



# RAPPRESENTAZIONI PROSPETTICHE

## 1. Rette e punti giacenti sul geometrale

### Problema 1

**Determinare la prospettiva di un punto  $P$ , appartenente al geometrale, assegnate la distanza principale e l'altezza dell'osservatore.**

(► **Fig. 1**) Come già detto, un punto è individuato dall'intersezione di due rette: perciò, nell'esercizio assegnato, per realizzare la proiezione prospettica del punto  $P$  giacente sul geometrale, bisogna individuare due rette che, intersecandosi nel punto stesso, consentano di determinarne l'immagine prospettica. Tra quelle già descritte, appartenenti al geometrale, si preferiscono le rette:  $s$ , passante per il punto di stazione  $PS$ , e  $t$ , ortogonale al quadro.

Così sul geometrale si tracciano le rette  $s$  e  $t$  intersecanti nel punto  $P$  e si determinano le loro immagini prospettiche (si veda i Problemi relativi alle rette passanti per  $PS$  e a quelle ortogonali al quadro, in entrambi i casi, appartenenti al geometrale).

Sul quadro le immagini  $s'$  e  $t'$  delle rette  $s$  e  $t$  si intersecano in  $P'$ : questo risulta essere la rappresentazione prospettica cercata del punto  $P$  (► **Fig. 2**).

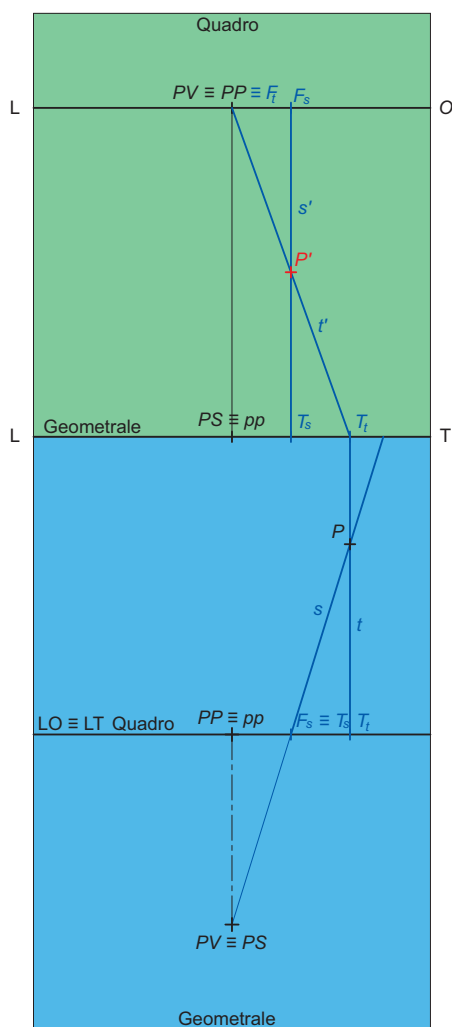


Fig. 1

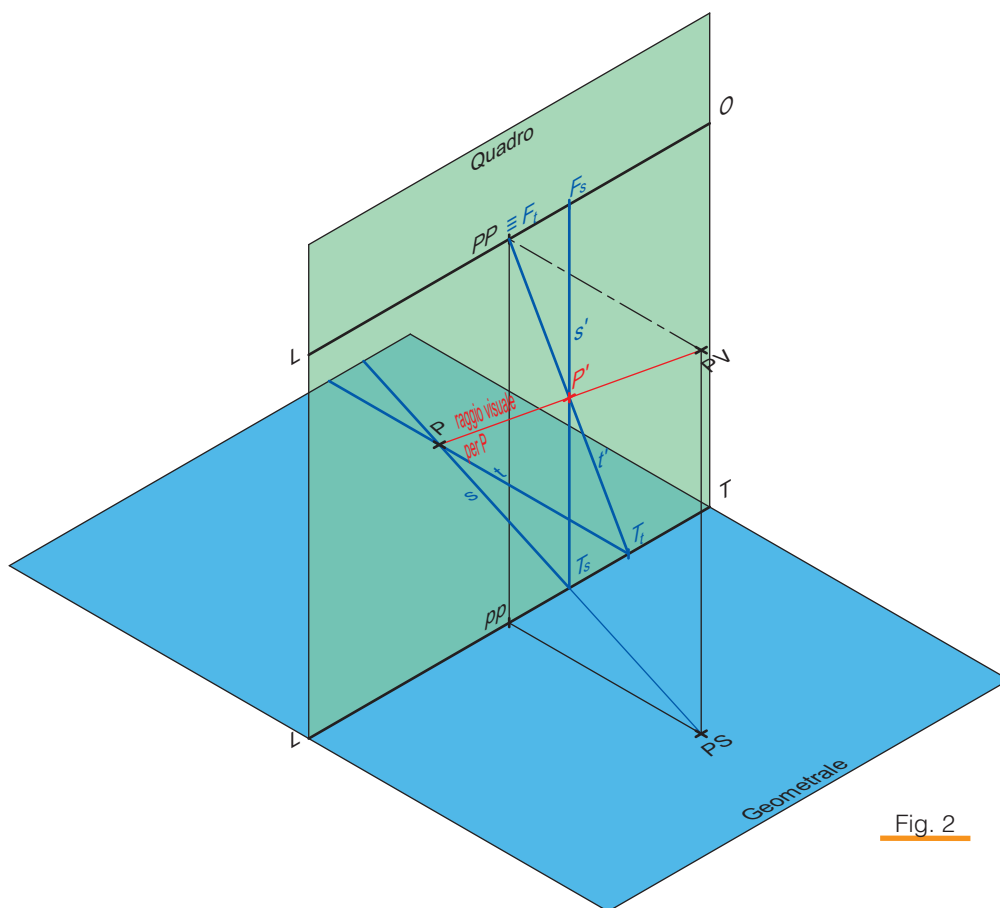


Fig. 2

## Problema 2

**Determinare la prospettiva di una retta  $r$ , appartenente al geometrale e parallela al quadro, assegnate la distanza principale e l'altezza dell'osservatore.**

(► **Fig. 3**) Le rette orizzontali parallele al quadro presentano la particolarità che il raggio visuale a esse parallelo risulta, per la proprietà transitiva, parallelo anche al quadro: di conseguenza il loro punto di fuga tende all'infinito, perciò si ha  $F_r \rightarrow \infty$ . Non solo, anche la traccia (intersezione con il quadro) tende all'infinito; allora si ha  $T_r \rightarrow \infty$ . In questi casi l'immagine prospettica  $r'$  rimane parallela alla retta  $r$  e perciò anche alla LT.

La rappresentazione prospettica della retta  $r$  proposta nell'esercizio richiede l'impiego di due rette ausiliarie  $s$  e  $t$  (appartenenti anch'esse al geometrale e disposte una passante per  $PS$  e l'altra ortogonale al quadro) concorrenti al punto  $P$  della retta  $r$ . Riprendendo la soluzione dell'esercizio precedente si determinano le immagini  $s'$  e  $t'$  delle rette ausiliarie  $s$  e  $t$ . Queste si intersecano in  $P'$  punto per il quale passa  $r'$ , immagine prospettica di  $r$ , parallela alla LT (► **Fig. 4**).

