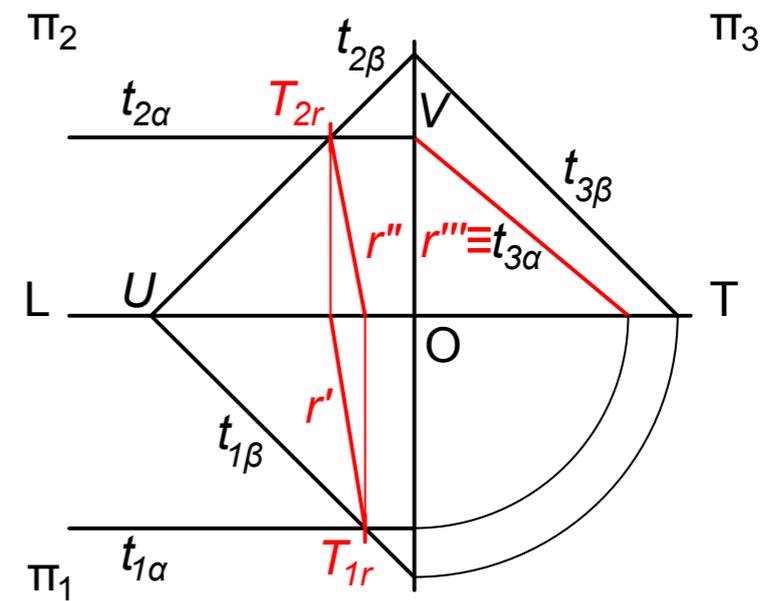
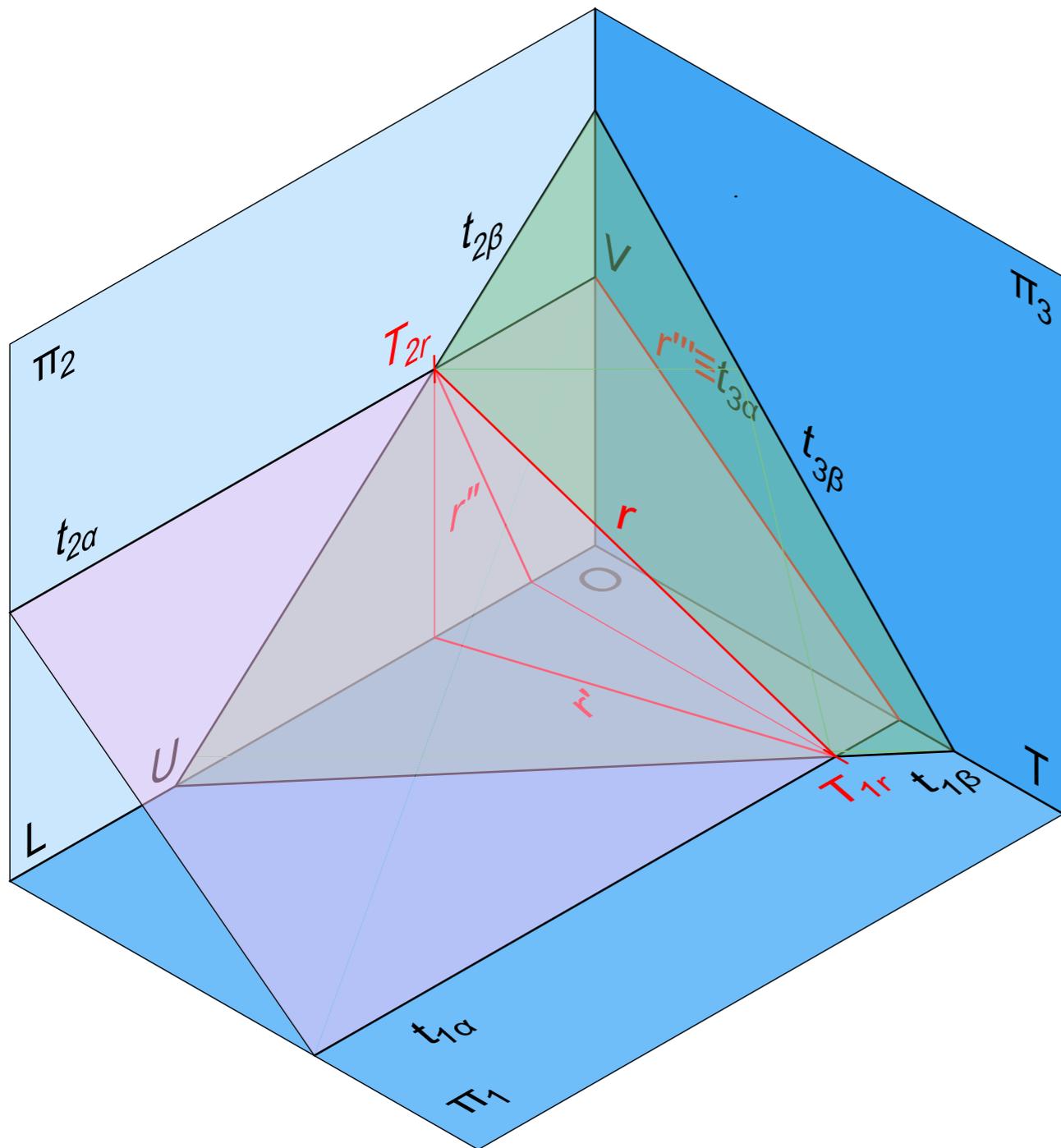
**Ricerca delle immagini della
retta**

In π_1 , poiché il piano β è proiettante in
I, risulta che l'immagine r' della retta è
coincidente con $t_{1\beta}$ e passante per T_{1r}

In π_2 l'immagine r'' della retta passa per
 T_{2r} e si congiunge alla proiezione di T_{1r}
su π_2

La retta $\{r\} = \alpha \cap \beta$ è così determinata

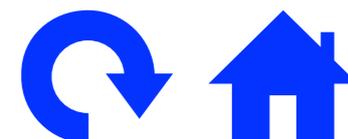


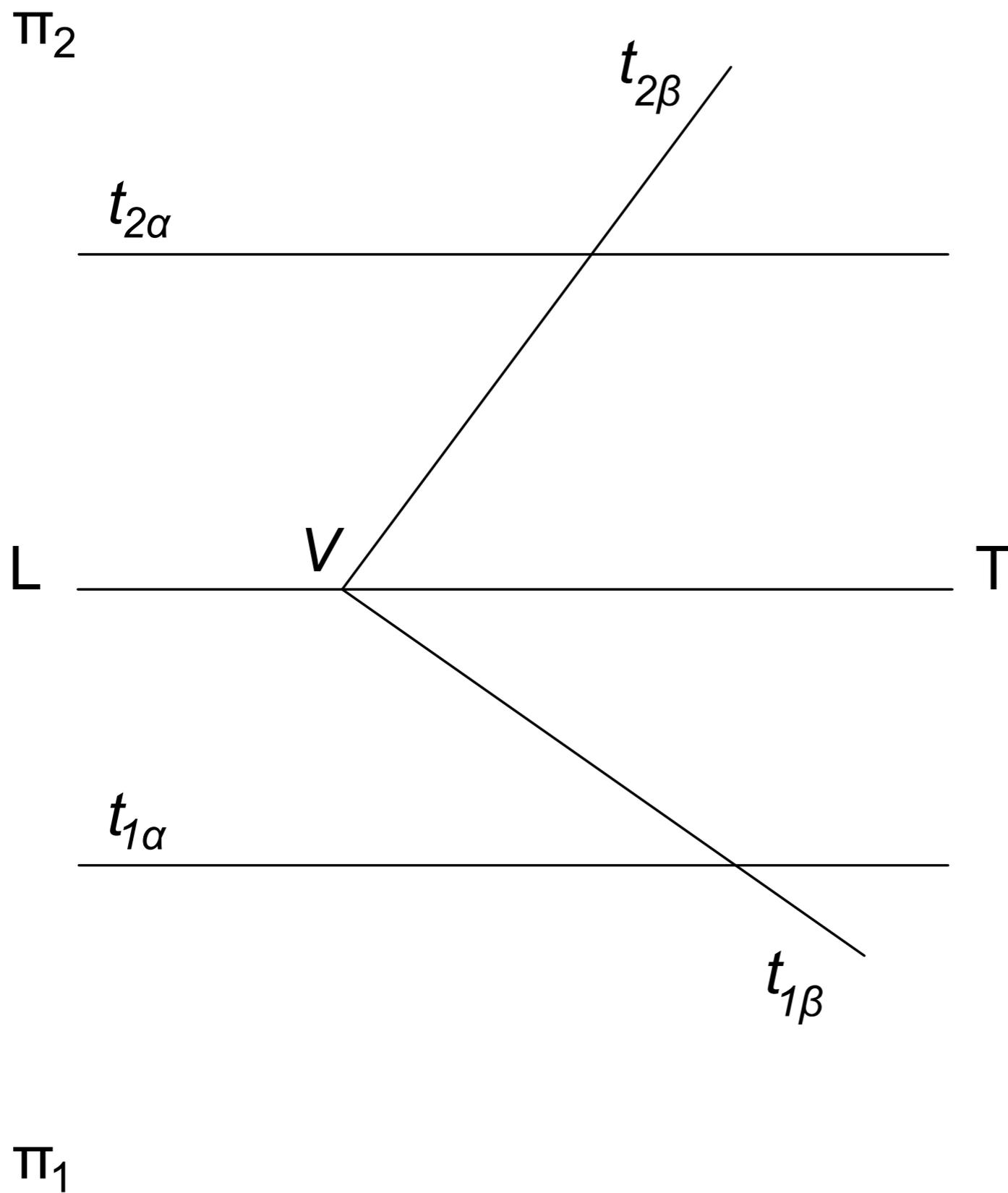


ESERCIZIO GUIDATO

Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
---------------------	---------------------	---------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	------------------	-----------------------	-------------------

Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
---------------------	---------------------	---------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	------------------	-----------------------	-------------------





Date le tracce di due piani α e β
determinare la retta $\{r\} = \alpha \cap \beta$

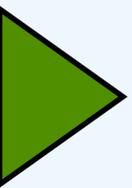
Analisi delle tracce dei piani:

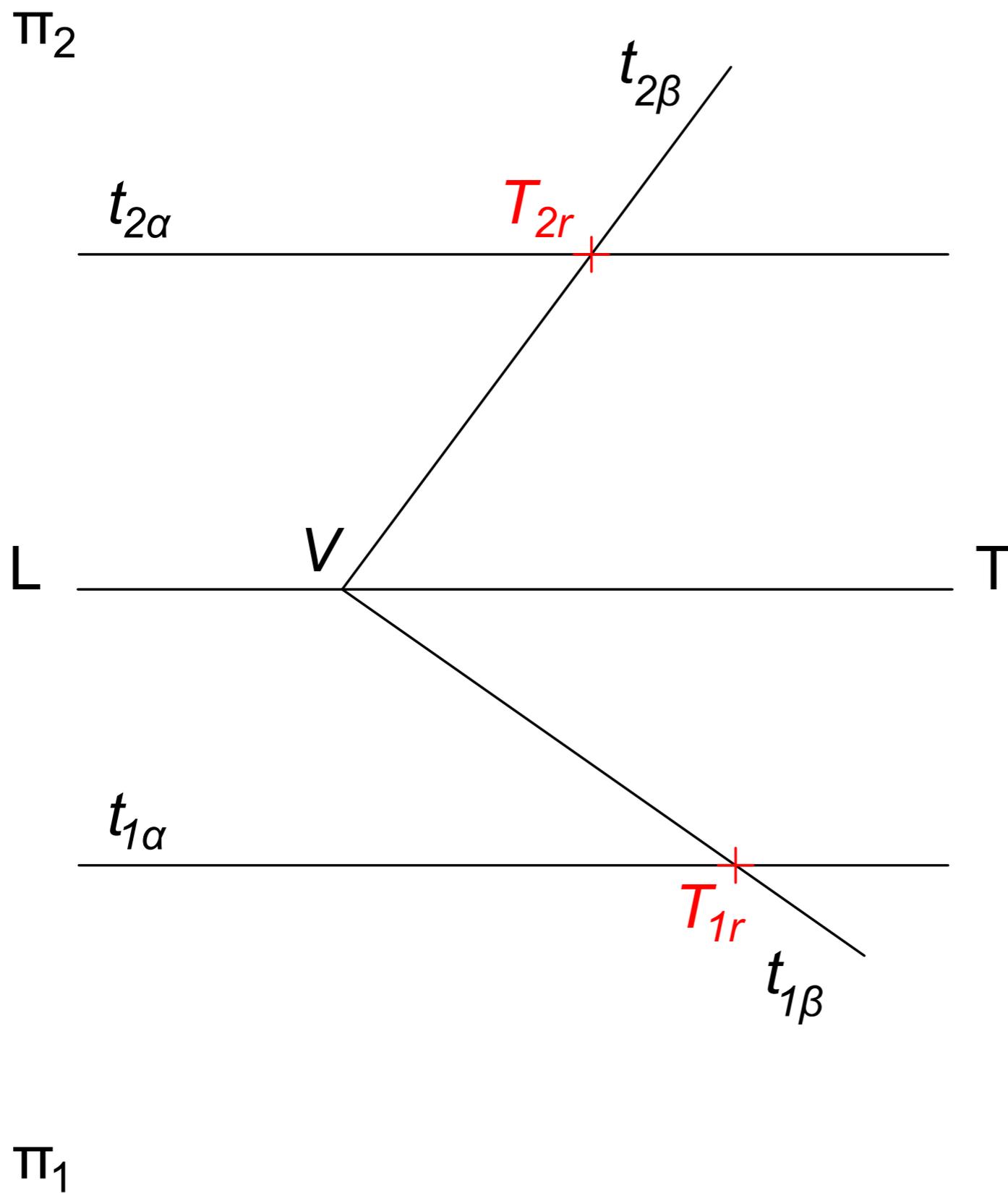
- $t_{1\alpha} // \pi_2$ e $t_{2\alpha} // \pi_1 \implies \alpha // LT$

- $t_{1\beta}$ e $t_{2\beta}$ sghembe $\implies \beta$ generico

Il piano α è proiettante in III

Il piano β non è proiettante





Date le tracce di due piani α e β
determinare la retta $\{r\} = \alpha \cap \beta$

Analisi delle tracce dei piani:

- $t_{1\alpha} // \pi_2$ e $t_{2\alpha} // \pi_1 \implies \alpha // LT$

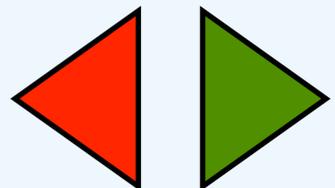
- $t_{1\beta}$ e $t_{2\beta}$ sghembe $\implies \beta$ generico

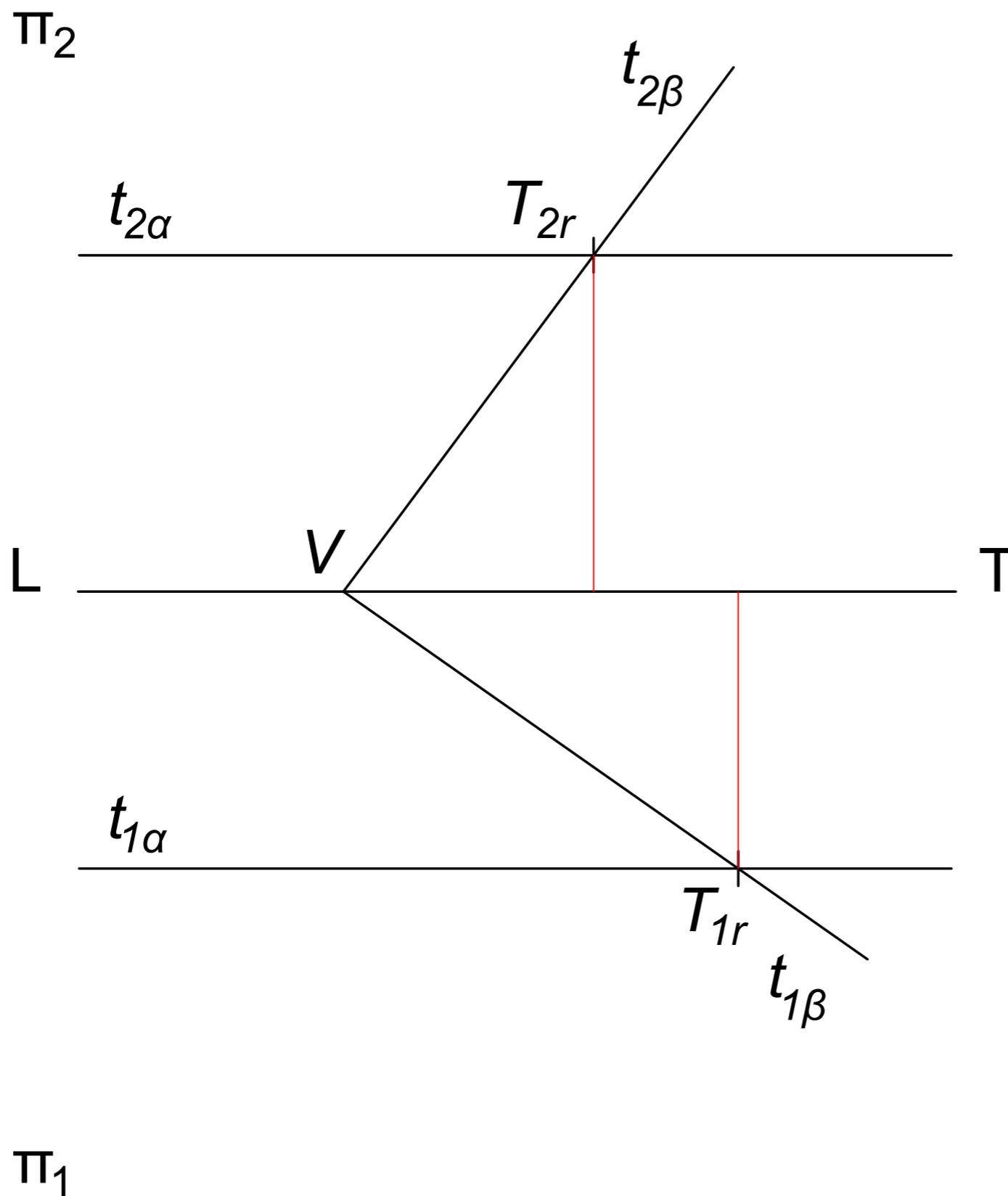
Il piano α è proiettante in III

Il piano β non è proiettante

Ricerca delle tracce della retta

In π_1 le tracce $t_{1\alpha}$ e $t_{1\beta}$ si intersecano
così individuano T_{1r} . Allo stesso modo
in π_2 le tracce $t_{2\alpha}$ e $t_{2\beta}$ si intersecano
in T_{2r} .





Date le tracce di due piani α e β
determinare la retta $\{r\} = \alpha \cap \beta$

Analisi delle tracce dei piani:

- $t_{1\alpha} // \pi_2$ e $t_{2\alpha} // \pi_1 \implies \alpha // LT$

- $t_{1\beta}$ e $t_{2\beta}$ sghembe $\implies \beta$ generico

Il piano α è proiettante in III

Il piano β non è proiettante

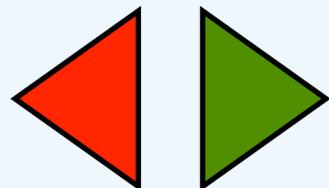
Ricerca delle tracce della retta

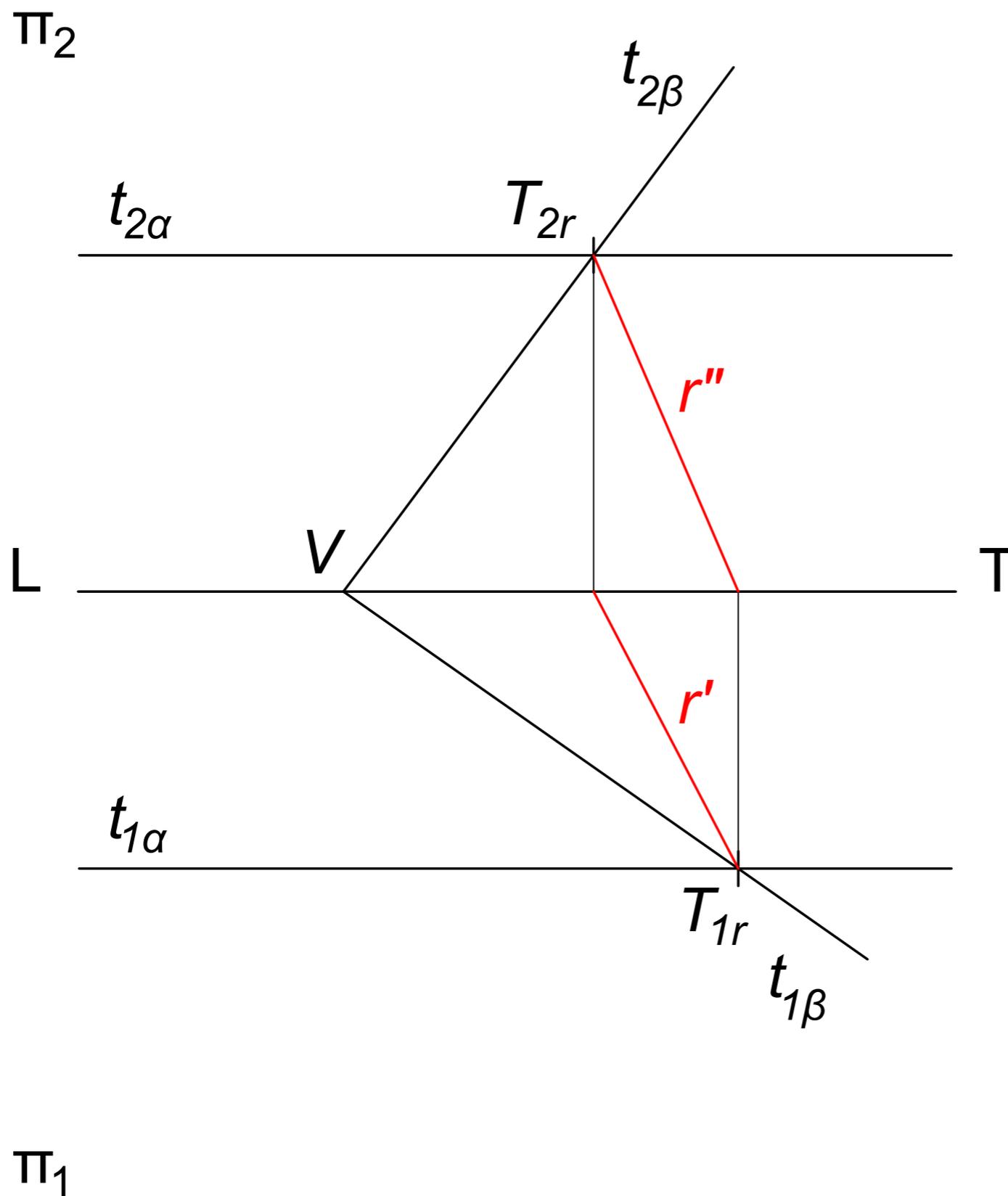
In π_1 le tracce $t_{1\alpha}$ e $t_{1\beta}$ si intersecano così individuano T_{1r} . Allo stesso modo in π_2 le tracce $t_{2\alpha}$ e $t_{2\beta}$ si intersecano in T_{2r} .

Ricerca delle immagini della retta

Proiettare T_{1r} su π_2 .

Proiettare T_{2r} su π_1 .





Date le tracce di due piani α e β
determinare la retta $\{r\} = \alpha \cap \beta$

Analisi delle tracce dei piani:

- $t_{1\alpha} // \pi_2$ e $t_{2\alpha} // \pi_1 \implies \alpha // LT$

- $t_{1\beta}$ e $t_{2\beta}$ sghembe $\implies \beta$ generico

Il piano α è proiettante in III

Il piano β non è proiettante

Ricerca delle tracce della retta

In π_1 le tracce $t_{1\alpha}$ e $t_{1\beta}$ si intersecano così individuano T_{1r} . Allo stesso modo in π_2 le tracce $t_{2\alpha}$ e $t_{2\beta}$ si intersecano in T_{2r} .

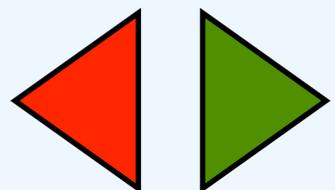
Ricerca delle immagini della retta

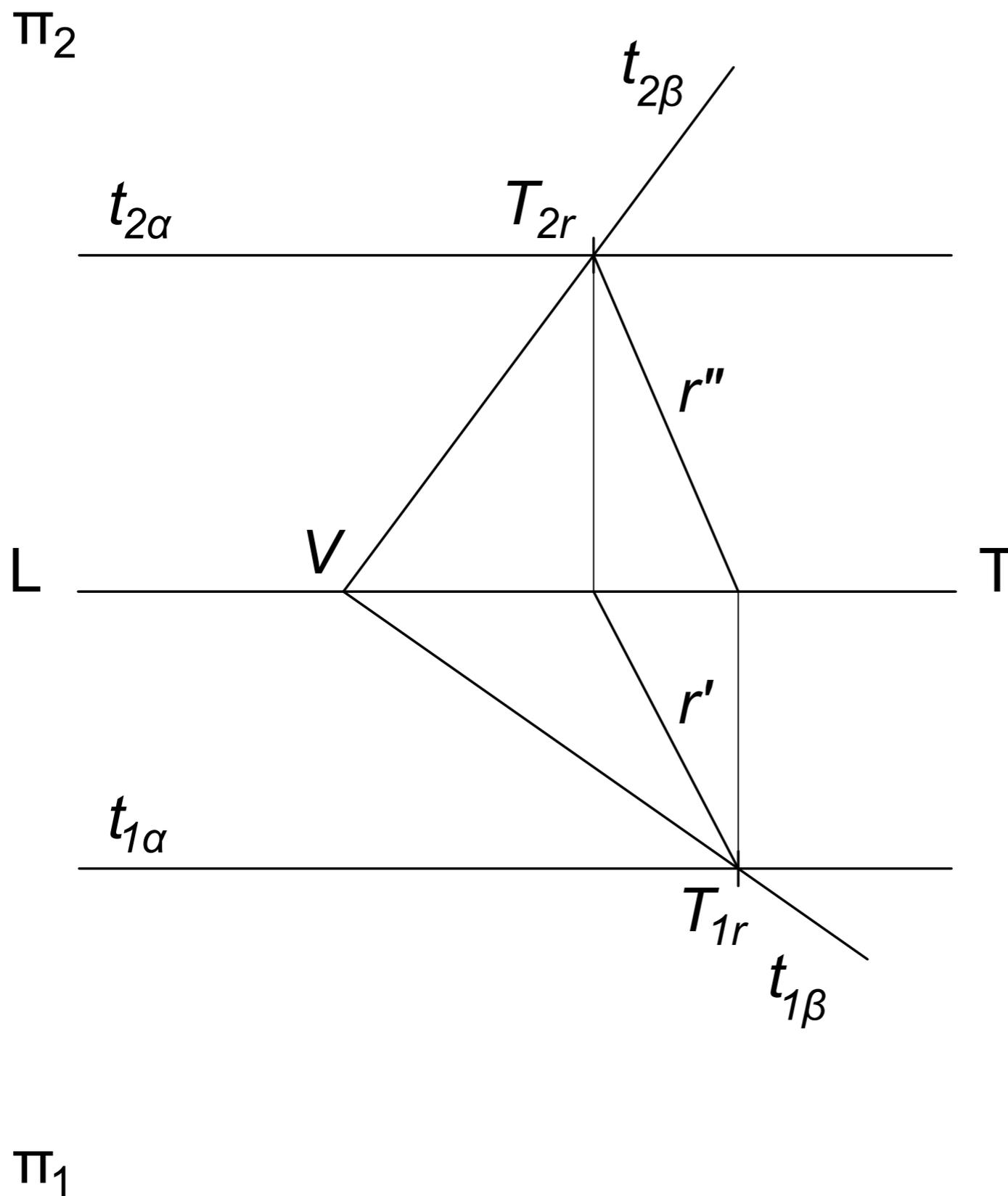
Proiettare T_{1r} su π_2 .

Proiettare T_{2r} su π_1 .

Congiungendo la proiezione di T_{1r} su π_2 con T_{2r} si determina r'' immagine seconda della retta cercata.

Allo stesso modo la congiungente della proiezione di T_{2r} su π_1 con T_{1r} determina r' immagine prima della retta cercata.





Date le tracce di due piani α e β
determinare la retta $\{r\} = \alpha \cap \beta$

Analisi delle tracce dei piani:

- $t_{1\alpha} // \pi_2$ e $t_{2\alpha} // \pi_1 \implies \alpha // LT$

- $t_{1\beta}$ e $t_{2\beta}$ sghembe $\implies \beta$ generico

Il piano α è proiettante in III

Il piano β non è proiettante

Ricerca delle tracce della retta

In π_1 le tracce $t_{1\alpha}$ e $t_{1\beta}$ si intersecano così individuano T_{1r} . Allo stesso modo in π_2 le tracce $t_{2\alpha}$ e $t_{2\beta}$ si intersecano in T_{2r} .

Ricerca delle immagini della retta

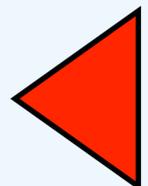
Proiettare T_{1r} su π_2 .

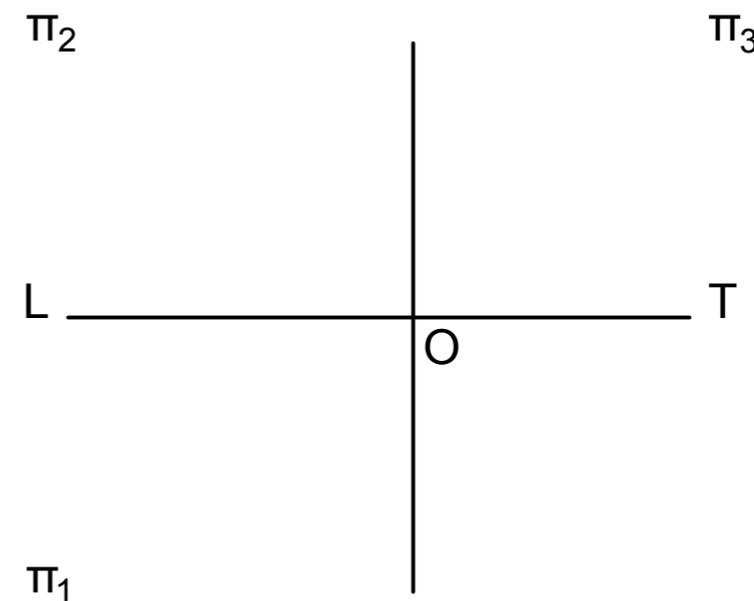
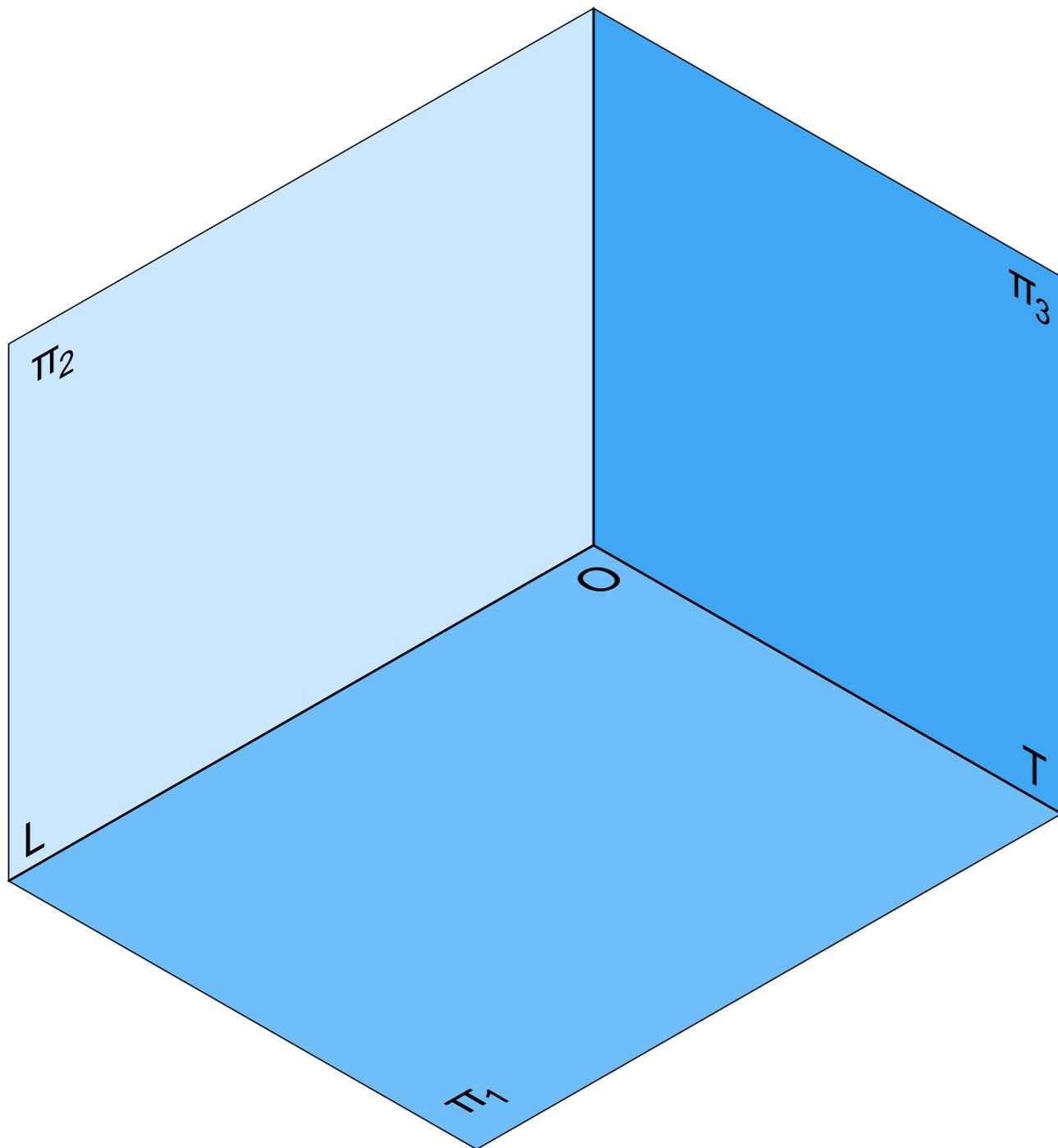
Proiettare T_{2r} su π_1 .

Congiungendo la proiezione di T_{1r} su π_2 con T_{2r} si determina r'' immagine seconda della retta cercata.

Allo stesso modo la congiungente della proiezione di T_{2r} su π_1 con T_{1r} determina r' immagine prima della retta cercata.

La retta $\{r\} = \alpha \cap \beta$ è così determinata



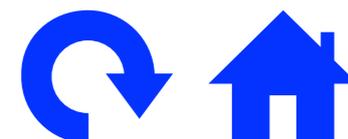


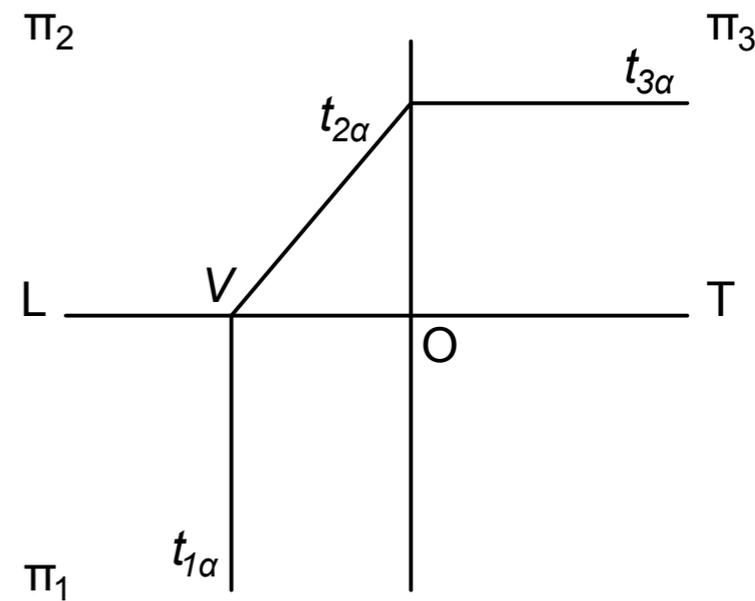
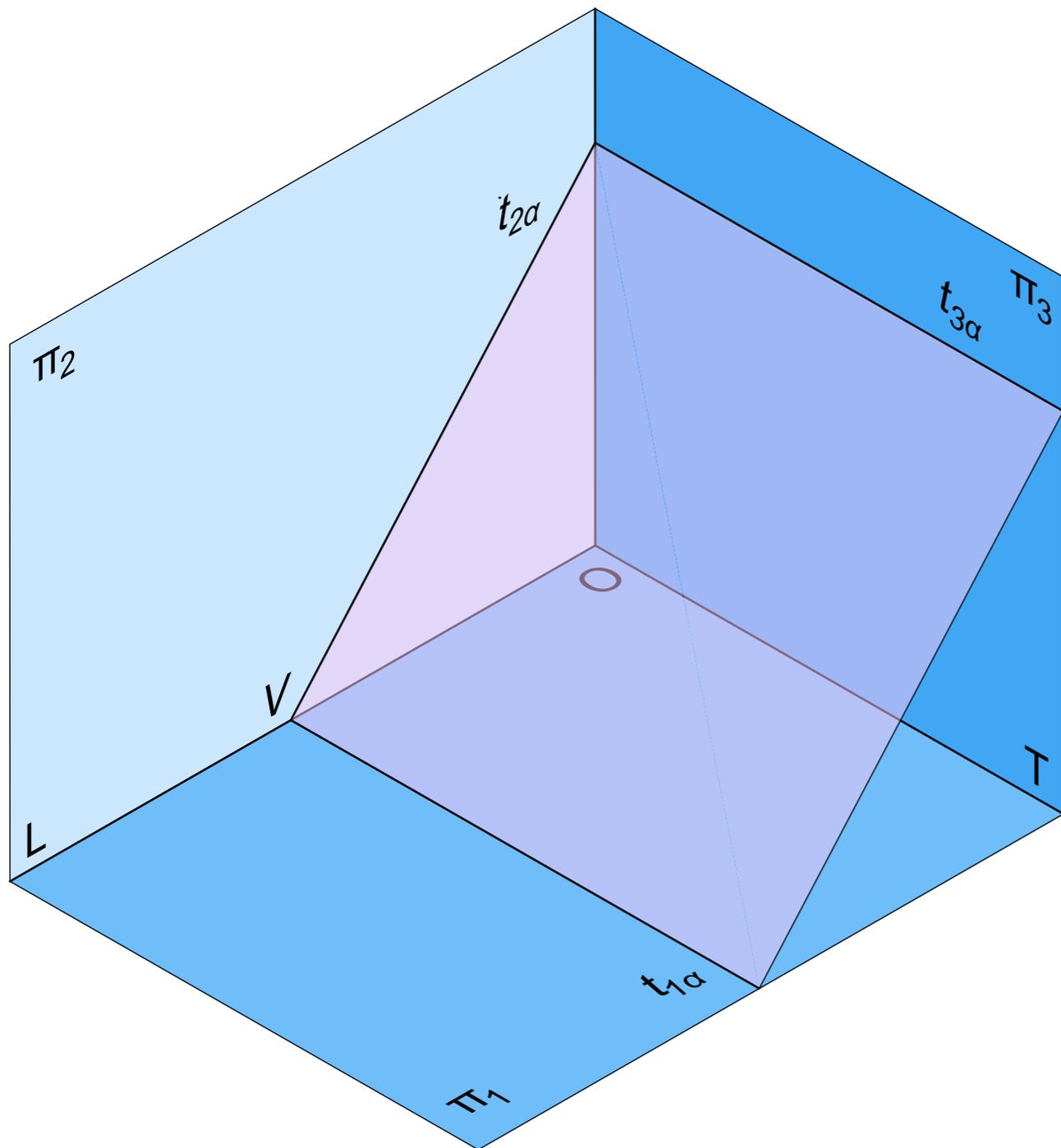
Condizione

$$r \cap \alpha = \{P\} \rightarrow \exists \beta \mid \begin{cases} r \in \beta; \\ \alpha \cap \beta = \{s\}; \\ r \cap s = \{P\}. \end{cases}$$