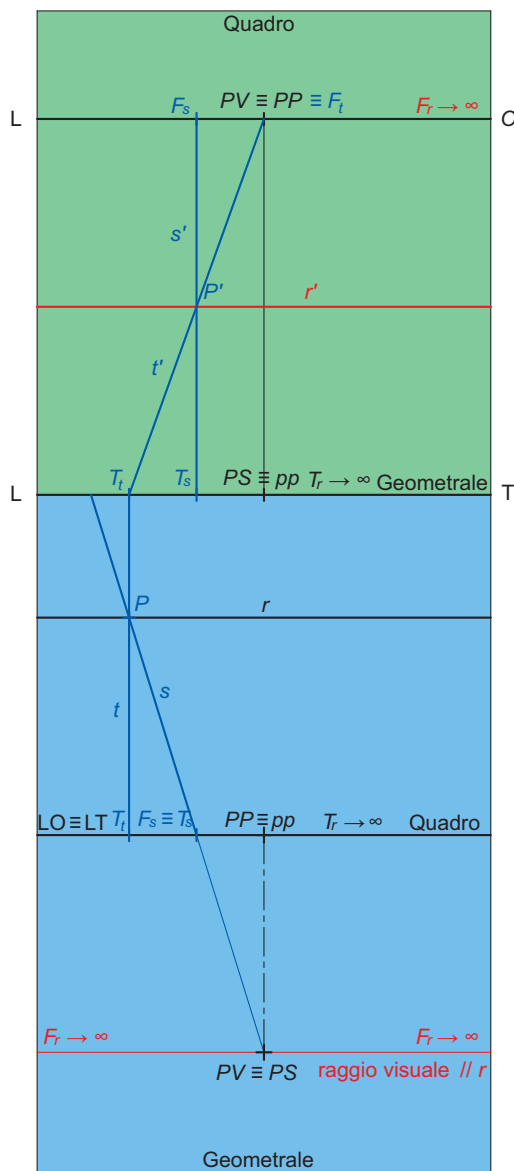


Fig. 3

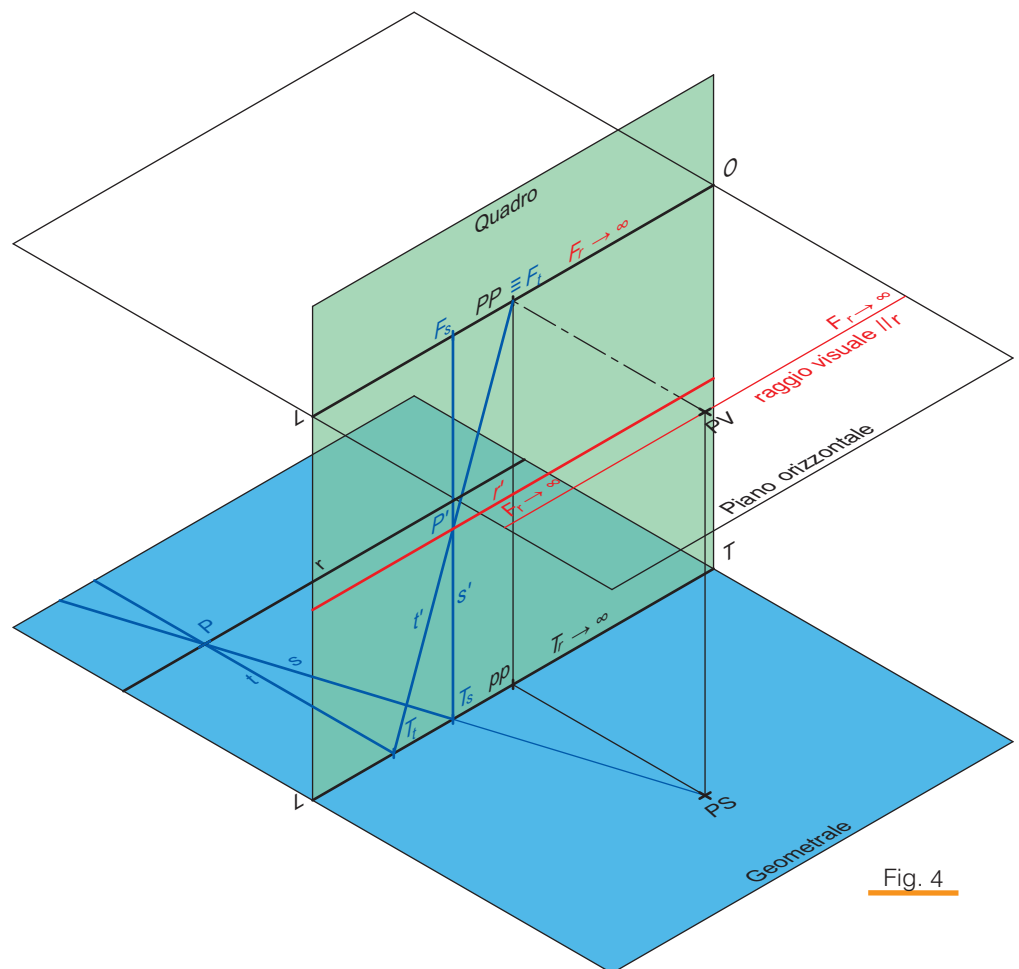


Fig. 4

## 2. Rette e punti non giacenti sul geometricale

## Problema 1

**Determinare la prospettiva di una retta  $r$ , ortogonale al geometrale, assegnate la distanza principale e l'altezza dell'osservatore.**

► **Fig. 5)** Una retta ortogonale al geometrale è anche parallela al quadro: di conseguenza la traccia  $T_r$  (intersezione con il quadro) risulta tendente all'infinito e perciò impropria (da cui  $T_r \rightarrow \infty$ ).

Anche il raggio visuale condotto per  $PV$  parallelamente alla retta  $r$  non interseca il quadro, così pure il punto di fuga  $F_r$  risulta improprio (da cui  $F_r \rightarrow \infty$ ).

Allora l'immagine prospettica  $r'$  della retta  $r$  si mantiene parallela alla retta stessa. La sua rappresentazione richiede, come nel caso di una retta parallela al quadro illustrato poc'anzi, l'impiego di due rette ausiliari  $s$  e  $t$  appartenenti al geometrale e intersecanti nel punto  $P$ , piede della retta  $r$ .

Le immagini prospettiche  $s'$  e  $t'$  delle rette ausiliarie consentono di determinare il loro punto di intersezione  $P'$  per il quale si conduce ortogonalmente alla LT l'immagine prospettica  $r'$  della retta assegnata (► Fig. 6).

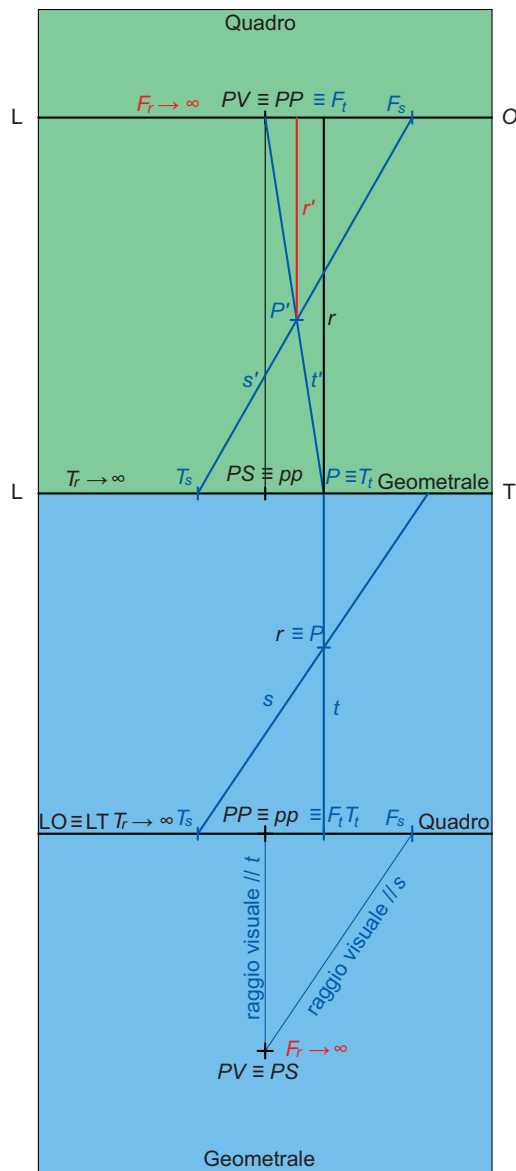


Fig. 5

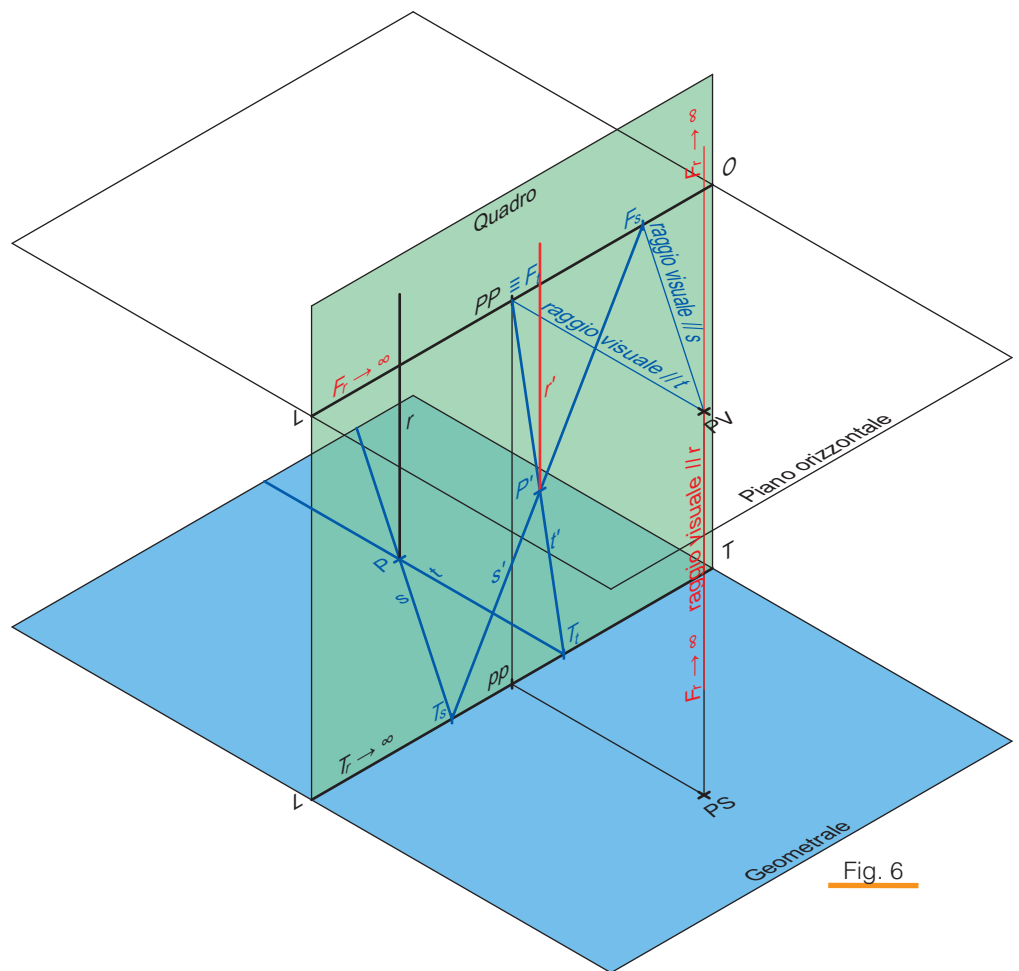


Fig. 6

## Problema 2

**Determinare la prospettiva di un punto  $A$ , non giacente sul geometrale né sul quadro, assegnate la distanza principale e l'altezza dell'osservatore.**

(► Fig. 7) Per eseguire la prospettiva di un punto non giacente sul geometrale né sul quadro, occorre acquisire un piano ausiliario  $\beta$  di riferimento, parallelo al geometrale e passante per il punto (perciò collocato alla medesima quota del punto stesso). Si individua, così, la retta  $u$  (LT ausiliaria) generata dall'intersezione del piano  $\beta$  con il quadro.

Eseguiti questi semplici passaggi, si procede fissando come nuovo geometrale il piano  $\beta$ . In questo modo la soluzione viene ricondotta a quella illustrata nel problema per la ricerca della prospettiva di un punto  $P$  appartenente al geometrale, inserita nel gruppo di casi precedenti. Si individuano sul piano  $\beta$  le rette  $s$  (inclinata al quadro) e  $t$  (ortogonale al quadro), intersecanti nel punto  $A$ , e le rispettive tracce  $T_s$  e  $T_t$  sulla LT ausiliaria. Si determinano sul quadro le loro immagini prospettiche  $s'$  (condotta da  $T_s$  a  $F_s$ ) e  $t'$  (condotta da  $T_t$  a  $PP \equiv F_s$ ) intersecanti in  $A'$  che rappresenta la prospettiva cercata del punto  $A$  (► Fig. 8).

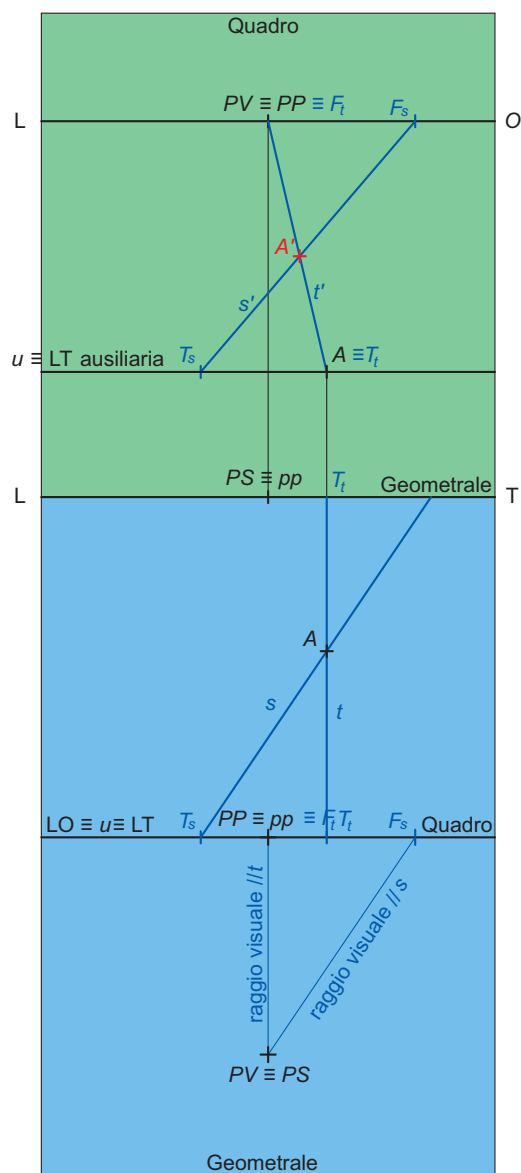


Fig. 7

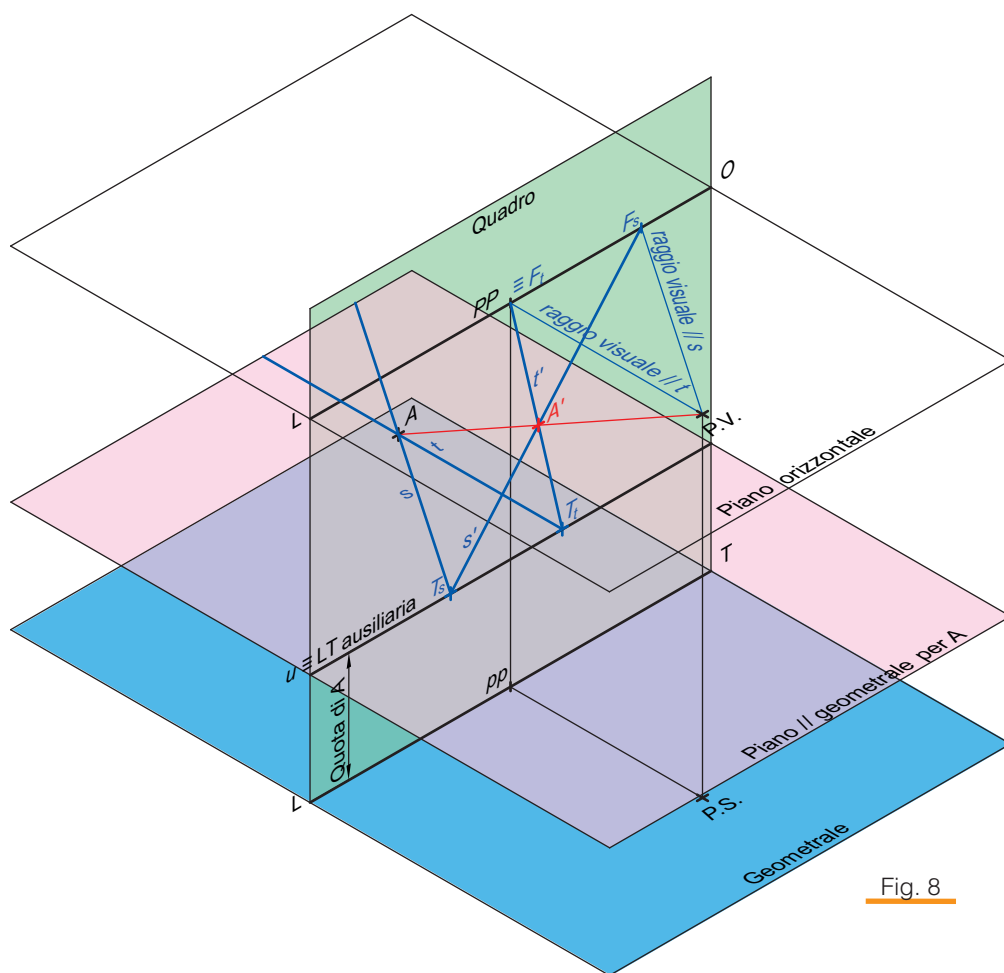


Fig. 8

## Problema 3

**Determinare la prospettiva di una retta  $r$ , parallela al quadro e inclinata al geometrale, assegnate la distanza principale e l'altezza dell'osservatore.**

(► **Fig. 9**) La prospettiva di una retta  $r$  parallela al quadro e inclinata al geometrale per essere determinata richiede l'individuazione di due suoi punti. Per il primo,  $P$ , si è scelto il punto di intersezione della retta con il geometrale; per il secondo,  $A$ , si è individuato a piacere un punto appartenente alla retta  $r$ . Fissati questi aspetti, si procede, come descritto nei problemi precedenti, a determinare la prospettiva dei due punti  $P$  e  $A$  per i quali passerà la prospettiva della retta  $r$ .

Per ottenere l'immagine prospettica di  $P$ ,  $P'$ , si opera a livello del geometrale, mentre per ottenere quella di  $A$ ,  $A'$ , si opera sul piano ausiliario parallelo al geometrale e passante per  $A$ . Determinate  $P'$  e  $A'$  si ha che l'immagine prospettica  $r'$  della retta  $r$  è data dalla congiungente dei due punti. Siccome  $F_r \rightarrow \infty$ , ne deriva che le immagini prospettiche di tutte le rette parallele a  $r$  risultano parallele a  $r'$  (► Fig. 10).