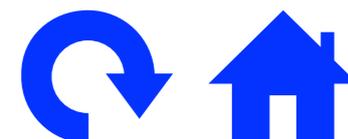
Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
----------------------------	----------------------------	----------------------------	--	--	-----------------------	----------------------------	--------------------------

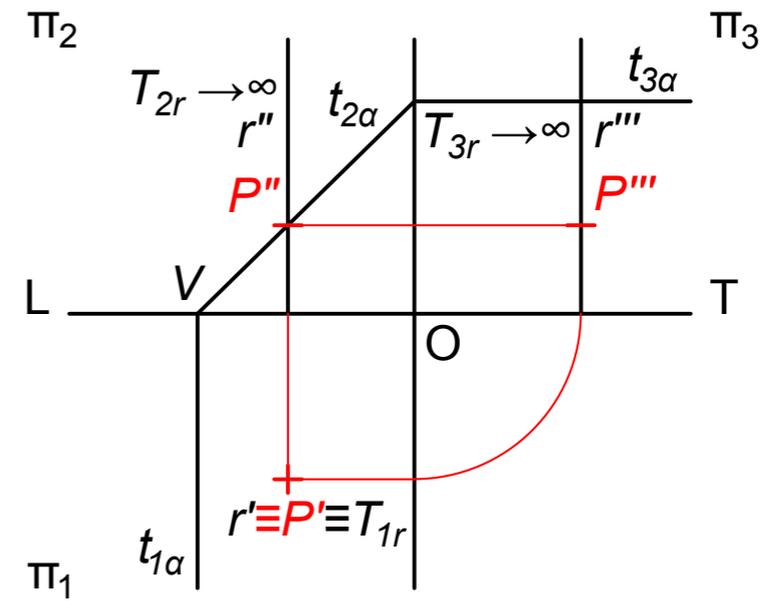
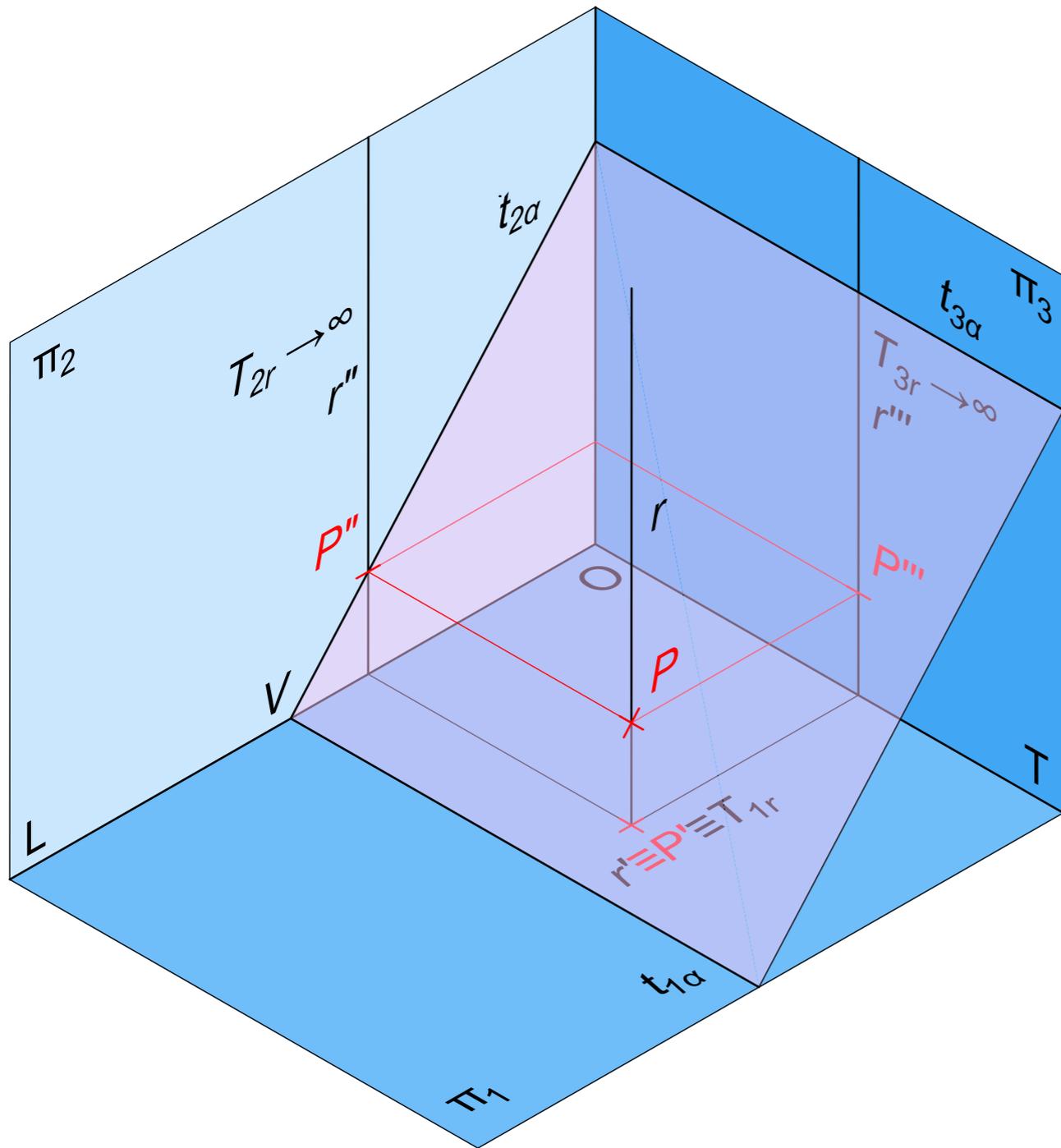
Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta //LT ($\perp \pi_3$)	Retta // $\pi_1 \angle \pi_2$	Retta // $\pi_2 \angle \pi_1$	Retta // $\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica
-------------------------------	-------------------------------	--	---	---	---	----------------------------	--------------------------





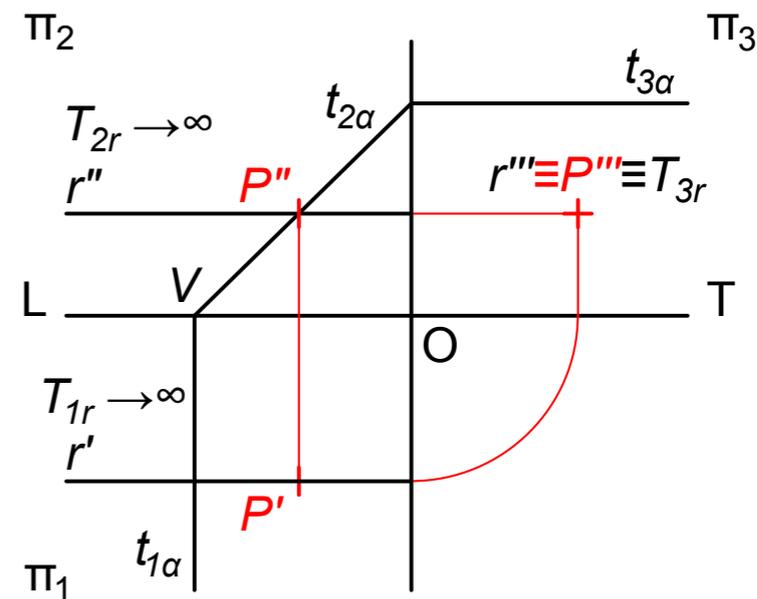
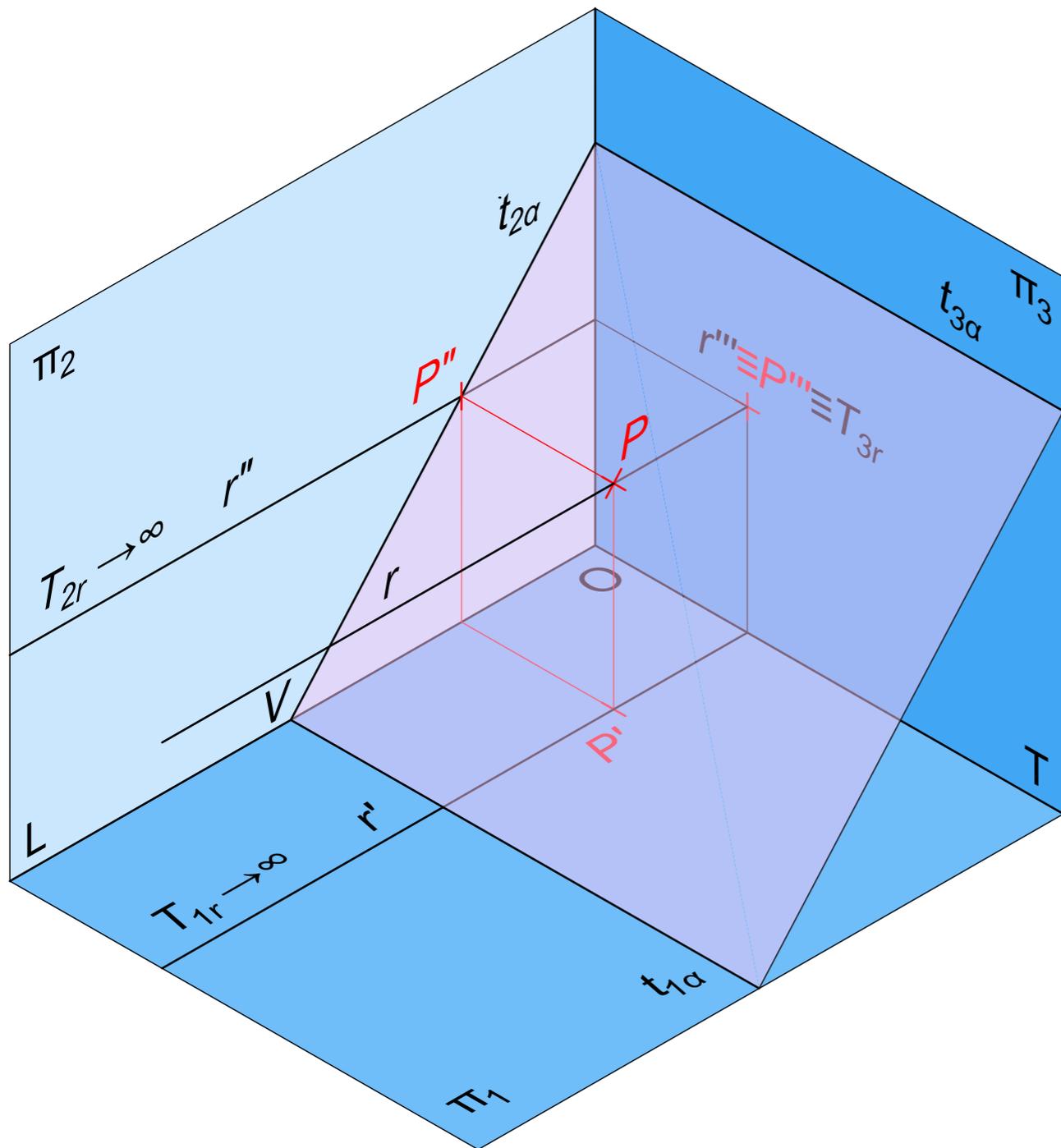
Piano $// \pi_1$	Piano $// \pi_2$	Piano $// \pi_3$	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano $// LT$	Piano uscente LT	Piano generico
Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta $// LT (\perp \pi_3)$	Retta $// \pi_1 \angle \pi_2$	Retta $// \pi_2 \angle \pi_1$	Retta $// \pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica



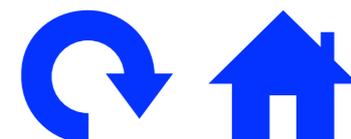


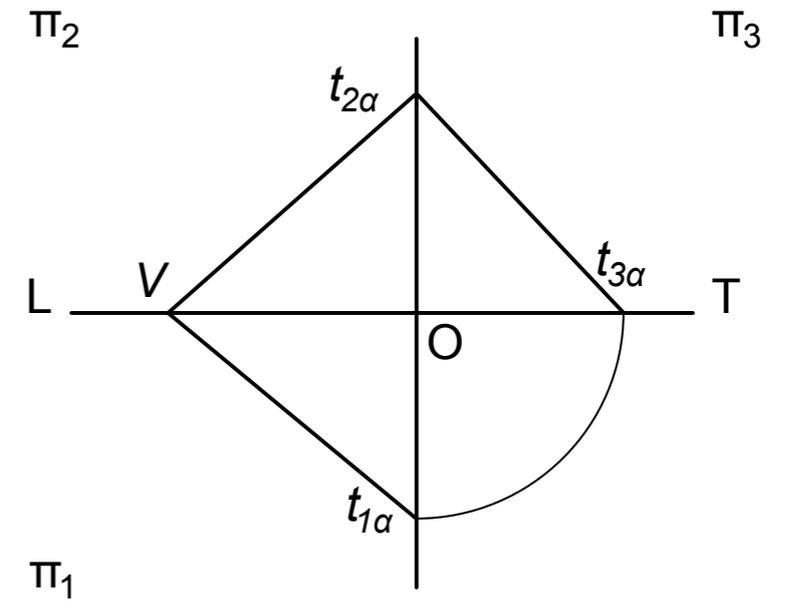
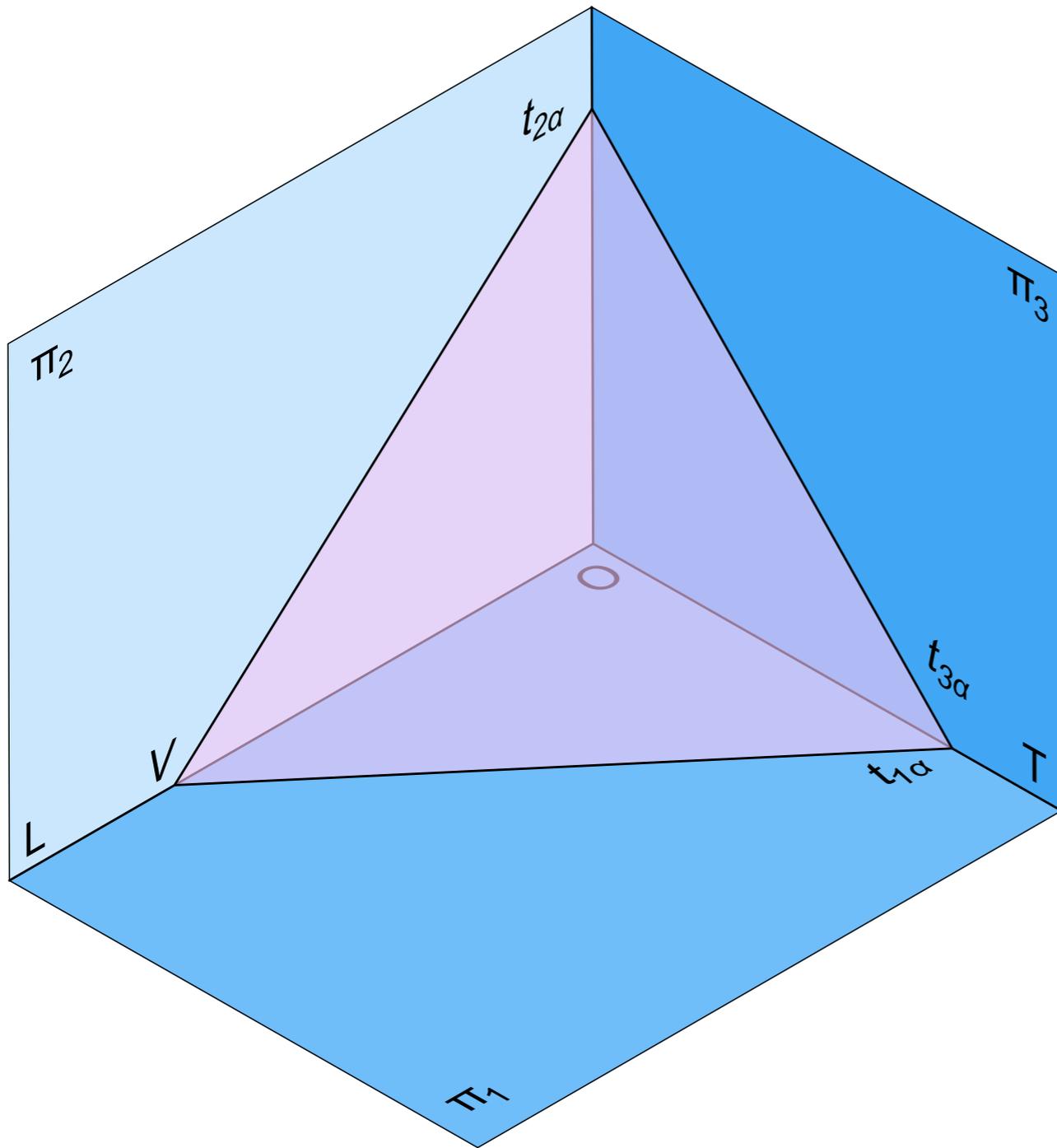
Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta //LT ($\perp \pi_3$)	Retta // $\pi_1 \angle \pi_2$	Retta // $\pi_2 \angle \pi_1$	Retta // $\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica





Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta //LT ($\perp \pi_3$)	Retta // $\pi_1 \angle \pi_2$	Retta // $\pi_2 \angle \pi_1$	Retta // $\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica

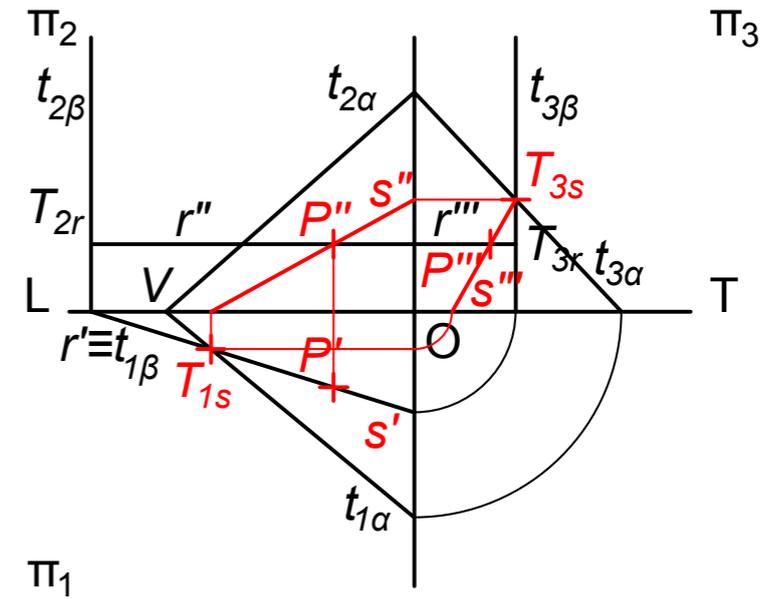
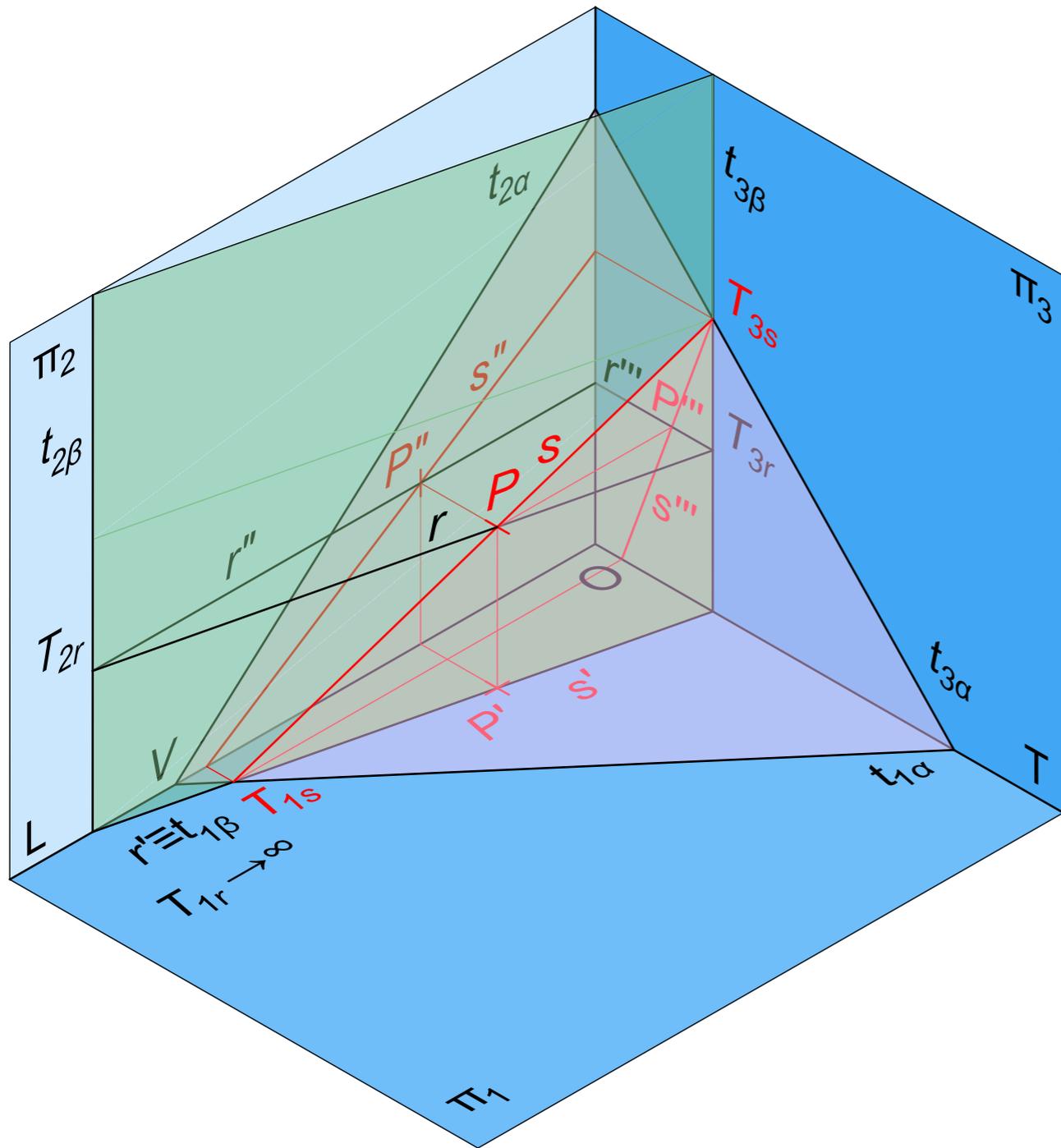




Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
----------------------------	----------------------------	----------------------------	--	--	-----------------------	----------------------------	--------------------------

Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta //LT ($\perp \pi_3$)	Retta // $\pi_1 \angle \pi_2$	Retta // $\pi_2 \angle \pi_1$	Retta // $\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica
-------------------------------	-------------------------------	--	---	---	---	----------------------------	--------------------------





Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta // LT ($\perp \pi_3$)	Retta // $\pi_1 \angle \pi_2$	Retta // $\pi_2 \angle \pi_1$	Retta // $\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica



Parallelismo

Unità di Apprendimento 9

Retta-retta

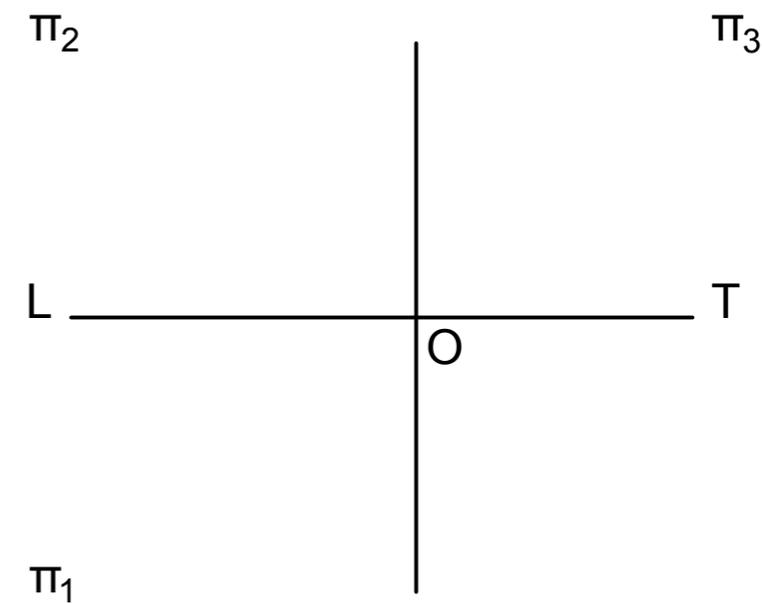
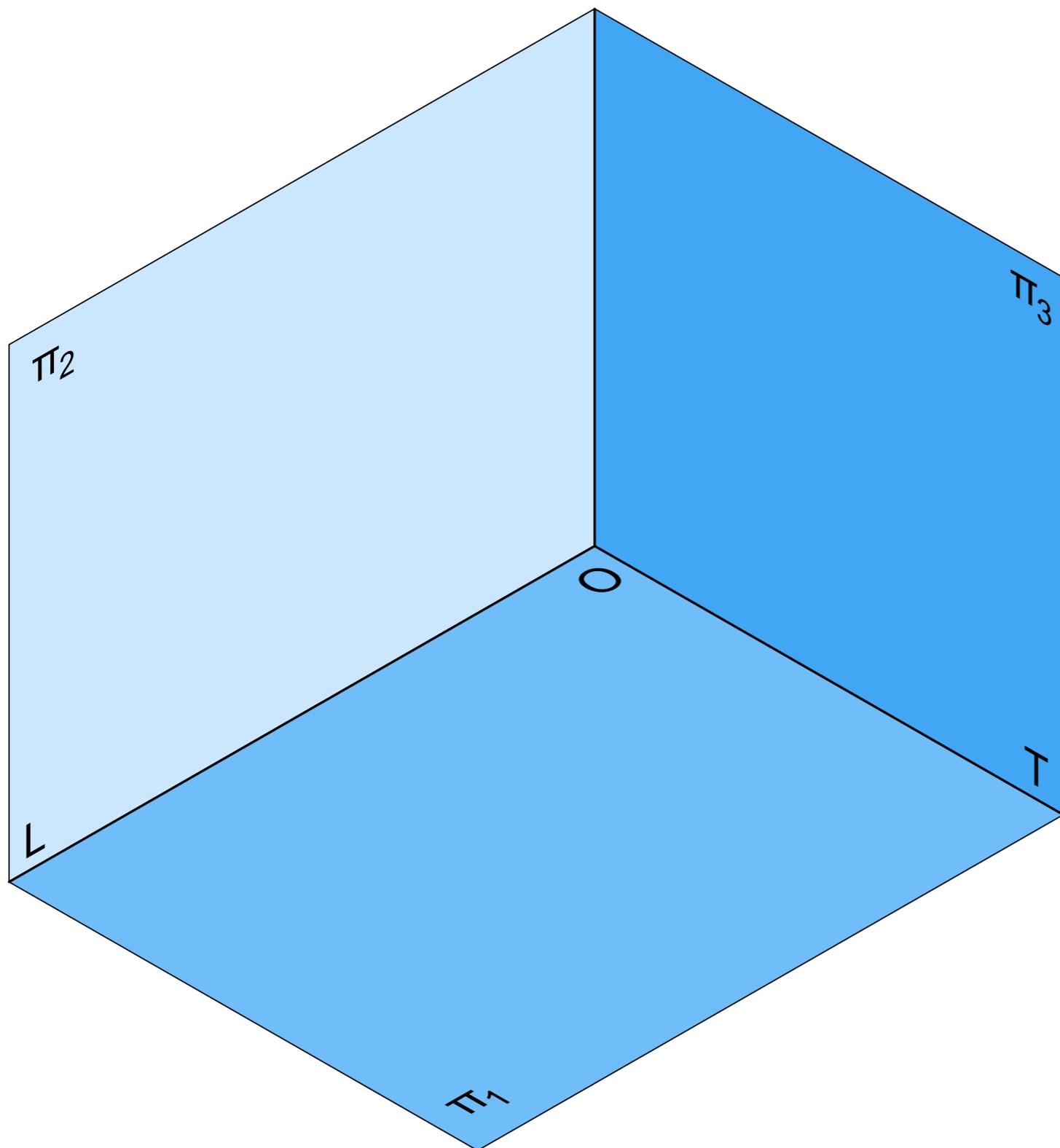


Piano-piano



Retta-piano

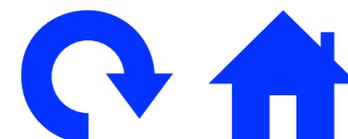


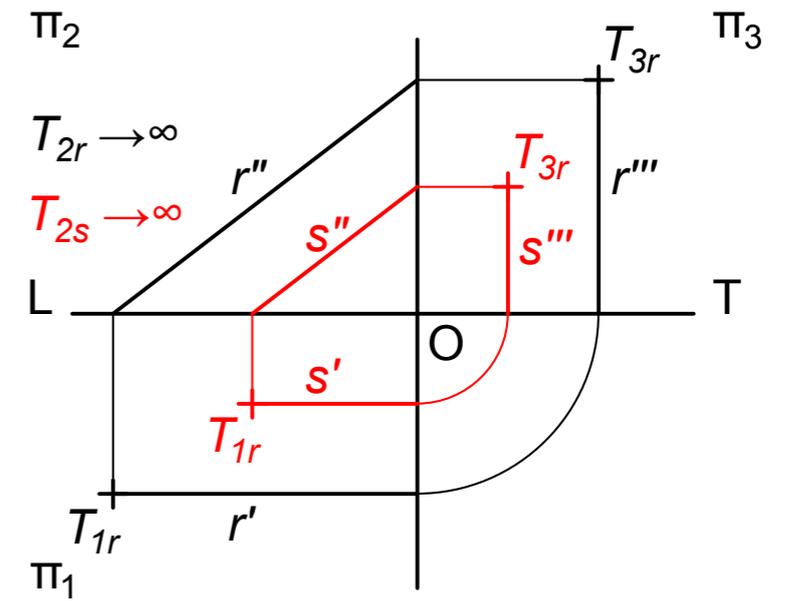
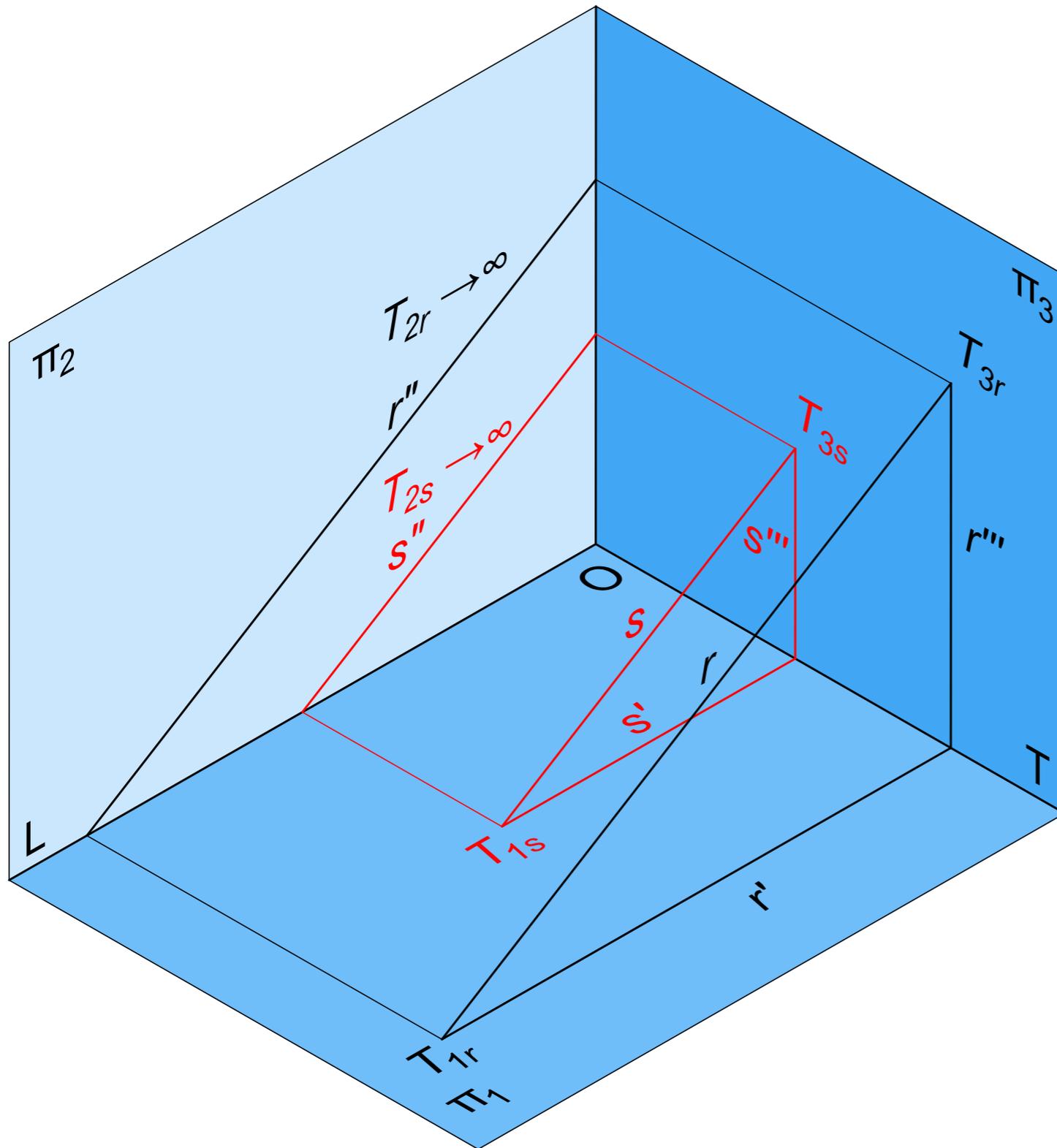


Condizione

$$r//s \leftrightarrow r'//s'; r''//s''; r'''//s'''$$

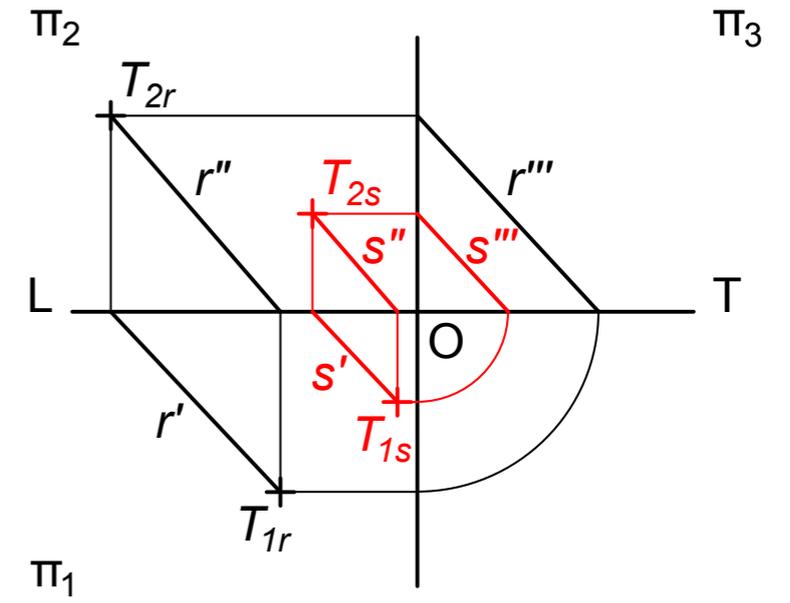
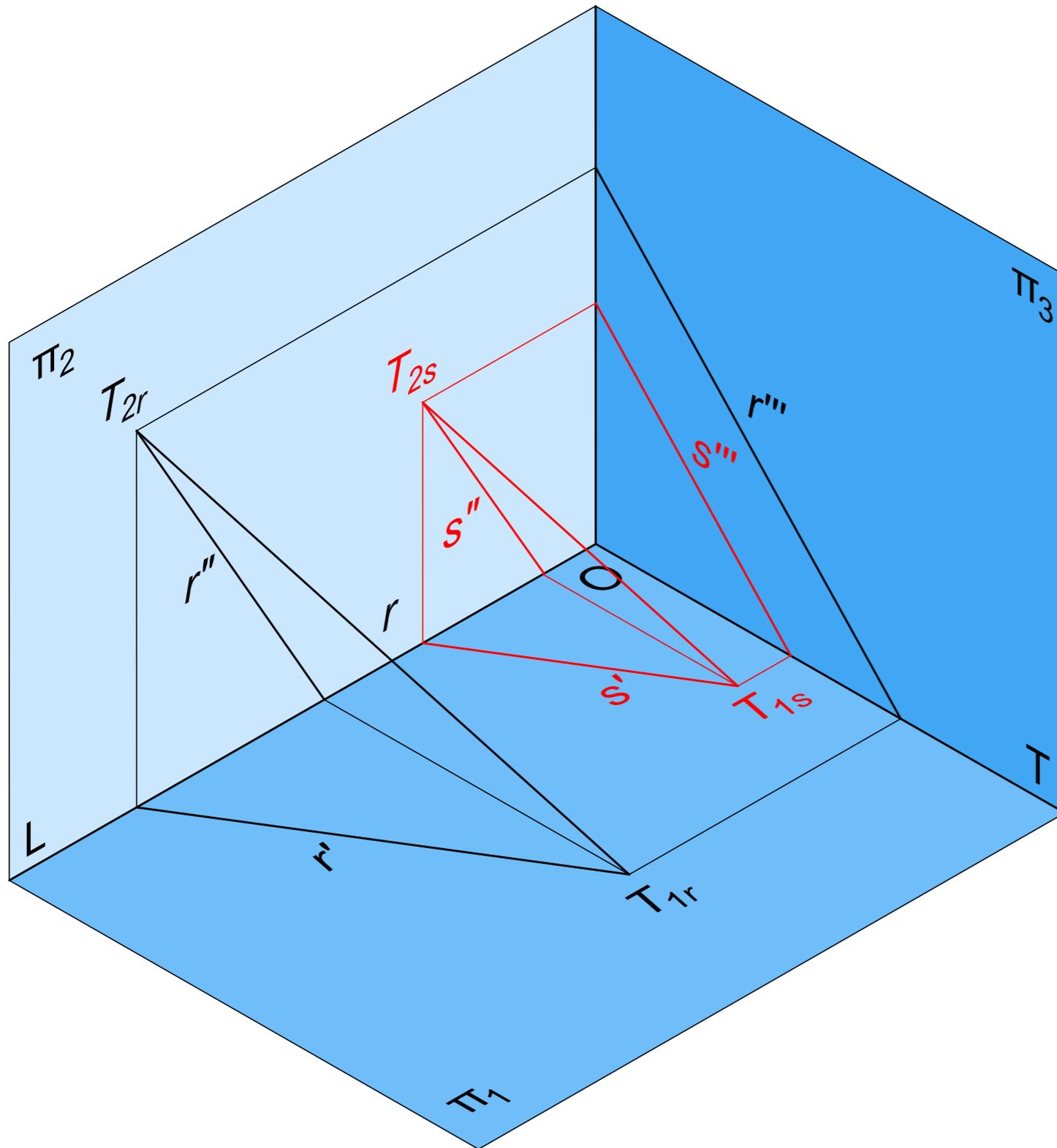
Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta $//LT (\perp \pi_3)$	Retta $//\pi_1 \angle \pi_2$	Retta $//\pi_2 \angle \pi_1$	Retta $//\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica
-------------------------------	-------------------------------	--------------------------------------	--	--	--	-----------------------------------	--------------------------