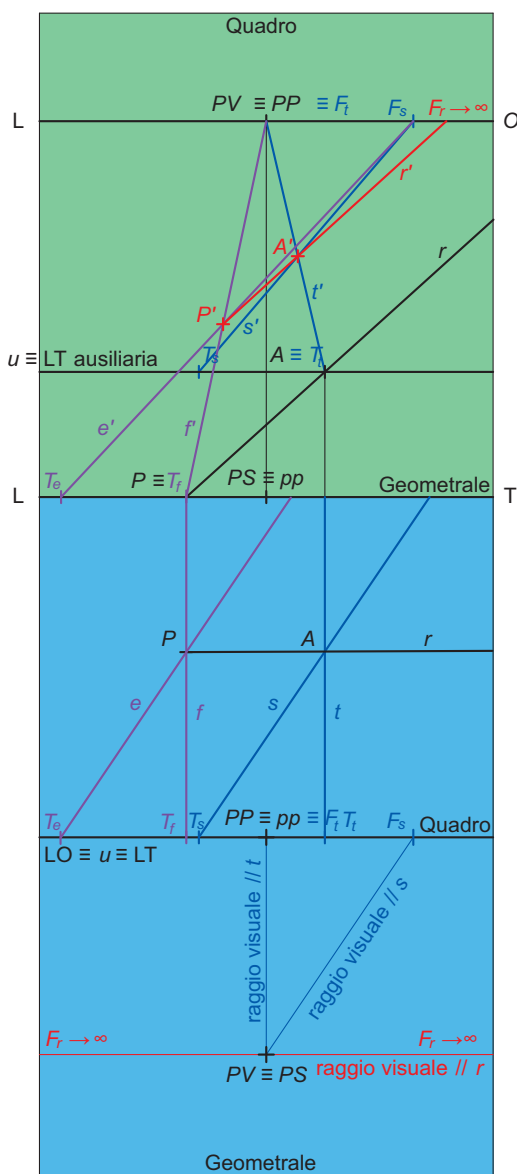


Fig. 9

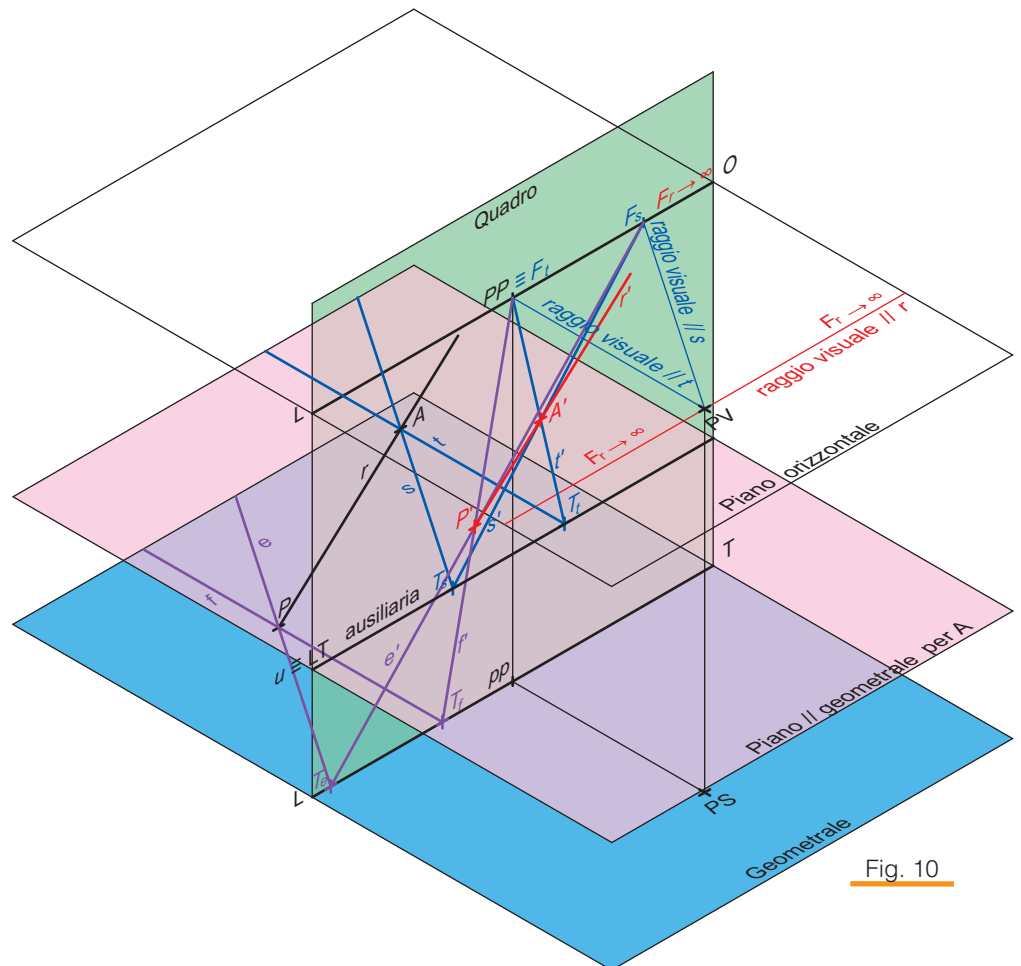


Fig. 10

### 3. Prospettiva accidentale: metodo dei punti di distanza

Facendo riferimento alla figura tridimensionale, si individuano  $PD_1$  e  $PD_2$  (che, come noto, sono dati dalle intersezioni del cerchio di distanza con la linea d'orizzonte) che sono rispettivamente i punti di fuga delle rette inclinate di  $135^\circ$  e di  $45^\circ$  al quadro.

La figura disposta sul geometrale (quadrato) non presenta i lati e neppure le diagonali inclinati di  $45^\circ$  o  $135^\circ$  al quadro. Allora i punti di distanza  $PD_1$  e  $PD_2$  non sono i punti di fuga delle diagonali e nemmeno dei lati del quadrato, come risultava nella prospettiva centrale (► Fig. 11).

Per determinare l'immagine prospettica del poligono giacente sul quadro occorre allora adattare il metodo alla condizione specifica; si procede nel seguente modo: per ciascun vertice  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  si tracciano, rispetto al quadro, le ortogonali e le rette inclinate di  $45^\circ$  (si ricorda che per ottenere l'immagine prospettica di un punto occorre trovare due rette che si intersecano nel punto stesso). Le prime (ortogonali al quadro) determinano sul quadro le tracce  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , e  $D$ , mentre le seconde (inclinate di  $45^\circ$  al quadro) individuano, sempre sul quadro, le tracce 1, 2, 3 e 4.

Ora si congiungono  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  con  $PP$  determinando le ortogonali prospettiche e 1, 2, 3 e 4 con  $PD_2$ , trovando le direzioni delle rette inclinate a  $45^\circ$  passanti per i vertici del quadrato.

Le intersezioni delle immagini delle rette:  $A-PP$  con  $1-PD_2$ ,  $B-PP$  con  $2-PD_2$ ,  $C-PP$  con  $3-PD_2$  e infine  $D-PP$  con  $4-PD_2$  determinano rispettivamente le immagini  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  e  $D'$  che, unite in sequenza, restituiscono l'immagine prospettica del quadrato  $ABCD$ .

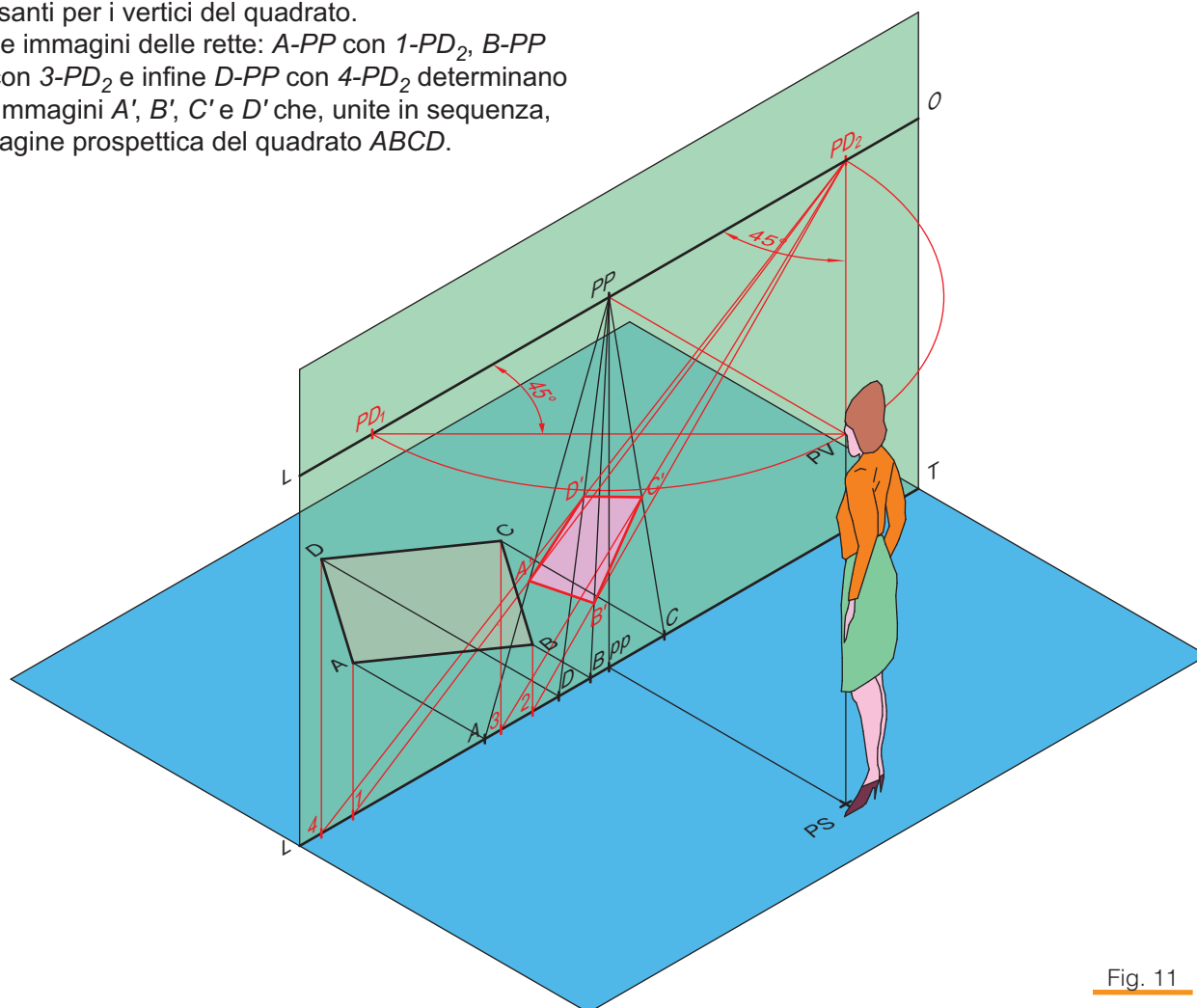


Fig. 11

Quanto illustrato consente di ricavare le rappresentazioni della prima vista (figura preparatoria sul geometrico) e della seconda vista (prospettiva sul quadro).

Si compone la figura preparatoria iniziando dalla prima vista nella quale, sul geometrico, si posizionano la figura reale (il quadrato  $ABCD$ ) e tutti gli elementi caratteristici della prospettiva, compresi i punti di distanza  $PD_1$  e  $PD_2$  collocati rispettivamente a sinistra e a destra di  $PP$  a una distanza uguale a quella di  $PV$  dal quadro (distanza principale).

Così, come illustrato nella descrizione della figura tridimensionale, anche nella figura preparatoria si conducono per i vertici  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  del quadrato le ortogonali al quadro determinando i punti traccia  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  e le rette inclinate di  $45^\circ$  al quadro stesso, individuando i punti traccia 1, 2, 3 e 4 (► Fig. 12).