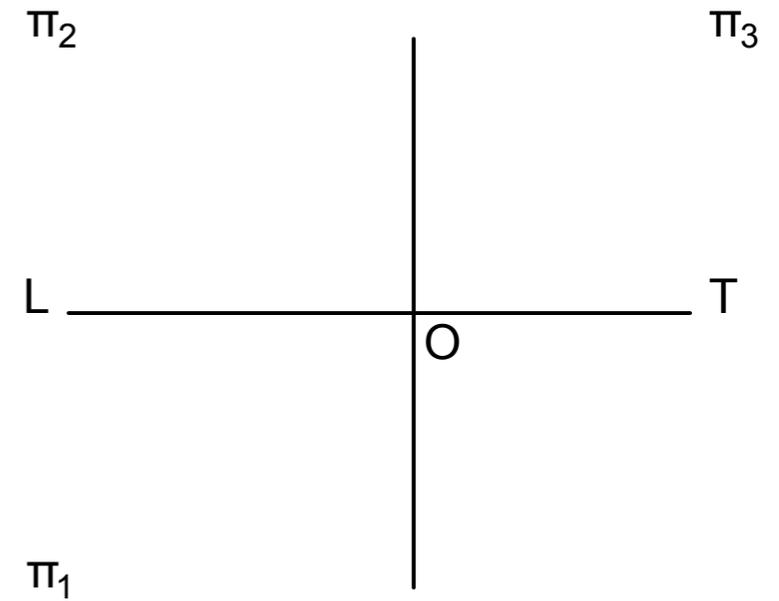
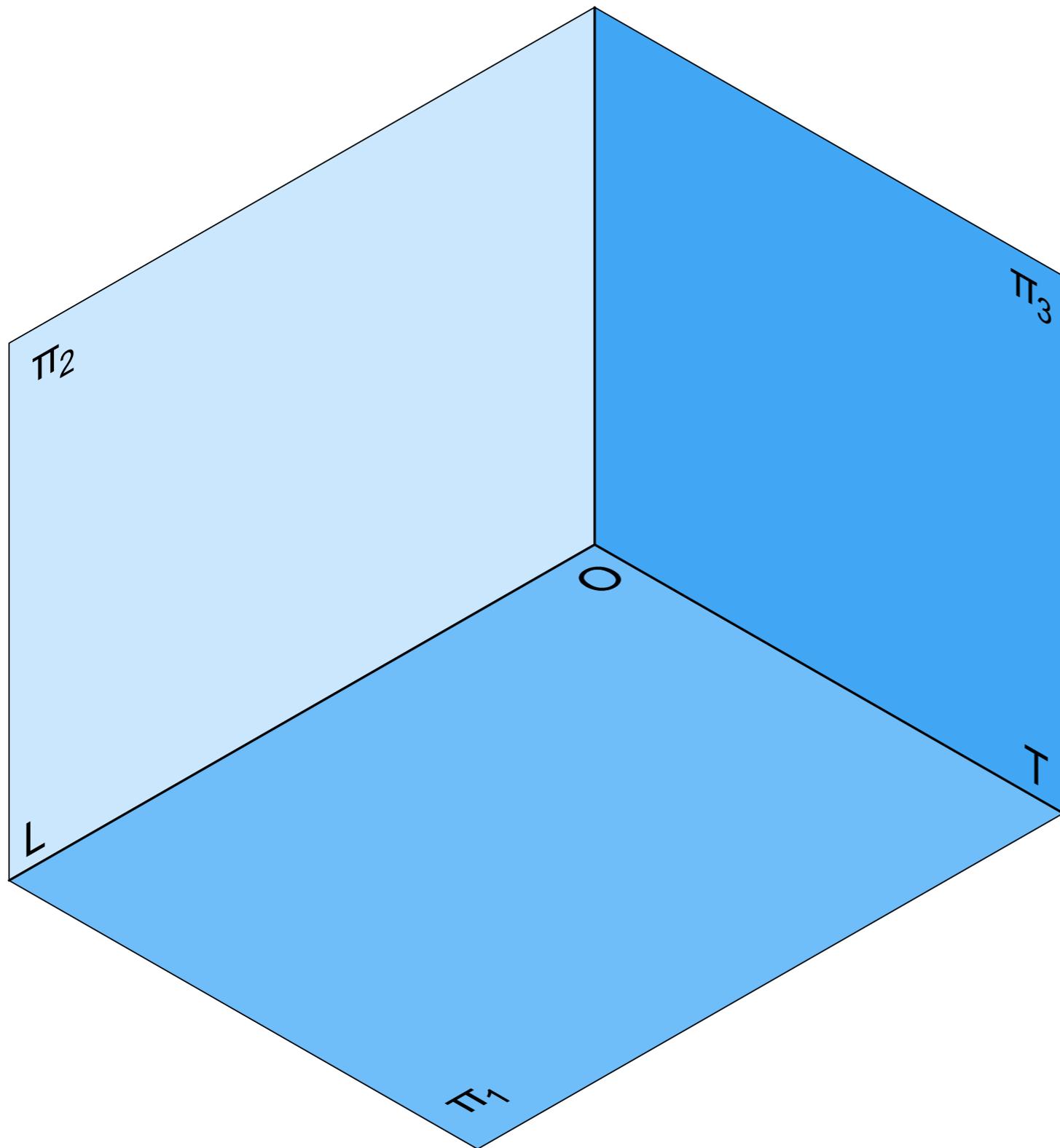
Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta $//LT (\perp \pi_3)$	Retta $//\pi_1 \angle \pi_2$	Retta $//\pi_2 \angle \pi_1$	Retta $//\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica
------------------------	------------------------	-------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	-----------------------	-------------------





Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta $//LT (\perp \pi_3)$	Retta $//\pi_1 \angle \pi_2$	Retta $//\pi_2 \angle \pi_1$	Retta $//\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica
-------------------------------	-------------------------------	--------------------------------------	--	--	--	-----------------------------------	--------------------------



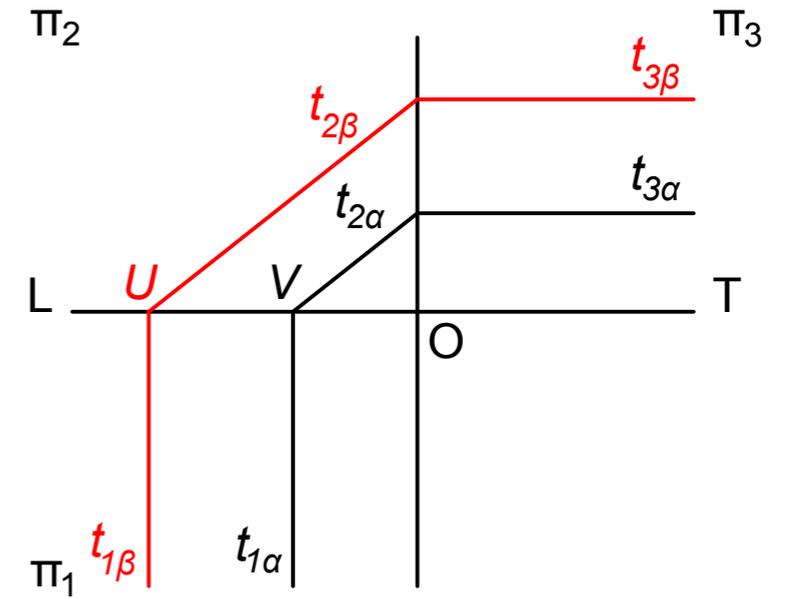
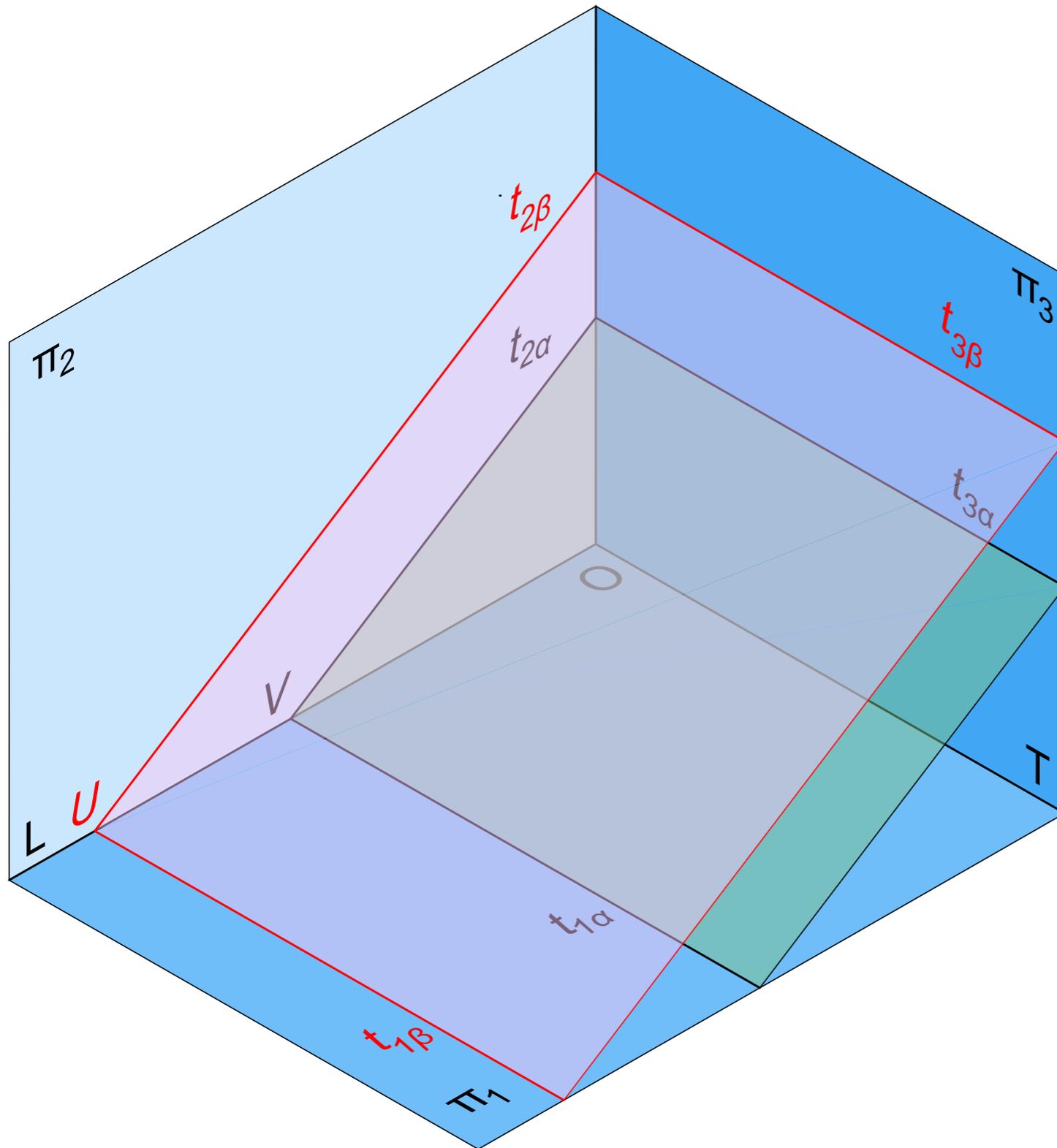


Condizione

$$\alpha // \beta \leftrightarrow t_{1\alpha} // t_{1\beta}; t_{2\alpha} // t_{2\beta}; t_{3\alpha} // t_{3\beta}$$

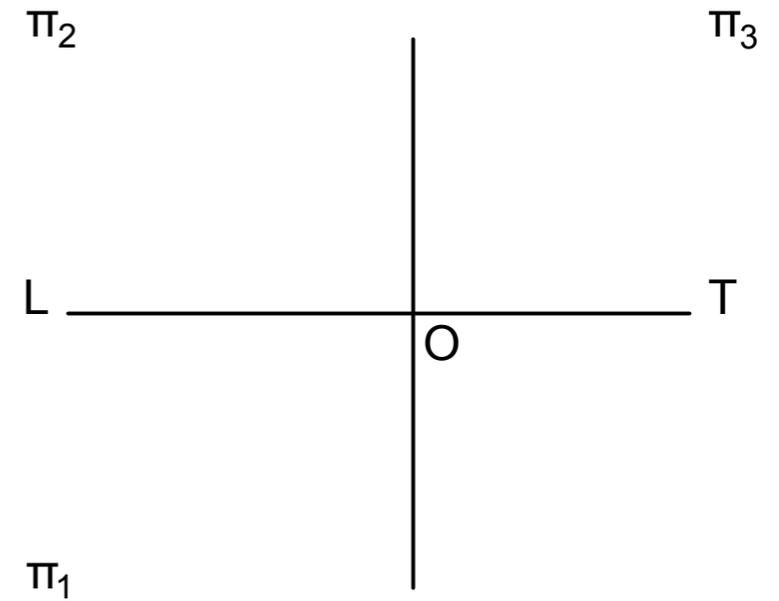
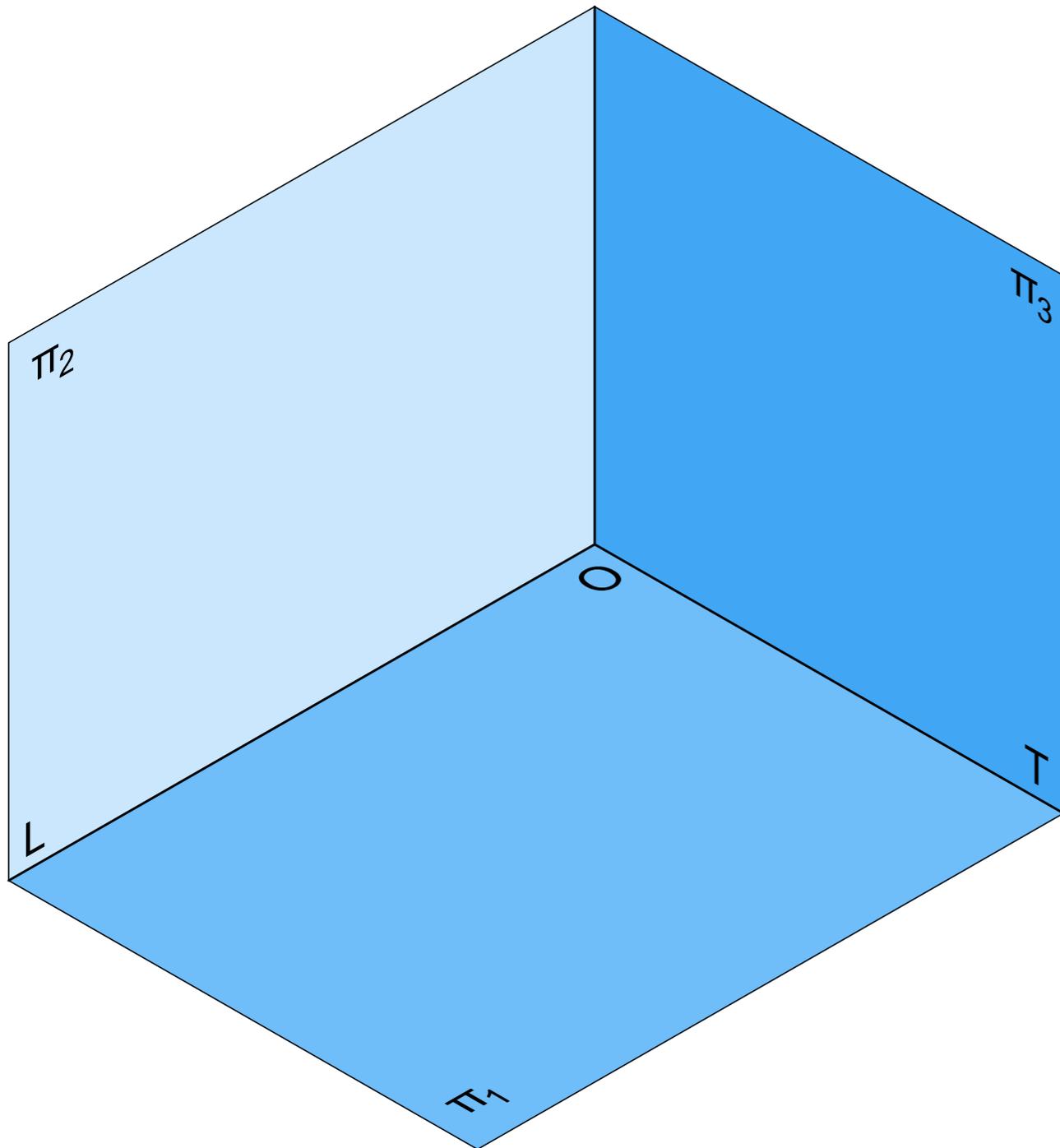
Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
---------------------	---------------------	---------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	------------------	-----------------------	-------------------





Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
---------------------	---------------------	---------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	------------------	-----------------------	-------------------



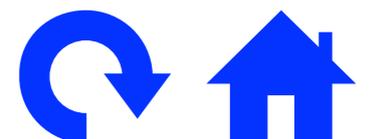


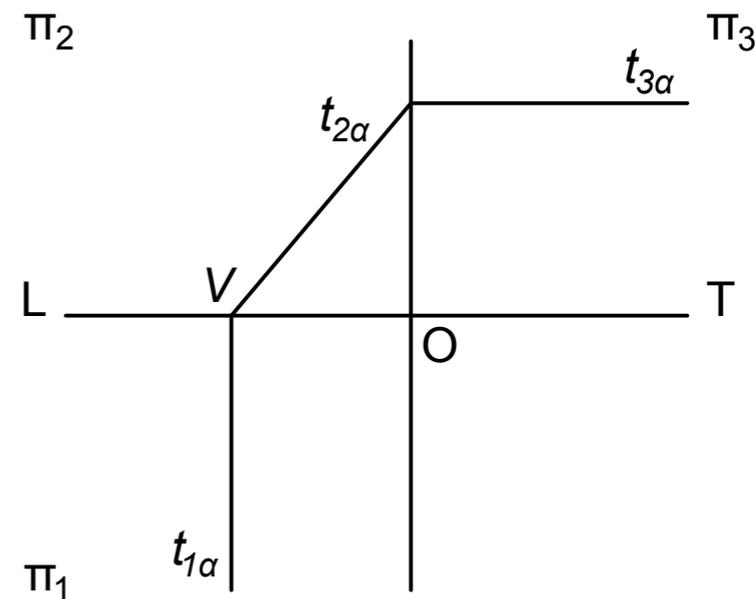
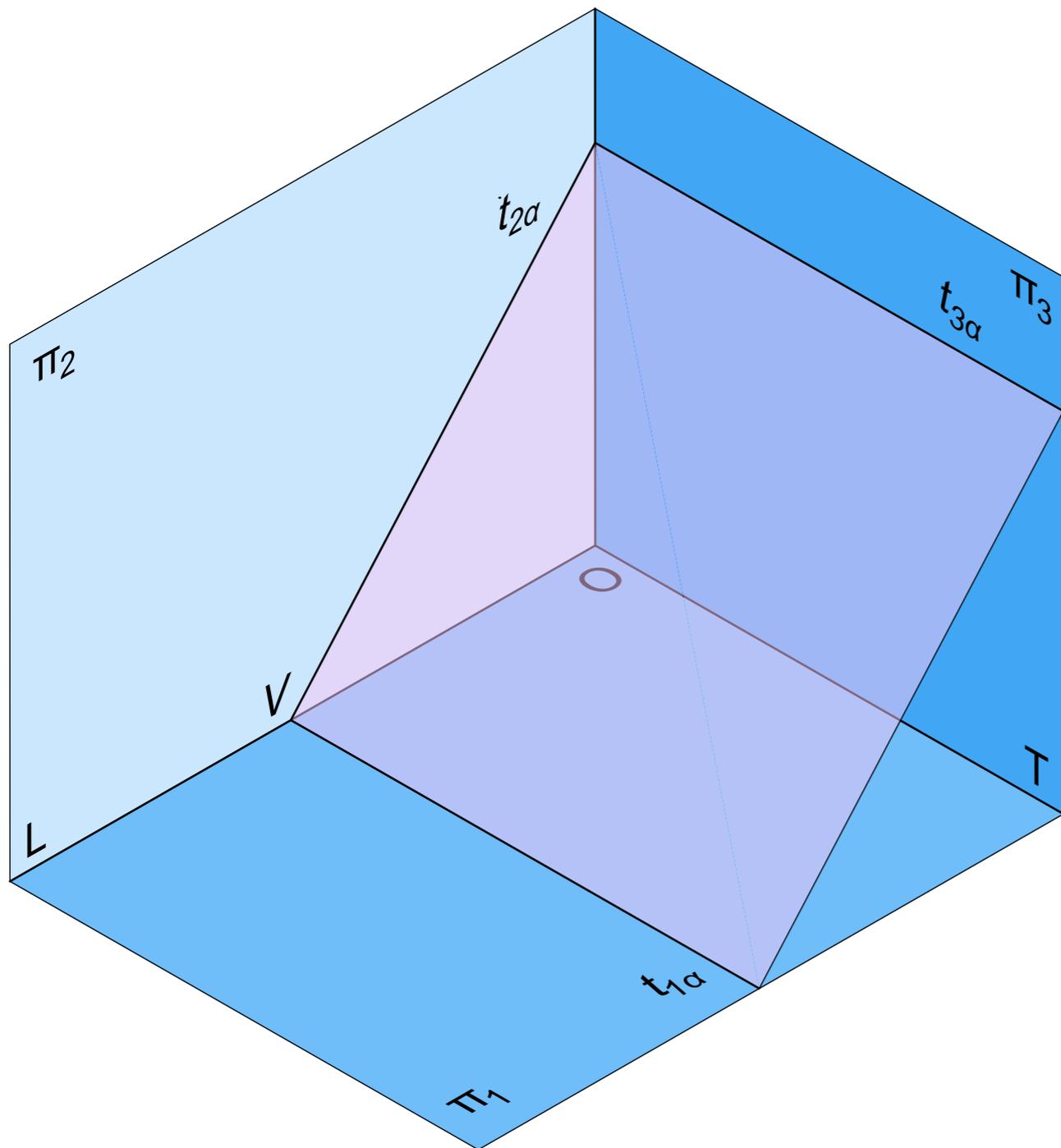
Condizione

$$r // \alpha \leftrightarrow \exists \beta \mid \begin{cases} \beta // \alpha \\ r \in \beta \end{cases}$$

Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
----------------------------	----------------------------	----------------------------	--	--	-----------------------	----------------------------	--------------------------

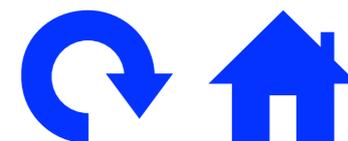
Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta //LT ($\perp \pi_3$)	Retta // $\pi_1 \angle \pi_2$	Retta // $\pi_2 \angle \pi_1$	Retta // $\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica
-------------------------------	-------------------------------	--	---	---	---	----------------------------	--------------------------

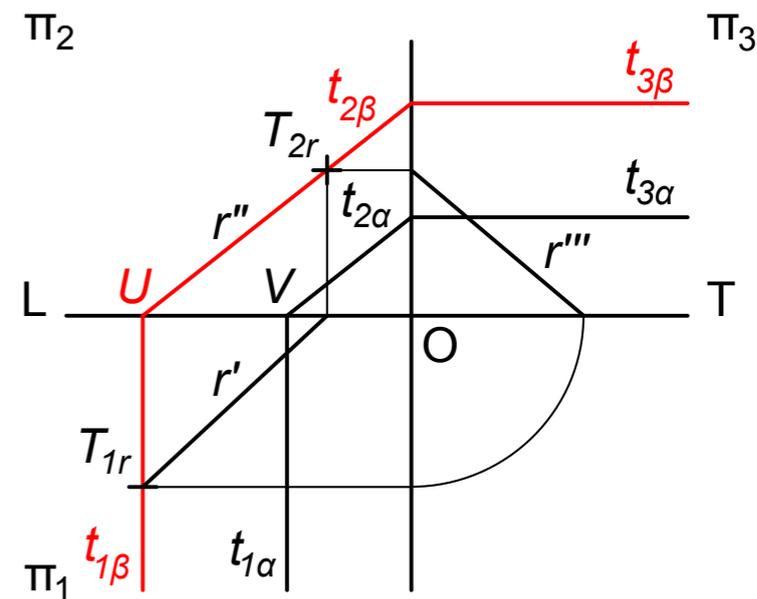
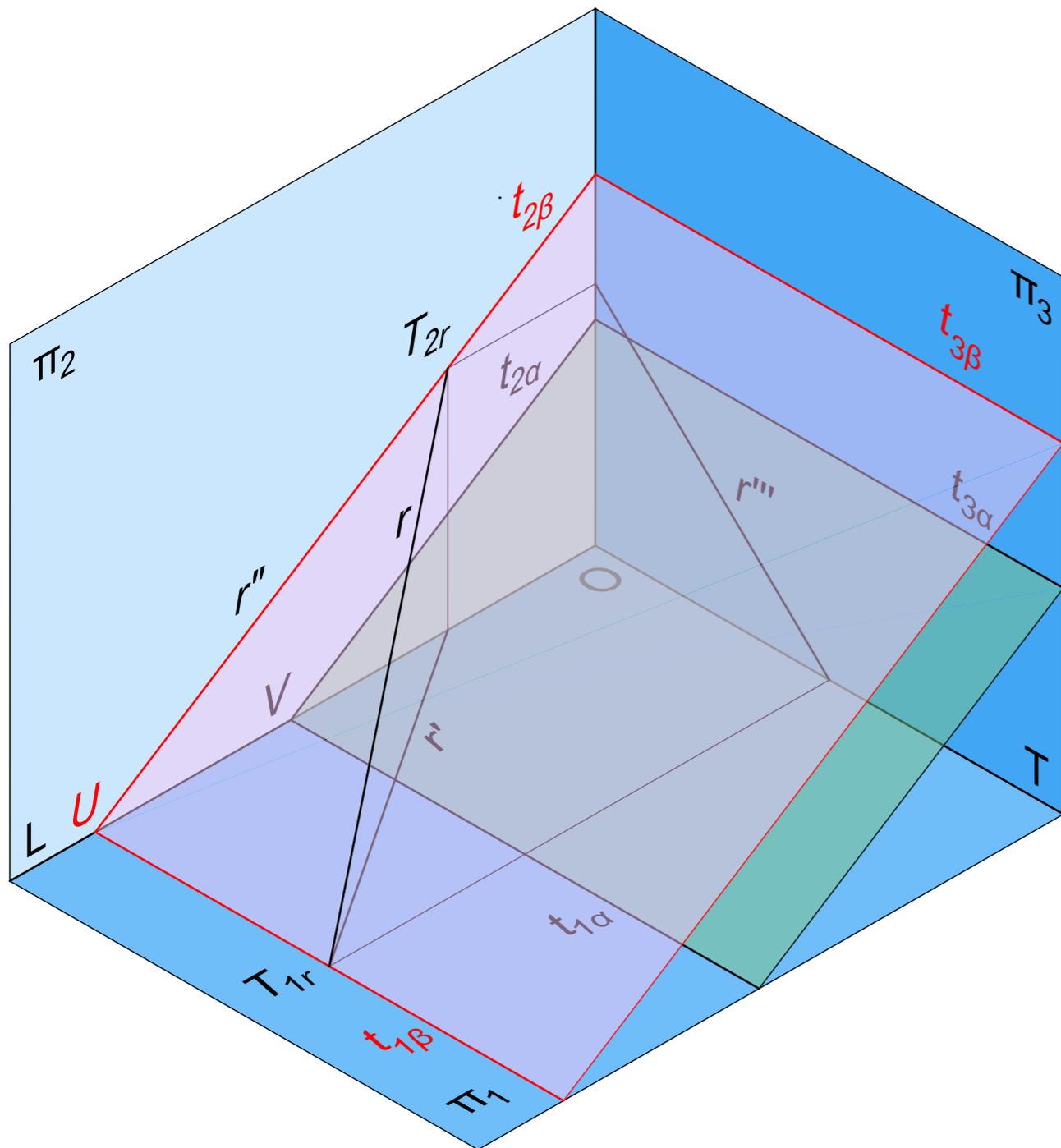




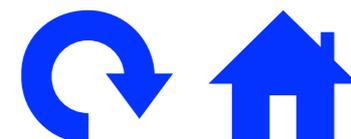
Piano $// \pi_1$	Piano $// \pi_2$	Piano $// \pi_3$	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano $// LT$	Piano uscente LT	Piano generico
---------------------	---------------------	---------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	------------------	-----------------------	-------------------

Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta $// LT (\perp \pi_3)$	Retta $// \pi_1 \angle \pi_2$	Retta $// \pi_2 \angle \pi_1$	Retta $// \pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica
------------------------	------------------------	--------------------------------	----------------------------------	----------------------------------	----------------------------------	-----------------------	-------------------





Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta //LT ($\perp \pi_3$)	Retta // $\pi_1 \angle \pi_2$	Retta // $\pi_2 \angle \pi_1$	Retta // $\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica



Perpendicolarità

Unità di Apprendimento 10

Retta-piano

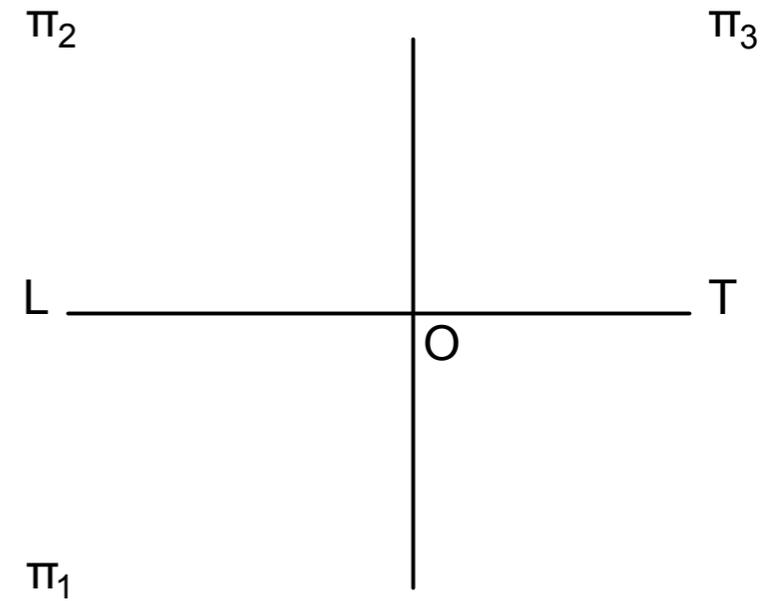
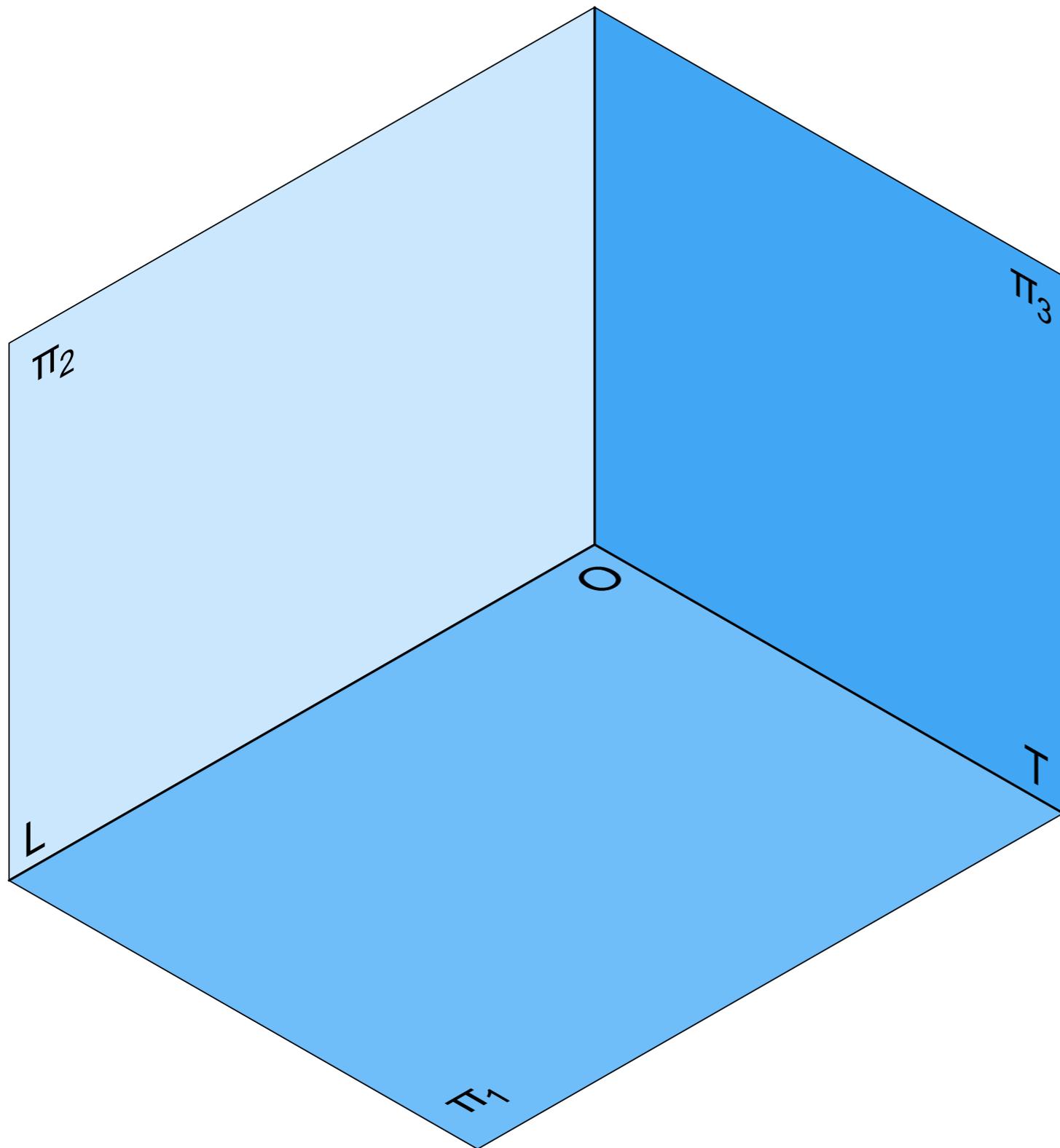


Piano-piano



Retta-retta



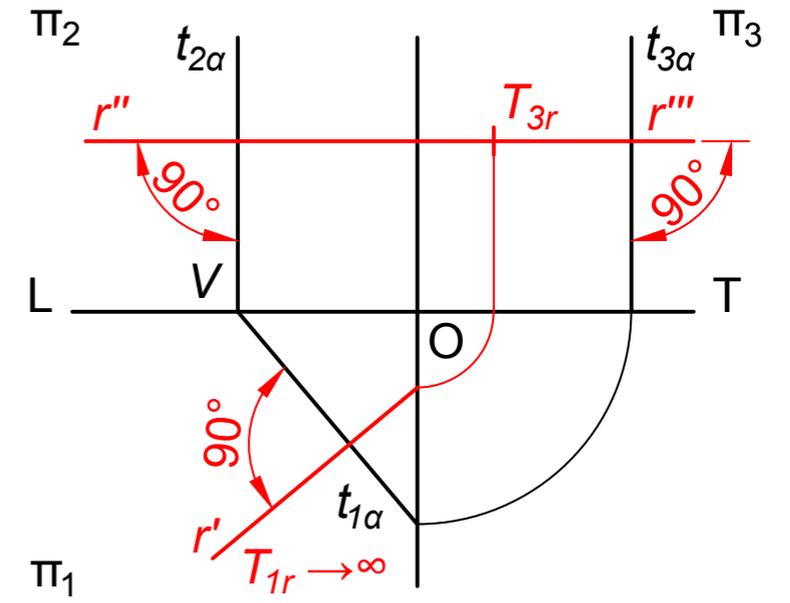
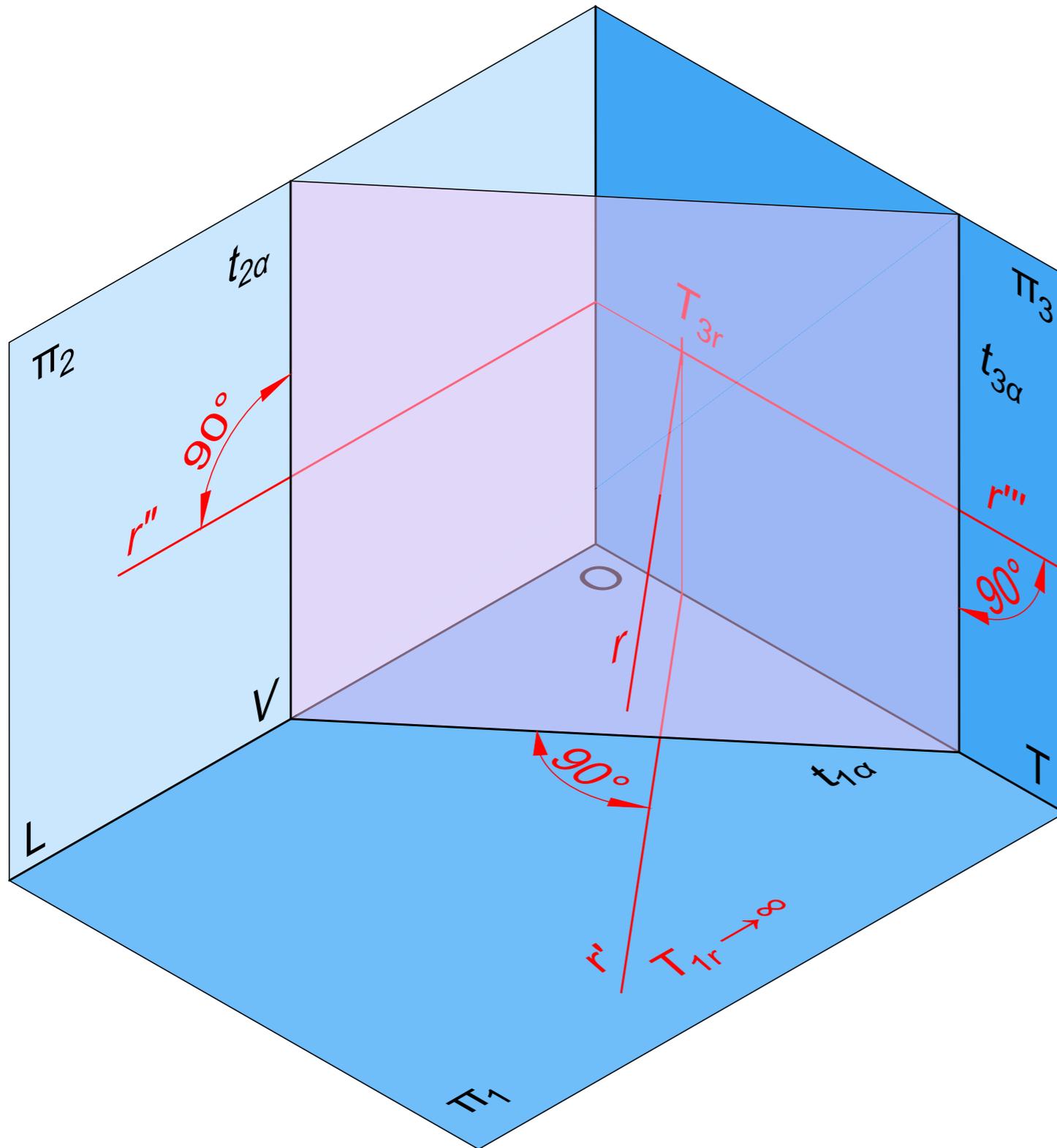


Condizione

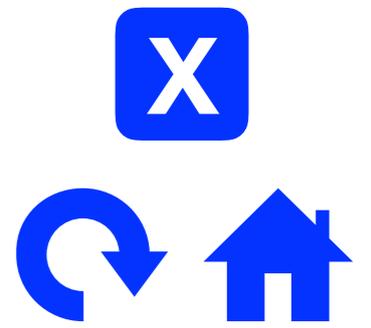
$$r \perp \alpha \leftrightarrow r' \perp t_{1\alpha}; r'' \perp t_{2\alpha}; r''' \perp t_{3\alpha}$$