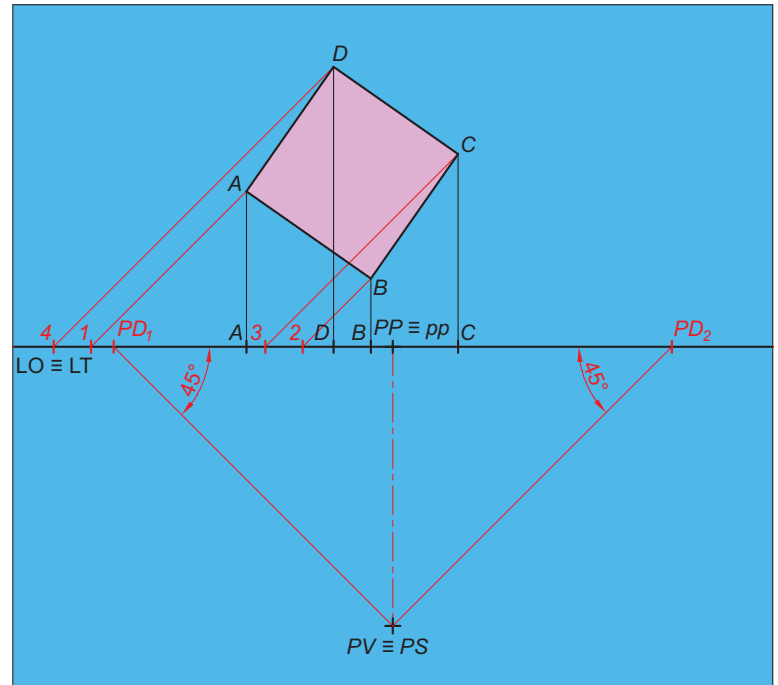


Fig. 12

Si prosegue operando sulla seconda vista nella quale, posizionati tutti gli elementi caratteristici della prospettiva ( $LO$ ,  $PP$ ,  $pp$  e i punti di distanza  $PD_1$  e  $PD_2$ ) si riportano sulla  $LT$  da  $pp$  tutti i punti traccia (le distanze si rilevano nella prima vista e vengono eventualmente adattate alla scala opportuna mediante un fattore moltiplicatore). Per  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  si conducono le ortogonali prospettiche al punto principale  $PP$  e per 1, 2, 3 e 4 le rette aventi come punto di fuga  $PD_2$ . Le intersezioni delle immagini delle rette:  $A-PP$  con  $1-PD_2$ ,  $B-PP$  con  $2-PD_2$ ,  $C-PP$  con  $3-PD_2$  e infine  $D-PP$  con  $4-PD_2$  determinano rispettivamente le immagini dei vertici  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  e  $D'$  che, unite in sequenza, restituiscono l'immagine prospettica del quadrato  $ABCD$  (► Fig. 13).

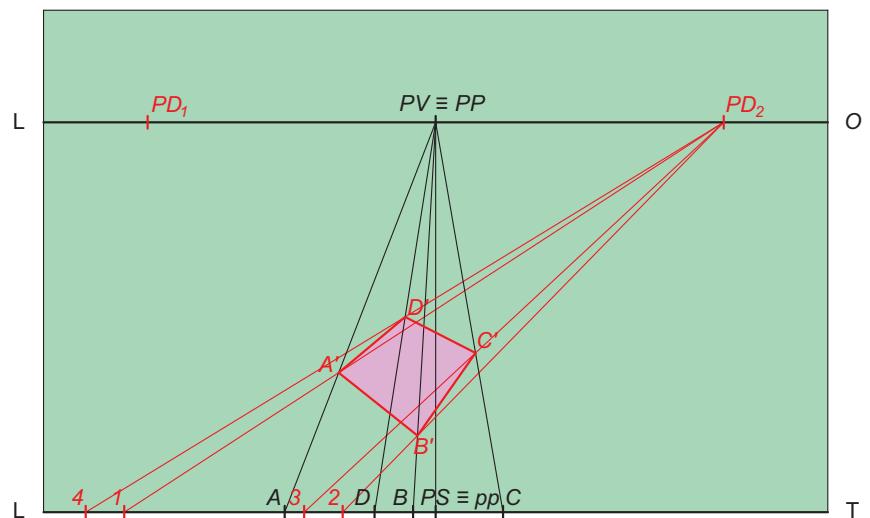


Fig. 13

Come si può constatare, confrontando la rappresentazione del quadrato appena eseguita con quella realizzata in precedenza utilizzando la prospettiva centrale, il metodo dei punti di distanza non differisce di molto tra le due prospettive. In quella centrale l'utilizzo del metodo dei punti di distanza risulta conveniente quando la figura da rappresentare mostra bordi paralleli ai raggi visuali inclinati di  $45^\circ$  al quadro. Nella prospettiva accidentale (non verificandosi parallelismi) la procedura non presenta particolari vantaggi e viene applicata a ciascun vertice della figura, le cui immagini prospettiche sono determinate dalle rette concorrenti ai punti di distanza e dalle perpendicolari al quadro.

**Problema 1**

Determinare la prospettiva accidentale di una composizione di solidi come riportata in figura.

Si predispone la figura preparatoria per il metodo dei punti di fuga; pertanto, posizionato il quadro tangente a  $B$  e con inclinazione di  $30^\circ$  ad  $AB$ , si conducono per  $PV$  le parallele ad  $AB$  e  $BC$ , individuando sul quadro i punti di fuga  $F_1$  ed  $F_2$ . Quindi, per i punti principali dell'oggetto si conducono, parallelamente a  $F_1PV$  e a  $F_2PV$ , le proiezioni sul quadro determinandone le tracce 1, 2..., 8 (► Fig. 14).

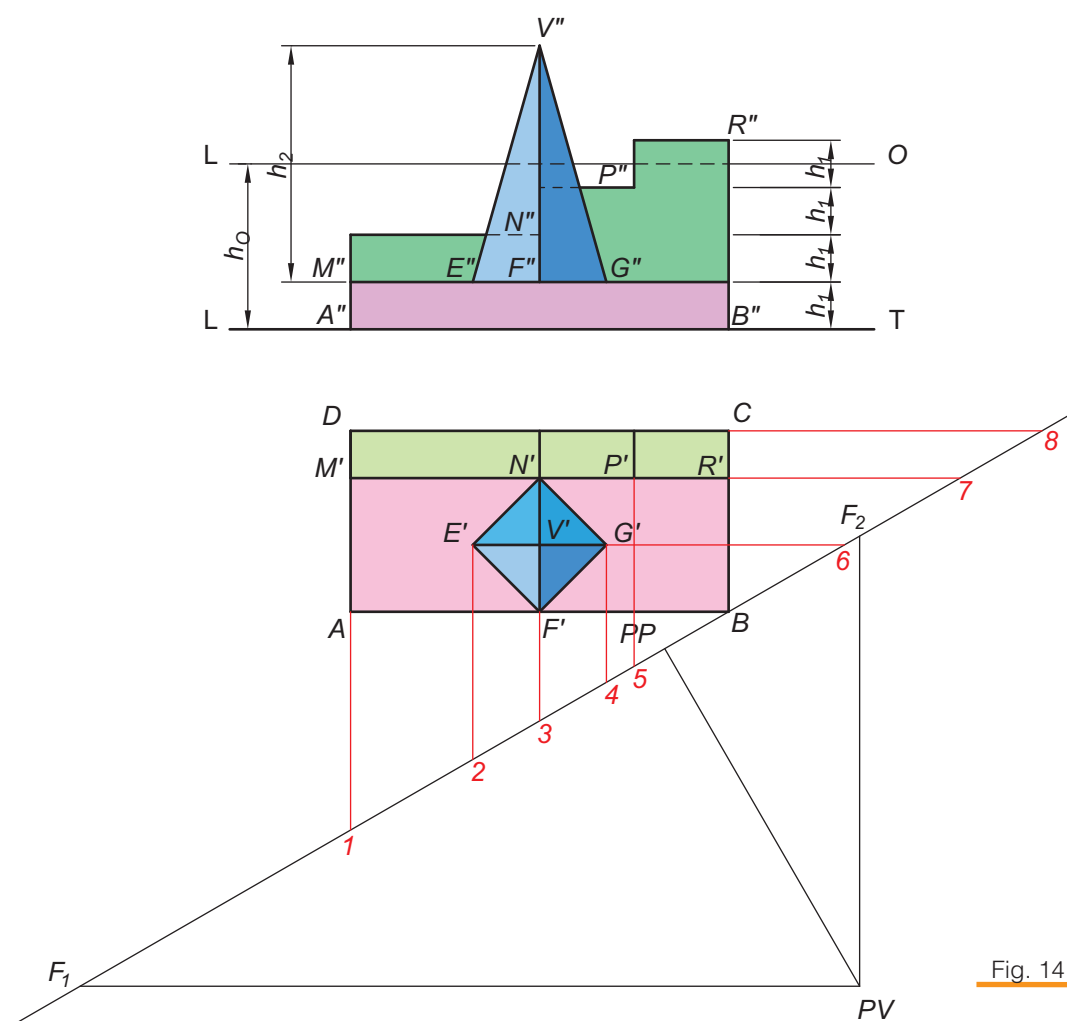


Fig. 14



- Per costruire l'impianto prospettico si rilevano le misure sulla figura preparatoria (nel caso specifico è stato impiegato un fattore di scala prospettico doppio rispetto a quello della figura preparatoria) e, tracciata la LT, si posiziona, alla quota  $h_0$ , la LO sulla quale si fissa il punto principale  $PP$ ; tracciando poi la sua proiezione sulla linea di terra, si determina  $pp$ . Ora sulla LO si collocano, alla corretta distanza da  $PP$ , i punti di fuga  $F_1$  ed  $F_2$ ; allo stesso modo sulla LT si riportano, alla corretta distanza da  $pp$ , i punti traccia 1, 2, 3..., 8 e il punto  $B$ . Sulla figura preparatoria i segmenti  $1D$ ,  $2E'$ ,  $3N'$ ,  $4G'$ ,  $5P'$  e  $BC$  sono paralleli alla direzione  $PVF_2$ ; pertanto, nell'impianto prospettico, convergono tutti in  $F_2$ . Ugualmente i segmenti  $AB$ ,  $E'6$ ,  $M'7$  e  $D8$ , paralleli alla direzione  $PVF_1$ , convergono in  $F_1$ . Tracciate le direzioni indicate, è facile individuare i punti immagine  $A'$ ,  $C'$  e  $D'$  che, con  $B$ , costituiscono la base dell'oggetto e disegnare la pianta dello stesso (per renderla visibile è stata evidenziata con segno 01.2) (► Fig. 15).

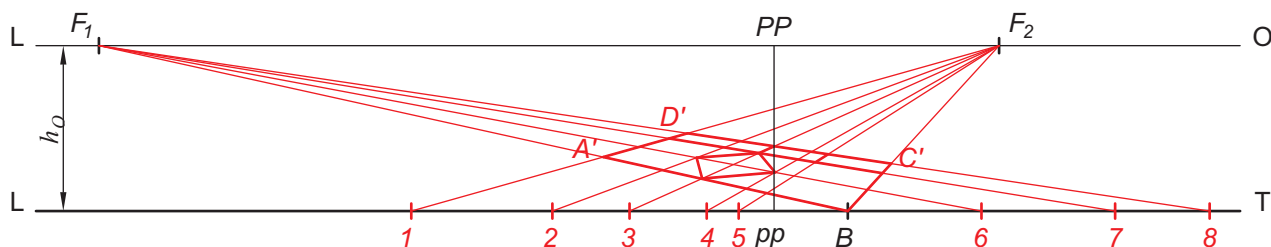


Fig. 15

- Determinata la pianta, è possibile riportare le altezze. Vista la struttura dell'oggetto, conviene operare iniziando dal basamento (parte rosa più vicina all'osservatore) per poi passare alla piramide (in posizione intermedia) e completare la rappresentazione con i gradoni (parte verde più lontana). Dal punto  $B$  (appartenente al quadro) si traccia, verticalmente a LT, lo spigolo del basamento di dimensione  $h_1$  (nel rapporto di scala opportuno) la cui estremità superiore viene condotta a  $F_1$  e a  $F_2$ , individuando così i bordi della sommità del basamento. I margini verticali dello stesso sono determinati dalle ortogonali condotte per  $A'$  e  $C'$ . Si passa quindi alla piramide collocata sul basamento: per rappresentarla è necessario individuare l'immagine della sua base sul basamento stesso. Per farlo si ricerca l'intersezione della direzione  $6F_1$  (contenente i vertici di base  $E$  e  $G$  della piramide) con  $BC'$ , e da questa si innalza la verticale fino al bordo superiore del basamento e la si conduce a  $F_1$ . Allo stesso modo si opera con la direzione  $3F_2$  (contenente gli altri due vertici di base della piramide) intersecante  $A'B$  che viene riportata sulla parte superiore del basamento, conducendola poi a  $F_2$ . Ora si innalzano i quattro vertici della piramide fino a intersecare le due direzioni appena trovate individuando le immagini dei vertici di base della piramide. Sulla traccia 6 si riportano consecutivamente le altezze  $h_1$  (altezza del basamento) e  $h_2$  (altezza della piramide) e si conduce l'estremità superiore a  $F_1$ . Dal centro della base della piramide si innalza la verticale che interseca il triangolo delle altezze in  $V'$ . Ora, unendo  $V'$  alle immagini dei vertici di base, si determina l'immagine della piramide (► Fig. 16).

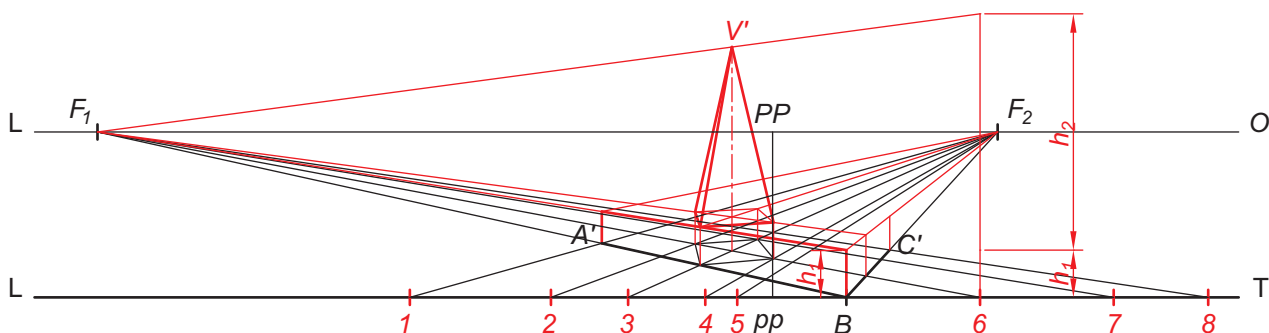


Fig. 16

- L'ultimo elemento da rappresentare è costituito dai gradoni posti dietro la piramide. Il loro riferimento per le altezze è la traccia 7 dalla quale si riporta verticalmente per quattro volte la dimensione  $h_1$ ; gli estremi di ogni tratto  $h_1$  vengono portati a  $F_1$  determinando le direzioni prospettiche dei diversi livelli. Sulla pianta si individuano le intersezioni della direzione  $7F_1$  con le direzioni  $1F_2$ ,  $3F_2$  e  $5F_2$  dalle quali si conducono le verticali che consentono di trovare (intercettando i riferimenti delle altezze) i diversi livelli dei gradoni identificati dalle immagini dei vertici  $R'$ ,  $P'$  ed  $M'$ . Si completa la prospettiva con la rappresentazione della profondità dei gradoni (► Fig. 17).

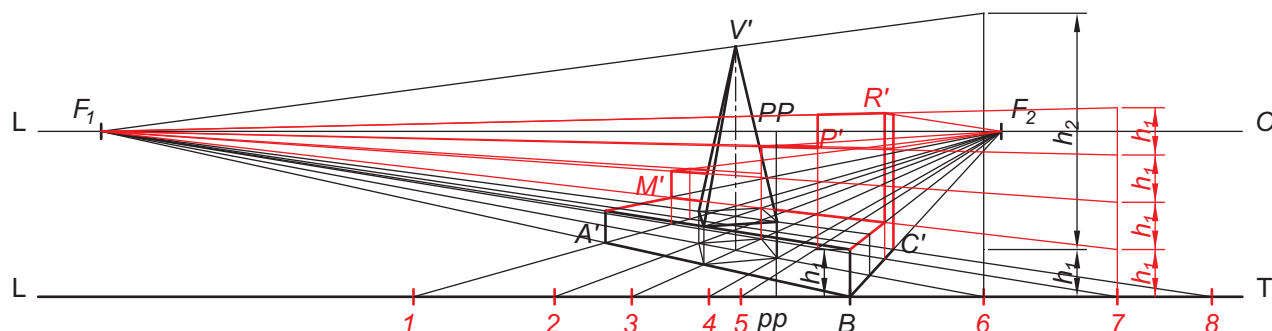


Fig. 17

- Applicando una campitura solida di colore diverso ai singoli elementi (basamento, piramide e gradoni) riportati nella rappresentazione prospettica, conforme a quella indicata nella figura preparatoria, si ottiene una visione tridimensionale ancor più realistica (► Fig. 18).

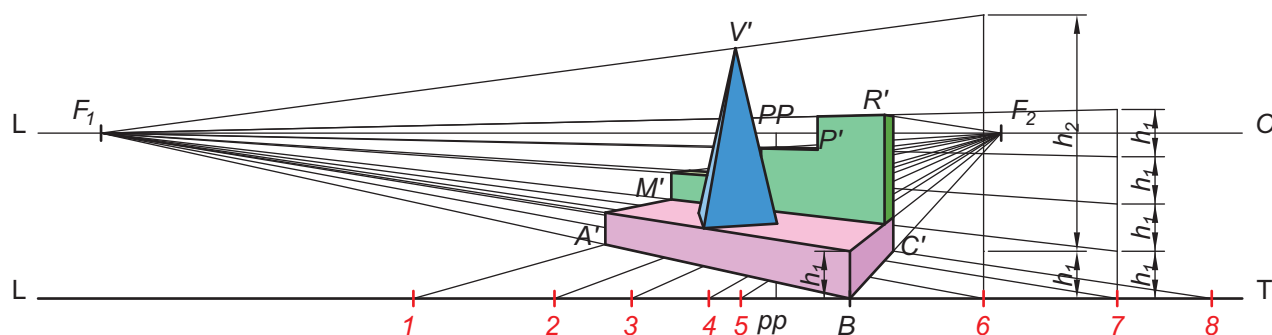


Fig. 18

## 4. Prospettiva razionale

La prospettiva centrale e quella accidentale, come noto, assumono il quadro prospettico sempre ortogonale al geometrale: in tal modo tutti i punti di fuga delle rette, giacenti sul geometrale stesso o su piani a esso paralleli, si collocano sulla linea d'orizzonte LO. Le rette ortogonali al geometrale e quelle parallele al quadro hanno punti di fuga impropri (posti all'infinito) e rimangono prospetticamente invariate.