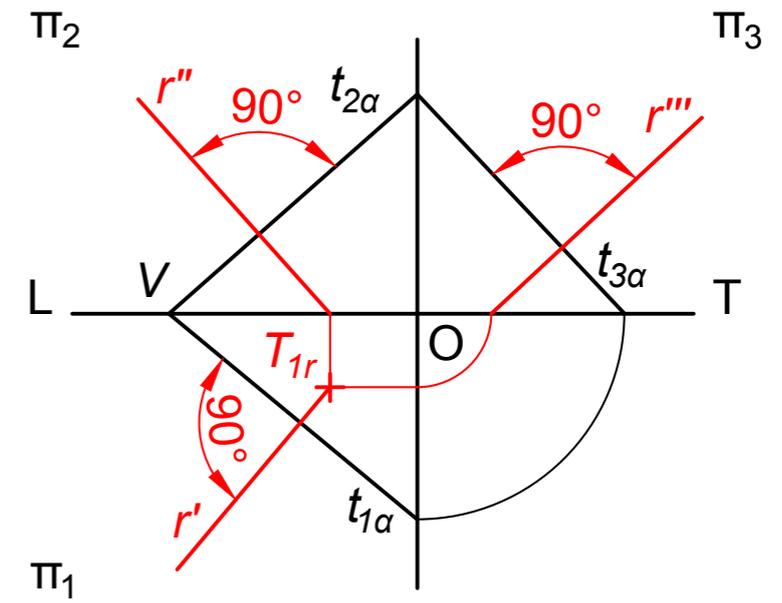
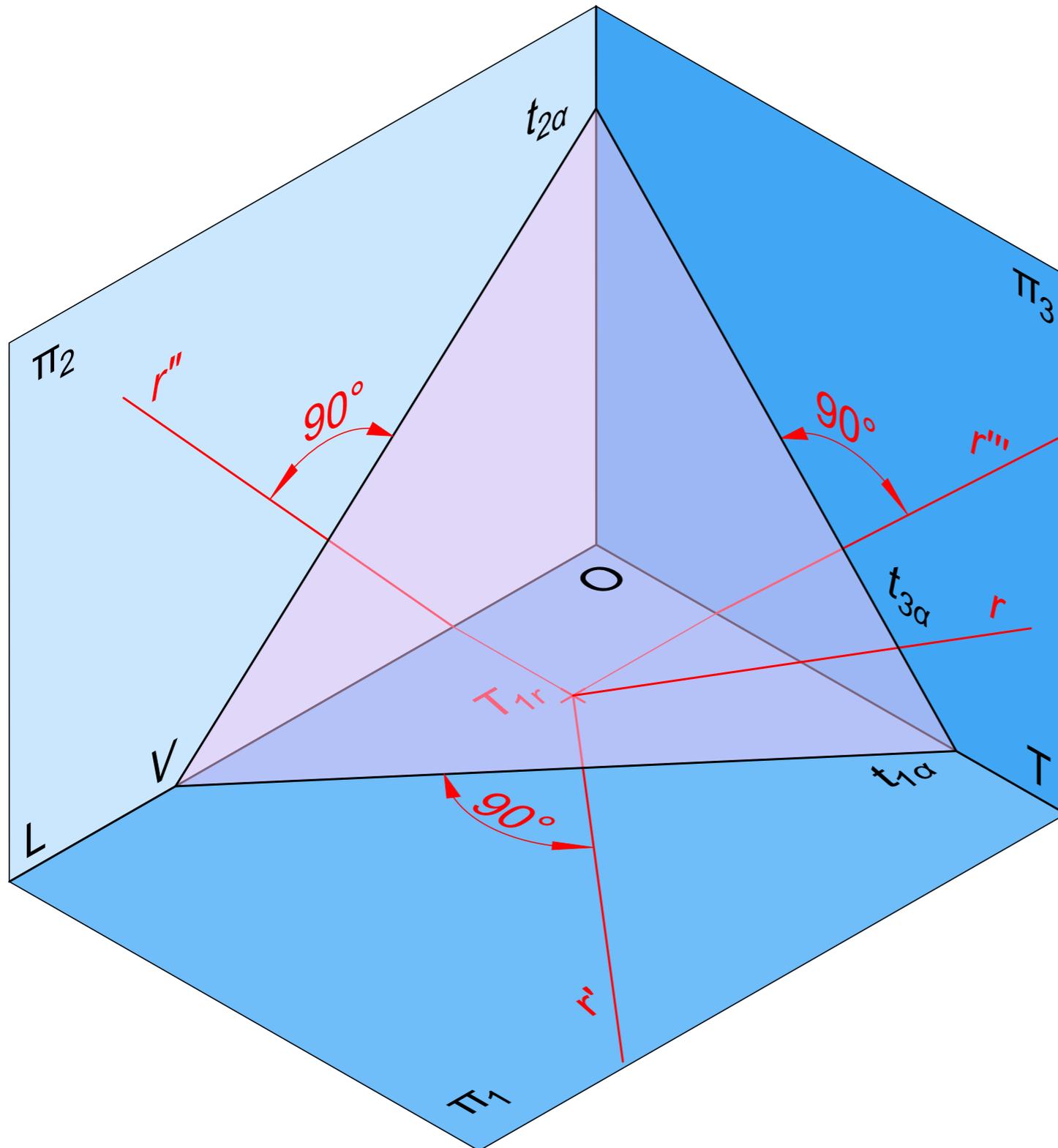
Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
---------------------	---------------------	---------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	----------------	---------------------	-------------------





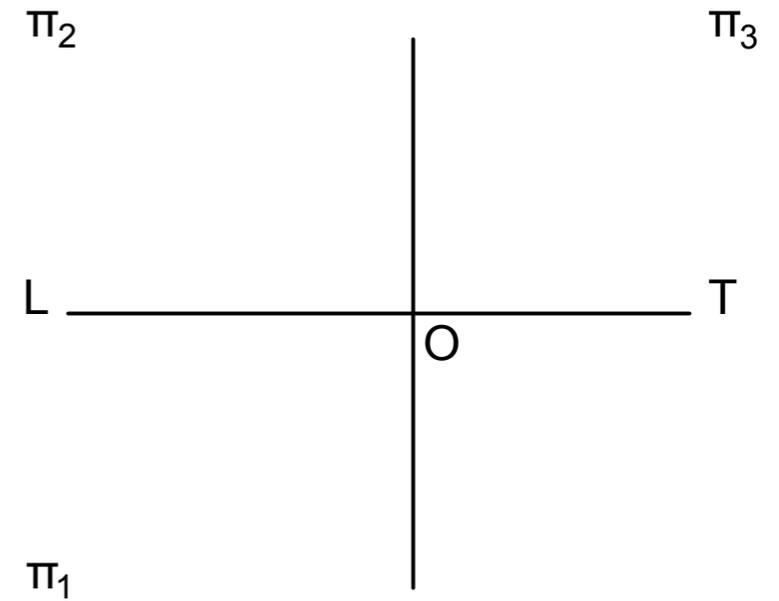
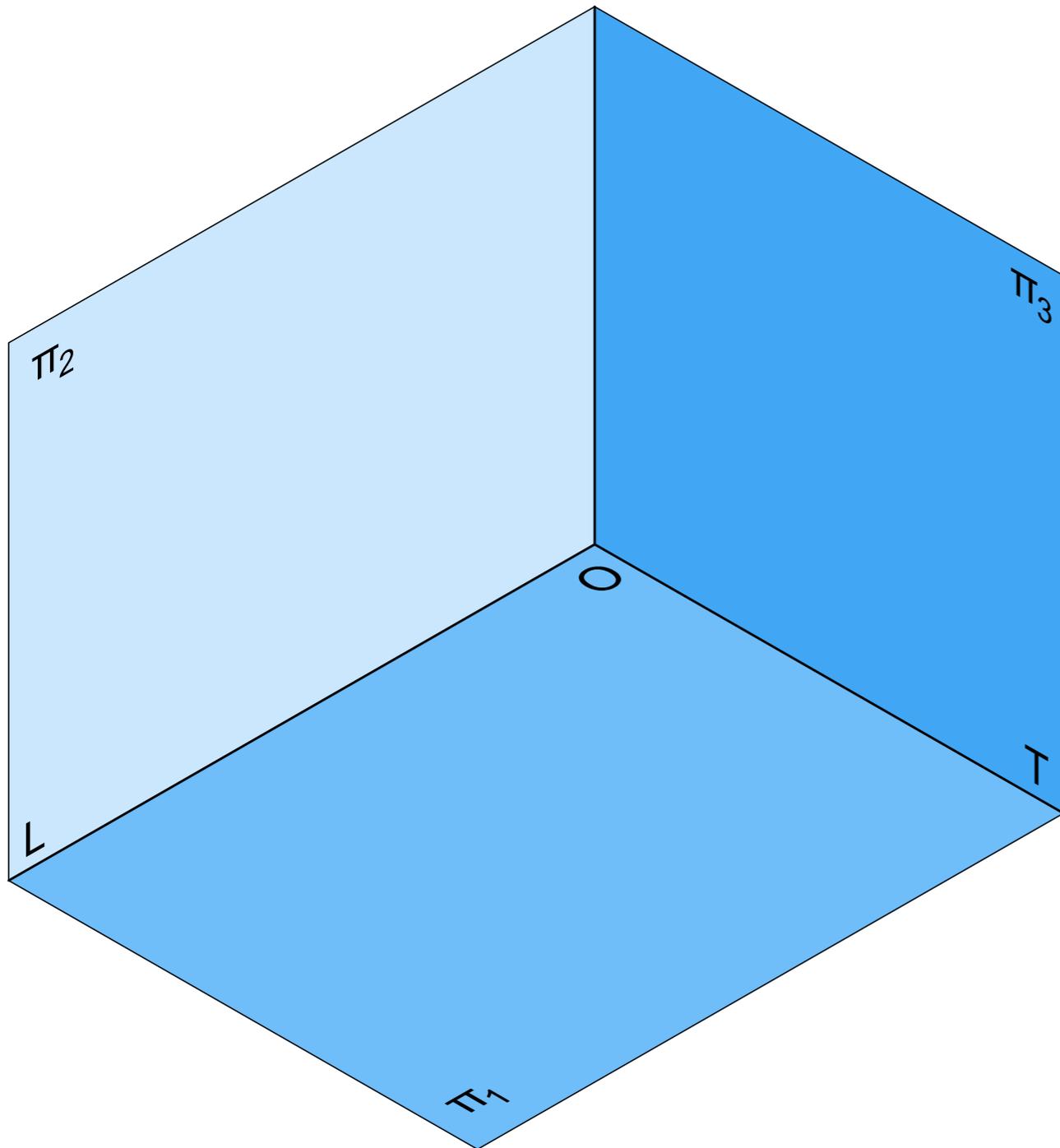
Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
---------------------	---------------------	---------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	----------------	---------------------	-------------------





Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
---------------------	---------------------	---------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	----------------	---------------------	-------------------



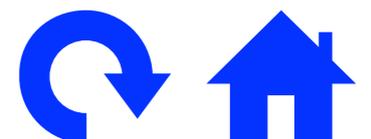


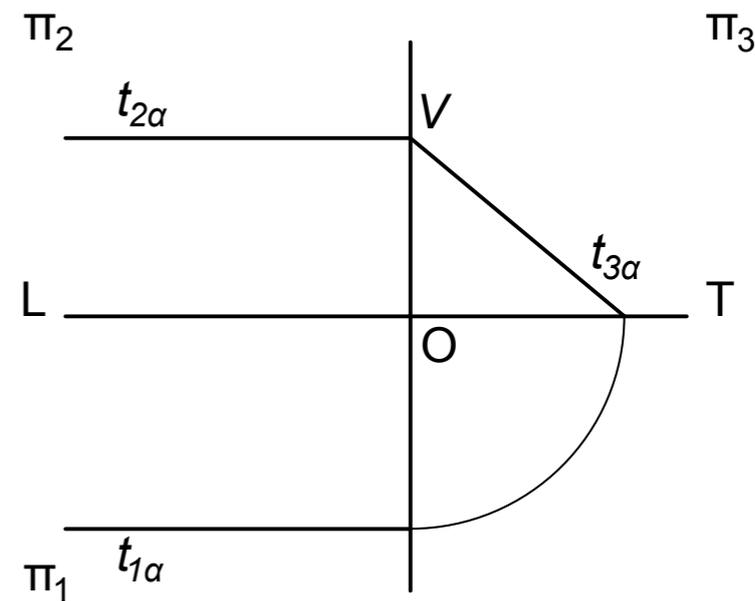
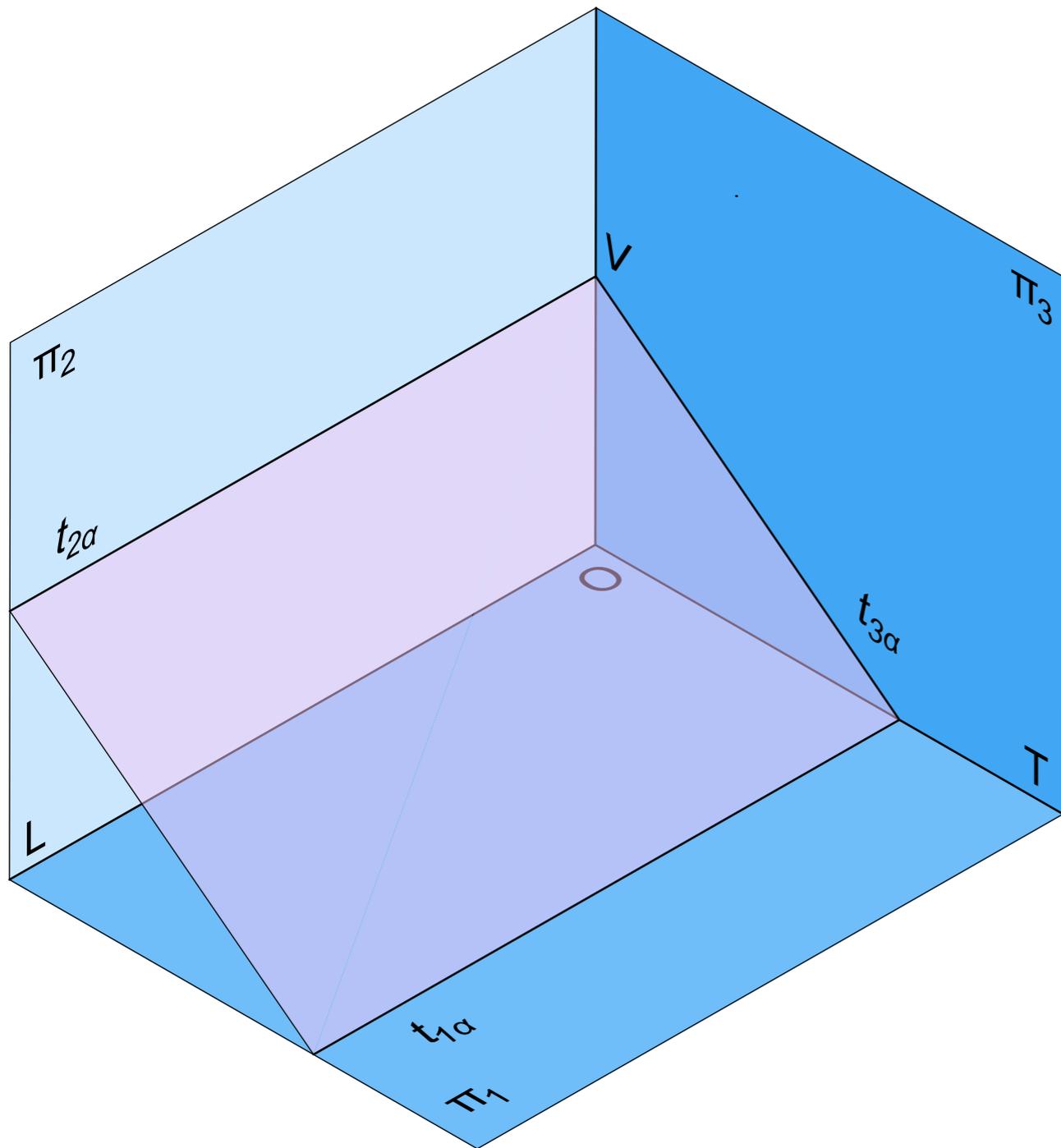
Condizione

$$\alpha \perp \beta \leftrightarrow \exists r \mid \begin{cases} r \perp \alpha \\ r \in \beta \end{cases}$$

Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
---------------------	---------------------	---------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	----------------	---------------------	-------------------

Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
---------------------	---------------------	---------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	----------------	---------------------	-------------------

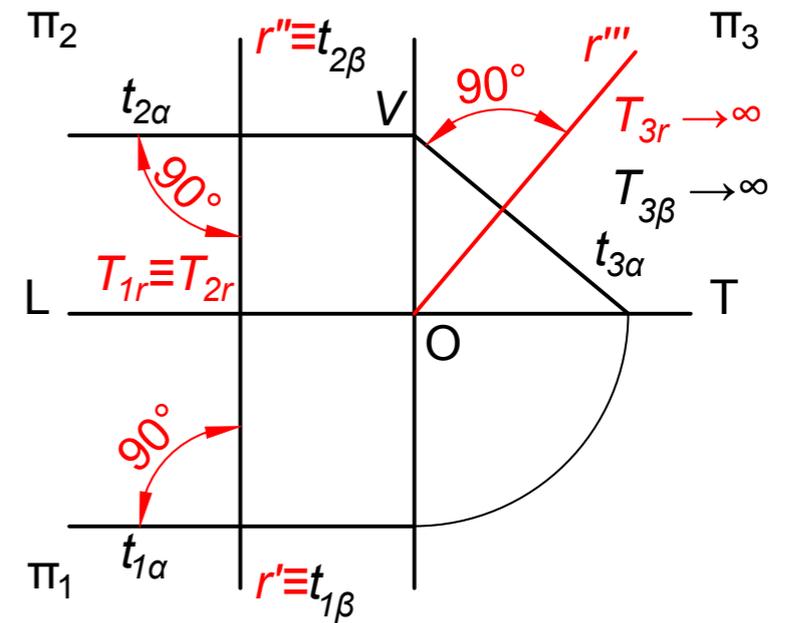
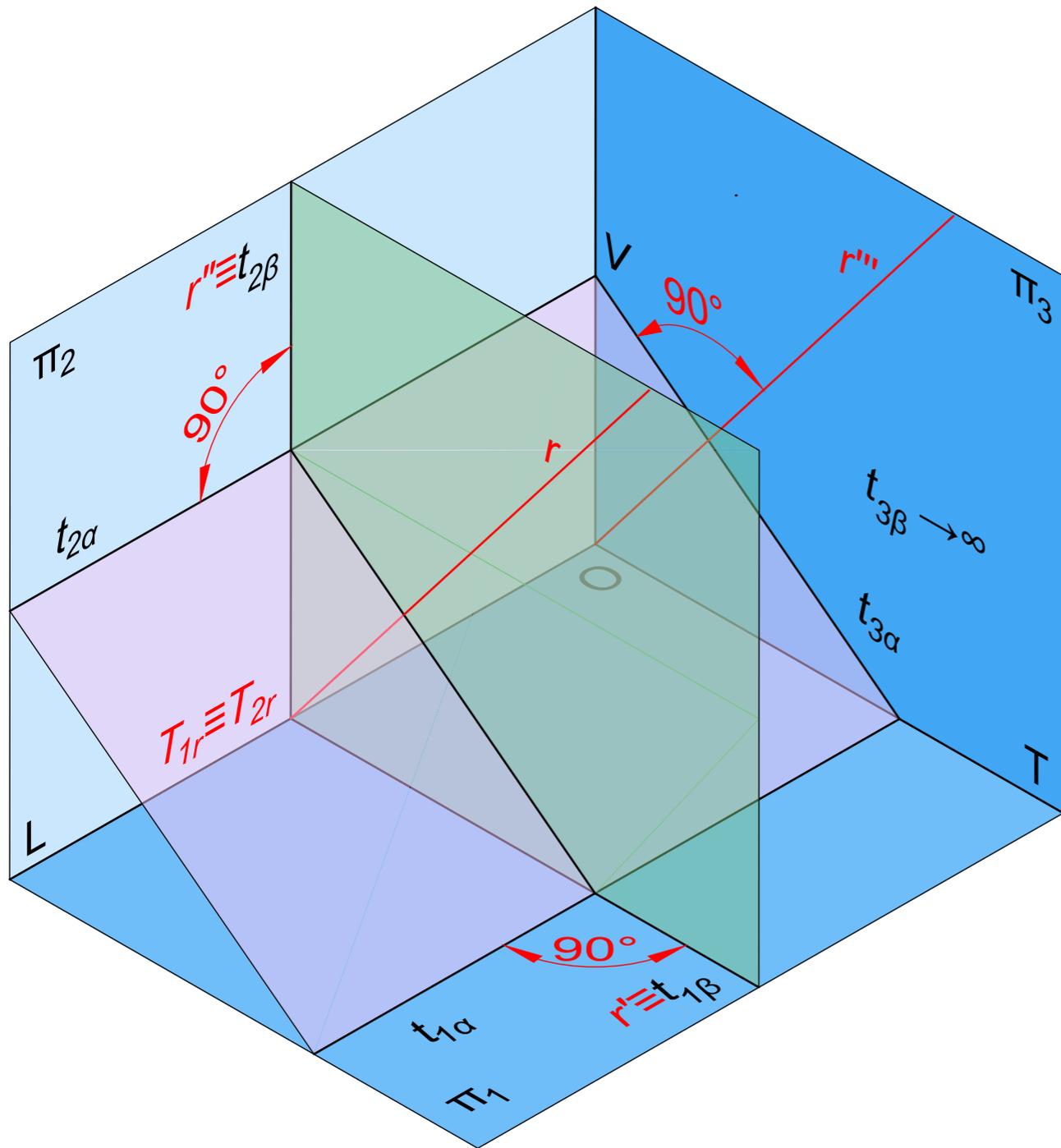




Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
---------------------	---------------------	---------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	------------------------	---------------------	-------------------

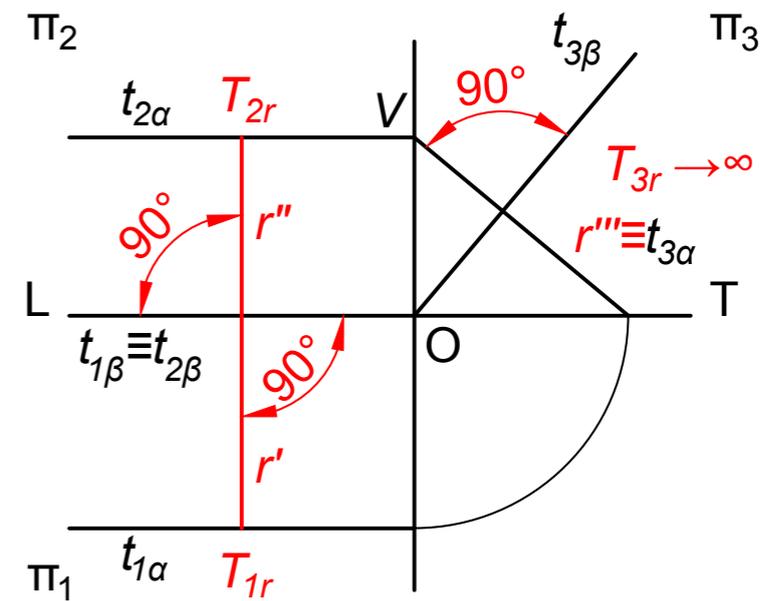
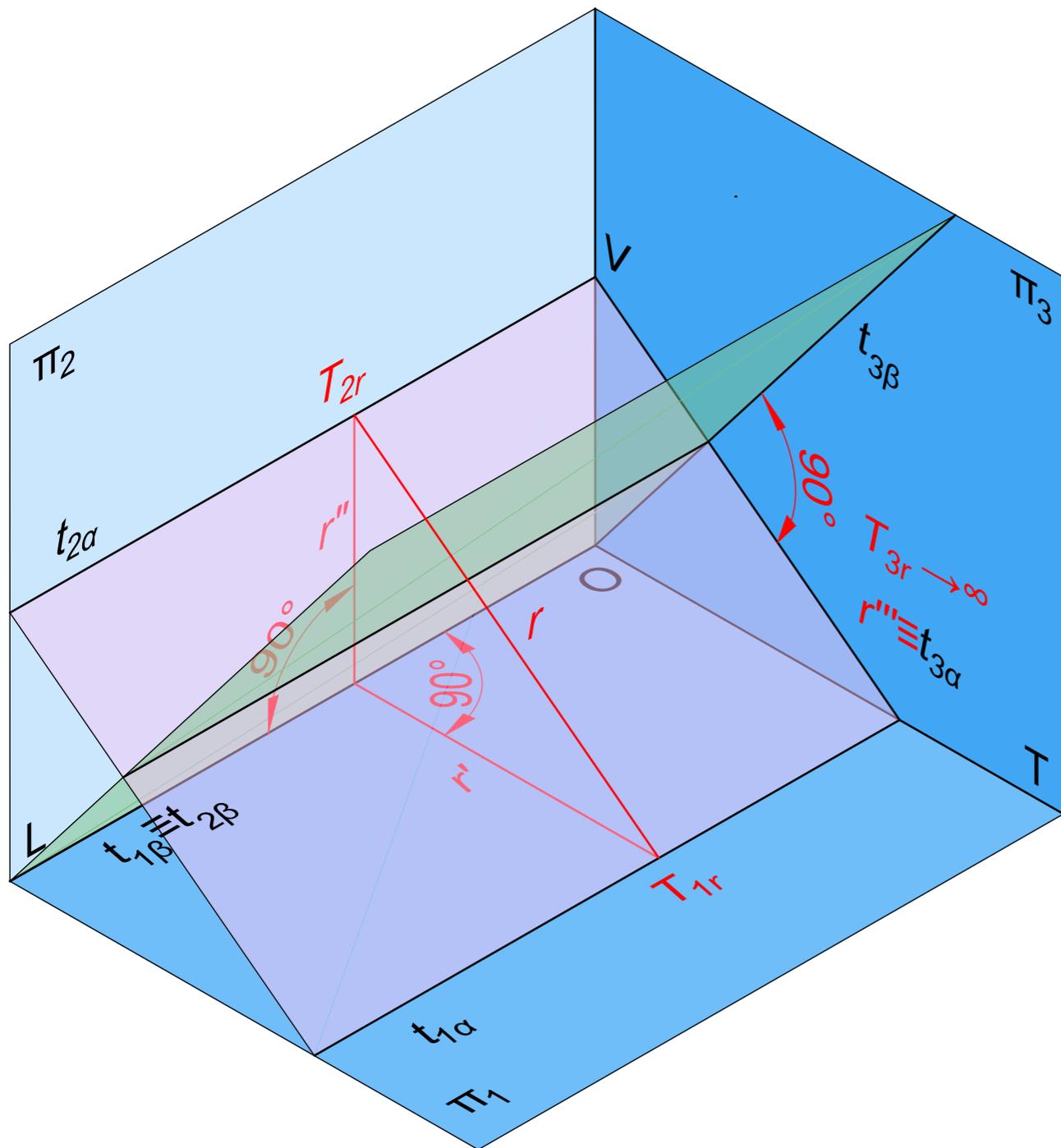
Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
---------------------	---------------------	---------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	----------------	---------------------	-------------------





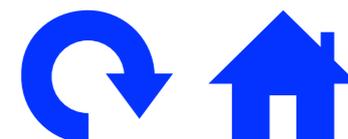
Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico
Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscente LT	Piano generico

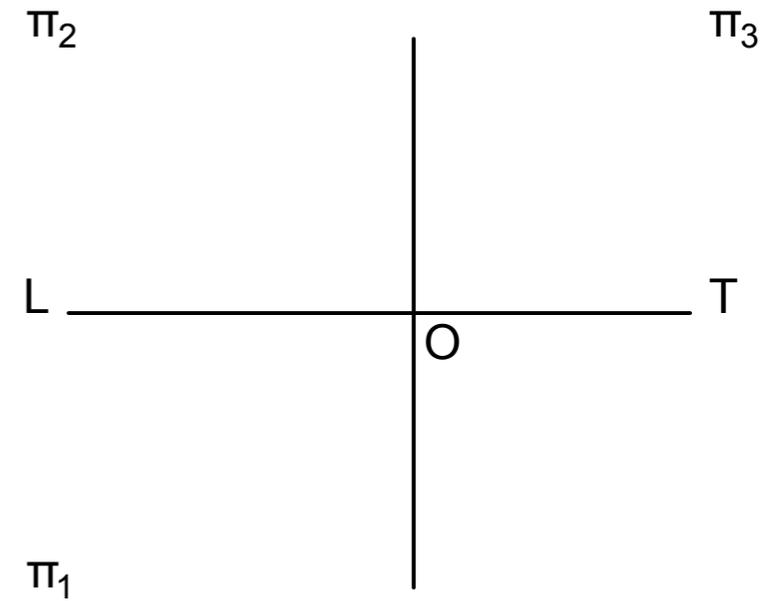
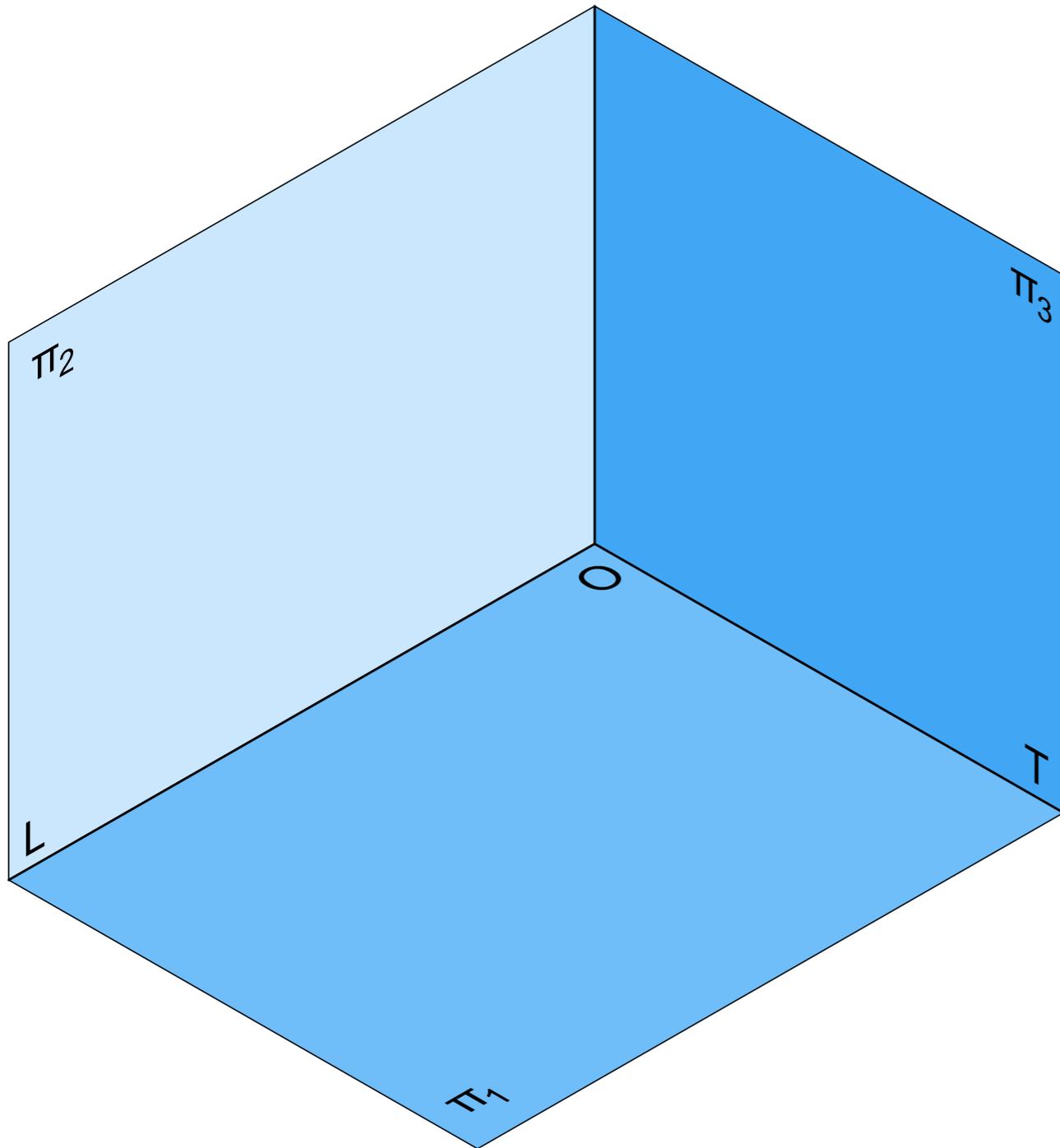




Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscende LT	Piano generico
---------------------	---------------------	---------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	------------------------	-----------------------------	-------------------

Piano // π_1	Piano // π_2	Piano // π_3	Piano $\perp \pi_1 \angle \pi_2$	Piano $\perp \pi_2 \angle \pi_1$	Piano // LT	Piano uscende LT	Piano generico
---------------------	---------------------	---------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	----------------	-----------------------------	-------------------





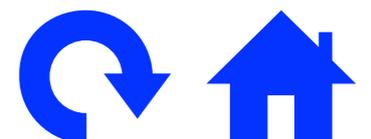
Condizione

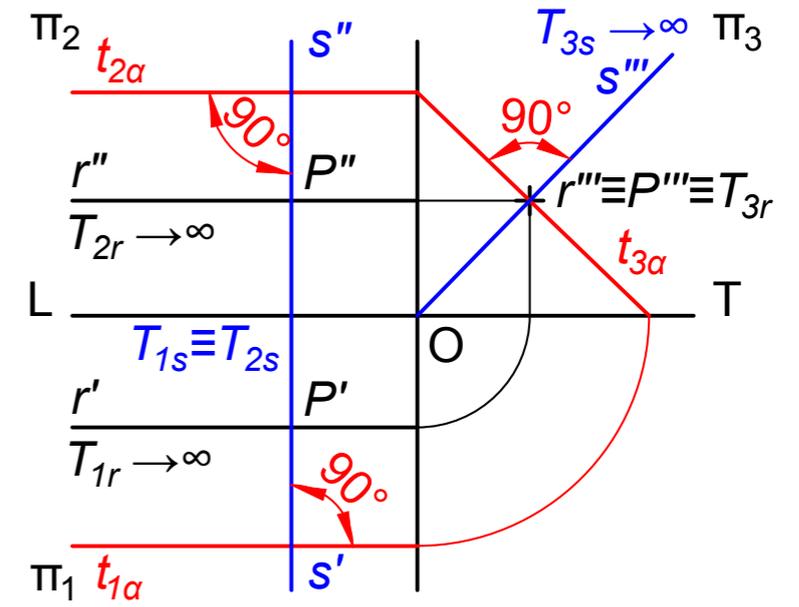
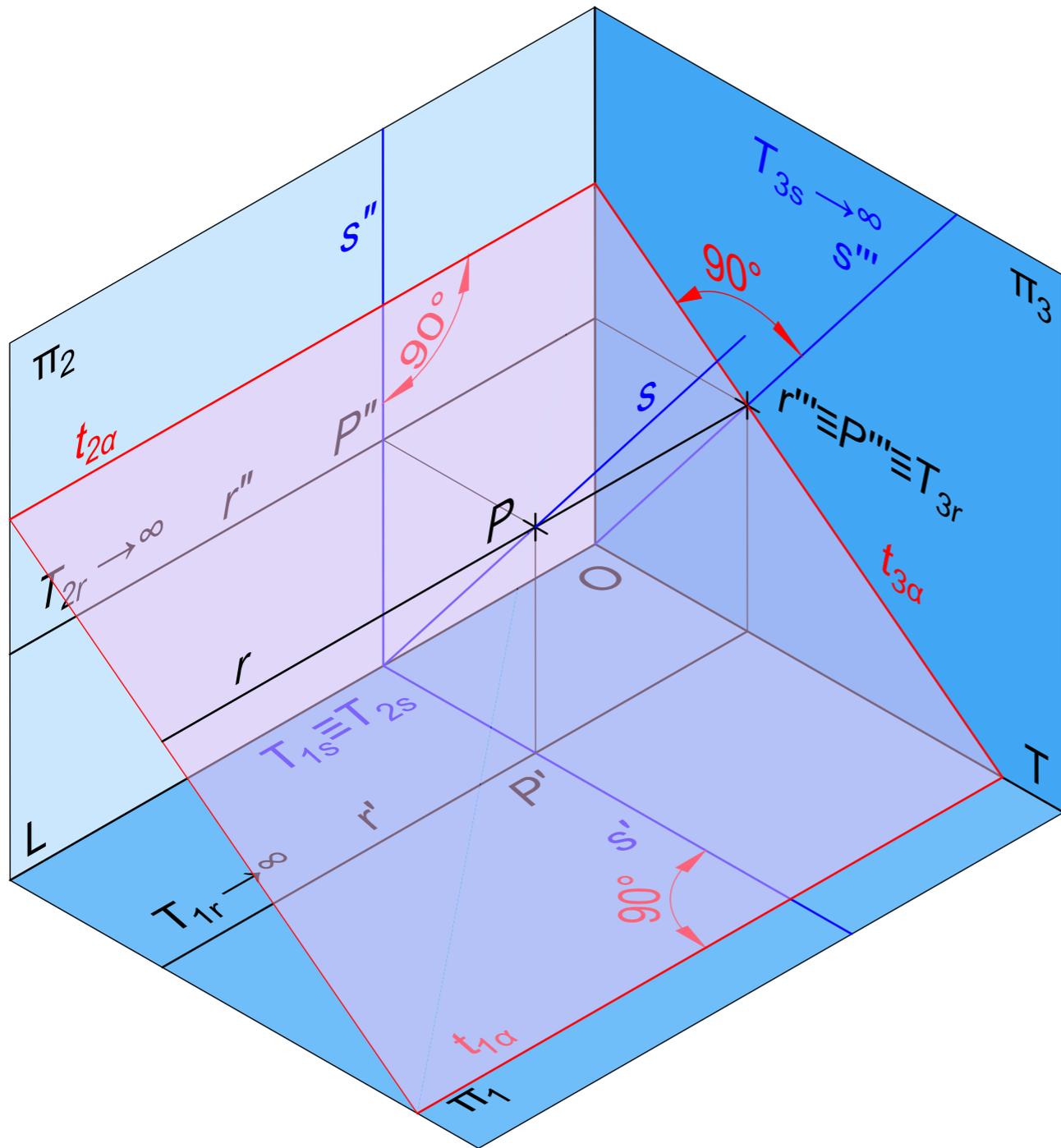
$$r \cap s = \{P\}$$

$$r \perp s \leftrightarrow \exists \alpha \mid \begin{cases} s \perp \alpha \\ r \in \alpha \end{cases}$$

Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta $//LT (\perp \pi_3)$	Retta $//\pi_1 \angle \pi_2$	Retta $//\pi_2 \angle \pi_1$	Retta $//\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica
-------------------------------	-------------------------------	--------------------------------------	--	--	--	----------------------------	--------------------------

Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta $//LT (\perp \pi_3)$	Retta $//\pi_1 \angle \pi_2$	Retta $//\pi_2 \angle \pi_1$	Retta $//\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscente LT	Retta generica
------------------------	------------------------	-------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------	-------------------





Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta $//LT (\perp \pi_3)$	Retta $//\pi_1 \angle \pi_2$	Retta $//\pi_2 \angle \pi_1$	Retta $//\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscende LT	Retta generica
------------------------	------------------------	-------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------	-------------------

Retta $\perp \pi_1$	Retta $\perp \pi_2$	Retta $//LT (\perp \pi_3)$	Retta $//\pi_1 \angle \pi_2$	Retta $//\pi_2 \angle \pi_1$	Retta $//\pi_3 \angle \pi_1$	Retta uscende LT	Retta generica
------------------------	------------------------	-------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------	-------------------