L'utilizzo di questi metodi spesso, però, non riesce a inquadrare per intero l'oggetto nel cono ottico (in particolare in altezza), oppure genera prospettive notevolmente deformate.

Per ovviare a questi limiti si può ricorrere alla **prospettiva razionale**, detta anche *a quadro inclinato*, che si differenzia dalle precedenti proprio per non avere il quadro prospettico ortogonale al geometrale ma inclinato a esso. Tale condizione permette di avere un punto di fuga  $F_3$  a distanza finita (proprio) anche per le rette ortogonali al geometrale e ottenere così una rappresentazione prospettica più realistica. L'asse visivo si mantiene sempre ortogonale al quadro e la linea d'orizzonte LO parallela a quella di terra LT.

In questo tipo di prospettiva, per ottenere la figura preparatoria, le proiezioni ortogonali sono eseguite collocando di profilo sia l'oggetto sia il quadro prospettico come rappresentato negli esempi che seguono.

Se l'osservatore, guardando un oggetto da una posizione rialzata non riesce a inquadrarlo completamente nel cono ottico (► Fig. 19), è costretto a inclinare di un angolo  $\alpha$  l'asse visivo verso il basso. In tal modo anche il quadro si inclina verso l'oggetto di un angolo della stessa ampiezza  $\alpha$  (prospettiva dall'alto verso il basso) (► Fig. 20).

Similmente, quando l'osservatore guarda l'oggetto dal basso, se non riesce a inquadrarlo completamente (► Fig. 21), deve inclinare l'asse visivo verso l'alto di un angolo  $\alpha$  facendo inclinare, di conseguenza, il quadro prospettico verso se stesso del medesimo angolo  $\alpha$  (prospettiva dal basso verso l'alto) (► Fig. 22).

In entrambi i casi, se l'osservatore avesse potuto allontanarsi dall'oggetto, avrebbe risolto il problema: difatti il cono ottico si sarebbe ampliato e l'oggetto sarebbe rientrato completamente nel campo visivo. Tale pratica, però, se per un verso risolve l'inquadratura dell'oggetto, dall'altro produce un'immagine prospettica, dell'oggetto stesso, assai ridotta (che, frequentemente, risulta addirittura non eseguibile).

La prospettiva razionale trova, in generale, applicazione proprio in questi casi e, con l'inserimento di un punto di fuga  $F_3$  (in cui concorrono tutte le verticali), permette di eseguire una raffigurazione più realistica.

Analizziamo ora le rappresentazioni schematiche delle figure preparatorie, relative ai due casi appena presentati, eseguite mediante viste dall'alto e di fronte (ottenute rispettivamente sul geometrale e sul piano frontale) determinando gli elementi caratteristici della prospettiva.

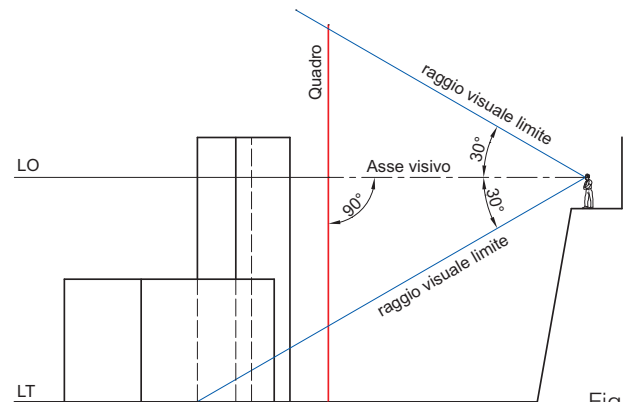


Fig. 19

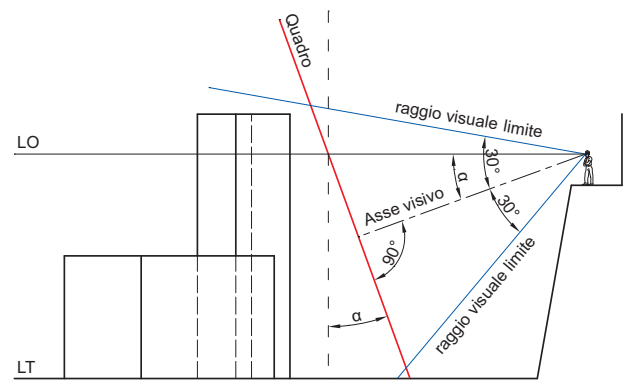


Fig. 20

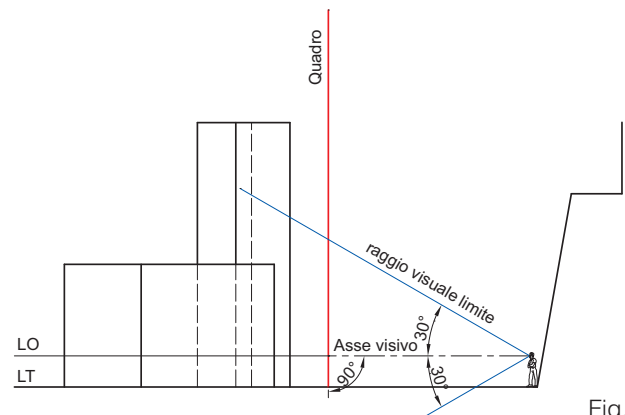


Fig. 21

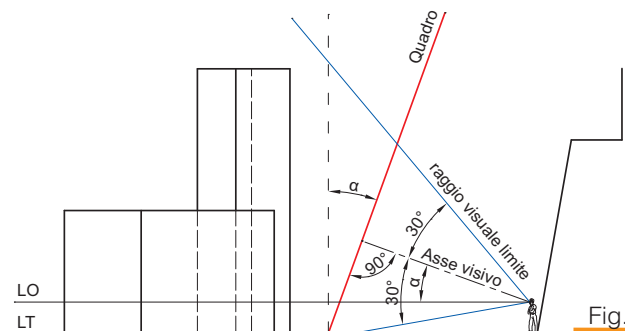


Fig. 22

## Prospettiva dall'alto verso il basso

Fissato il punto di vista  $PV$  e trovata la linea d'orizzonte  $LO$ , si individua l'inclinazione  $\alpha$  dell'asse visivo in modo tale che l'oggetto risulti completamente contenuto nel cono ottico (in blu). Quindi, sulla vista frontale, ortogonalmente all'asse visivo, si determina la traccia del quadro prospettico (in rosso) che interseca: la  $LO$  in  $S$ , l'asse visivo nel punto principale  $PP$  e la  $LT$  in  $T$ .

Si proiettano i punti appena trovati individuando, sull'asse visivo condotto da  $PV$  parallelamente al piano frontale, le loro posizioni sul geometrale.

Ora, per determinare il punto di fuga  $F_3$ , si prolunga la traccia del quadro e, nell'intersezione con il raggio visuale condotto da  $PV$  parallelamente alla ortogonale a  $LT$  (direzione delle altezze), si ottiene il punto cercato. Centrando il compasso in  $F_3$ , con apertura  $F_3-PV$ , si riporta  $PV$  sul quadro trovando  $M_3$  (punto misuratore delle linee verticali). Le misure  $h_{LO}$ ,  $h_{M_3}$  e  $h_{F_3}$  (rilevate sul quadro) identificano, nell'impianto prospettico, rispetto alla  $LT$ , le quote della  $LO$ , di  $M_3$  (positive) e di  $F_3$  (negativa, sotto  $LT$ ) (► Fig. 23).

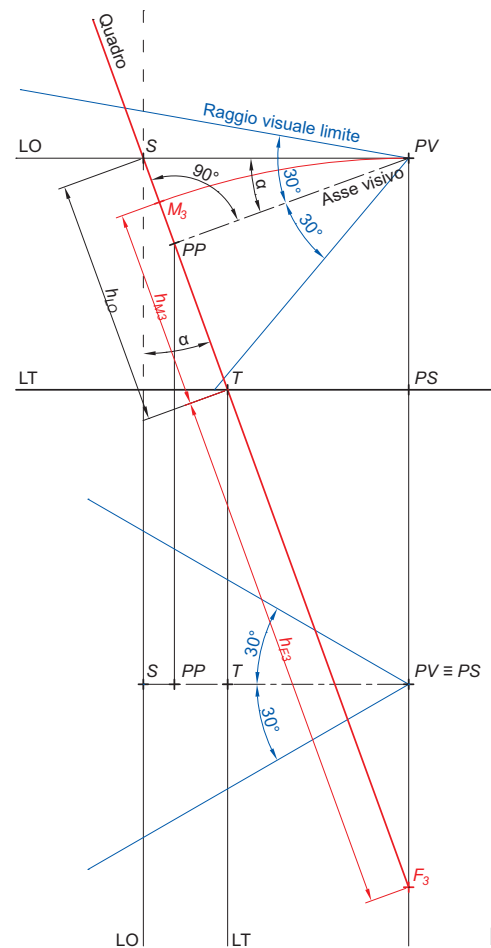


Fig. 23

## Prospettiva dal basso verso l'alto

Si procede come nel caso precedente: fissato il punto di vista  $PV$  e trovata la linea d'orizzonte  $LO$ , si individua l'inclinazione  $\alpha$  che deve avere l'asse visivo affinché l'oggetto risulti completamente contenuto nel cono ottico (in blu). Sulla vista frontale, ortogonalmente all'asse visivo, si determina la traccia del quadro prospettico (in rosso) che interseca: la linea d'orizzonte  $LO$  in  $S$ , l'asse visivo nel punto principale  $PP$  e la linea di terra  $LT$  in  $T$ .

Quindi, si proiettano sul geometrale i punti appena trovati individuando le loro posizioni sull'asse visivo condotto da  $PV$  parallelamente al piano frontale.

Ora, per determinare il punto di fuga  $F_3$ , si prolunga la traccia del quadro e, nell'intersezione con il raggio visuale condotto da  $PV$  parallelamente alla ortogonale a  $LT$  (direzione delle altezze), si ottiene il punto cercato. Centrando il compasso in  $F_3$ , con apertura  $F_3-PV$ , si riporta  $PV$  sul quadro trovando  $M_3$  (punto misuratore delle linee verticali).

Le misure  $h_{M_3}$ ,  $h_{LO}$  e  $h_{F_3}$  (rilevate su quadro) identificano, nell'impianto prospettico, rispetto alla  $LT$ , le quote di  $M_3$ , della  $LO$  e di  $F_3$  (tutte positive in quanto sopra la linea di terra) (► Fig. 24).

Sulla base di quanto illustrato sull'impostazione della figura preparatoria per la prospettiva razionale, vediamo due esempi pratici.

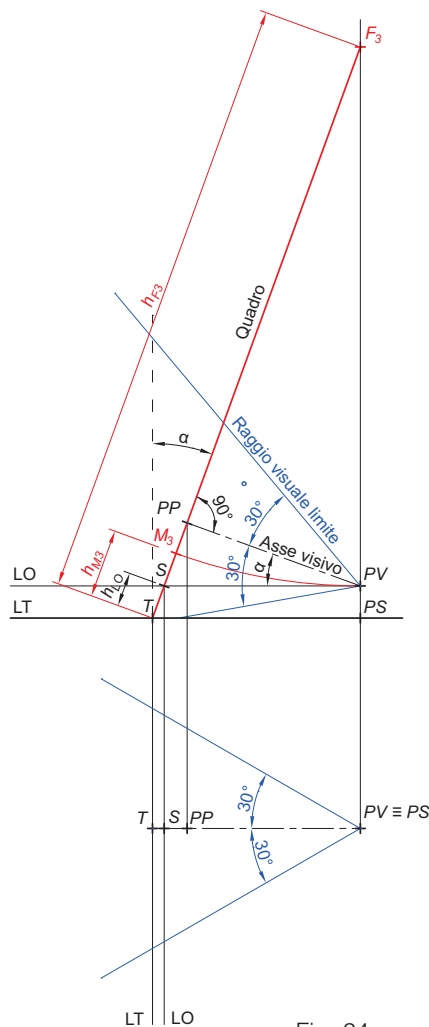


Fig. 24

## Problema 1

**Determinare la prospettiva di una composizione di solidi applicando il sistema della prospettiva razionale con punto di vista dall'alto.**

Nella figura preparatoria vengono determinati, nella vista sul geometrico, con le modalità note: i punti di fuga  $F_1$  ed  $F_2$ , i punti misuratori  $M_1$  ed  $M_2$  disposti sulla LO e i punti di riferimento per applicare il metodo dei punti misuratori. Conducendo da  $PV$  un raggio visuale parallelo agli spigoli verticali dei solidi, si determina  $F_3$  sul prolungamento del quadro. Facendo centro con il compasso in  $F_3$ , riportando  $PV$  sul quadro, si trova sul quadro stesso il punto misuratore delle altezze  $M_3$  (in colore rosso). Rilevate sul quadro le distanze  $TS = h_{LO}$ ,  $TF_3 = h_{F3}$  e  $TM_3 = h_{M3}$ , si può procedere con la costruzione dell'impianto prospettico (► Fig. 25).

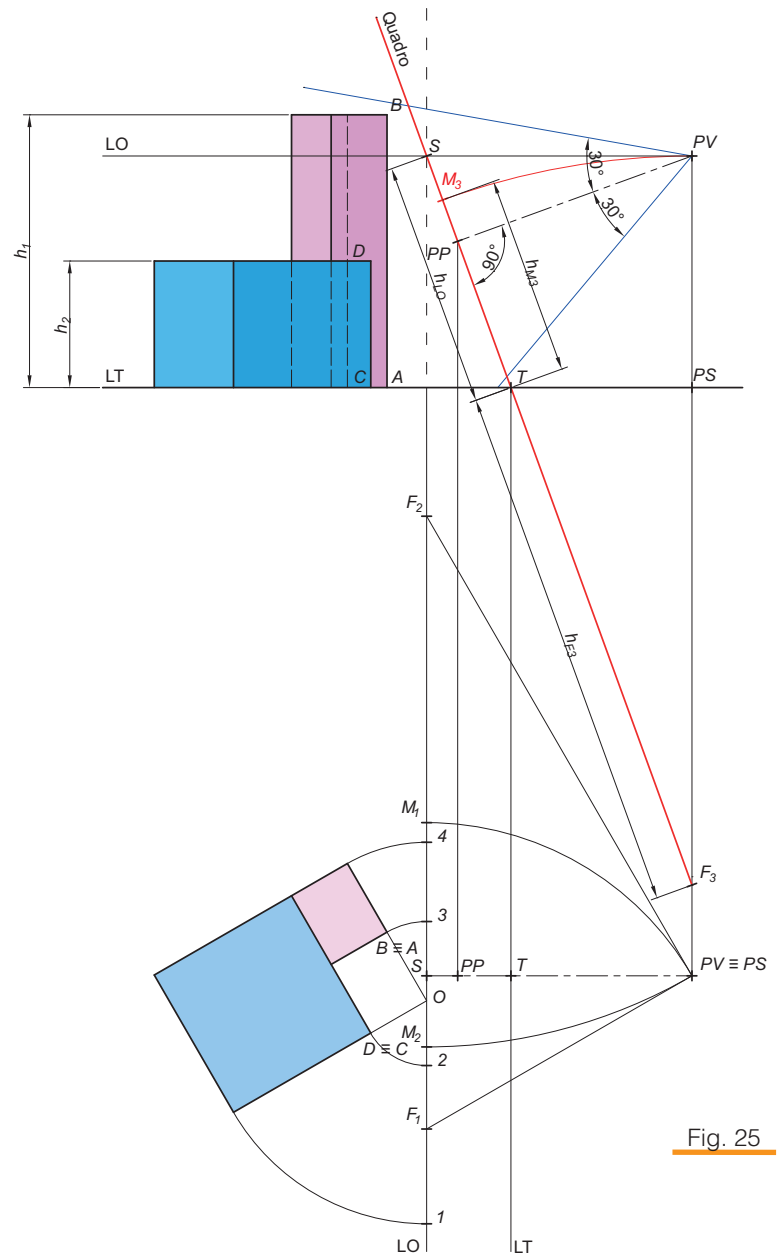


Fig. 25

- Tracciata la linea di terra LT, si riporta da LT, nella scala opportuna, la misura  $h_{LO}$  (distanza tra la LT e la LO misurata sul quadro posto di profilo nella figura preparatoria) individuando così la posizione della linea d'orizzonte LO. Su questa si fissa il punto S e si determina la sua proiezione T su LT. Da S, sulla LO, si inseriscono  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $M_1$  ed  $M_2$  le cui posizioni sono state rilevate sulla figura preparatoria. Per trovare l'immagine prospettica delle basi dei due parallelepipedi si procede, con le modalità note, applicando il metodo dei punti misuratori combinato con quello dei punti di fuga. Le basi dei solidi così ottenute sono evidenziate in blu (► Fig. 26).

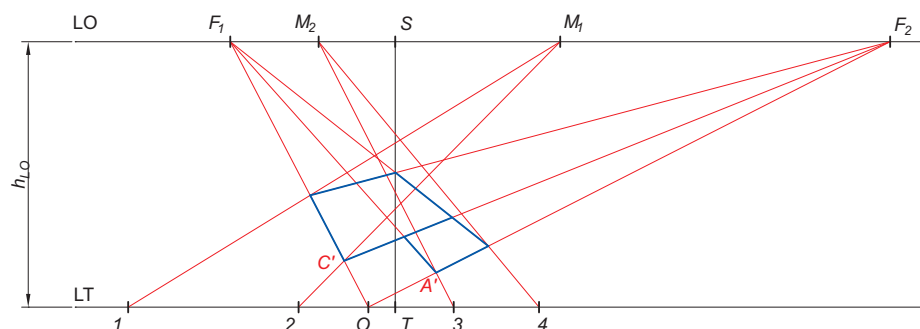


Fig. 26

- Per determinare le altezze occorre, innanzi tutto, trovare il relativo punto di fuga  $F_3$  posto sul prolungamento della  $ST$ , al di sotto della  $LT$ , alla distanza corrispondente a  $h_{F3}$  dalla  $LT$  stessa (come rilevabile nella proiezione di profilo della figura preparatoria).
- Altro elemento fondamentale per costruire la prospettiva è  $M_3$  (punto misuratore delle altezze), posizionato sulla  $ST$  alla quota  $h_{M3}$  dalla linea di terra (si confronti la figura preparatoria).
- Si inizia determinando l'immagine prospettica del parallelepipedo più alto (in colore rosa), facendo concorrere i vertici di base a  $F_3$ , prolungando poi le linee verso l'alto oltre la  $LO$  (queste sono le direzioni che assumono gli spigoli verticali in prospettiva). Per individuare le altezze prospettiche degli spigoli si riporta dal punto  $O$ , ortogonalmente a  $LT$ , l'altezza  $h_1$  (in colore blu). Si unisce  $M_3$  alla sommità di  $h_1$  prolungando fino a intersecare la direzione  $F_3O$ : si trova così l'altezza prospettica del parallelepipedo condotta da  $O$ . Questa, portata a  $F_2$ , interseca la direzione  $F_3A'$  identificando  $B'$  (vertice superiore corrispondente ad  $A'$ ) dal quale è possibile ricavare, essendo note le direzioni degli altri spigoli, i rimanenti vertici (► Fig. 27).

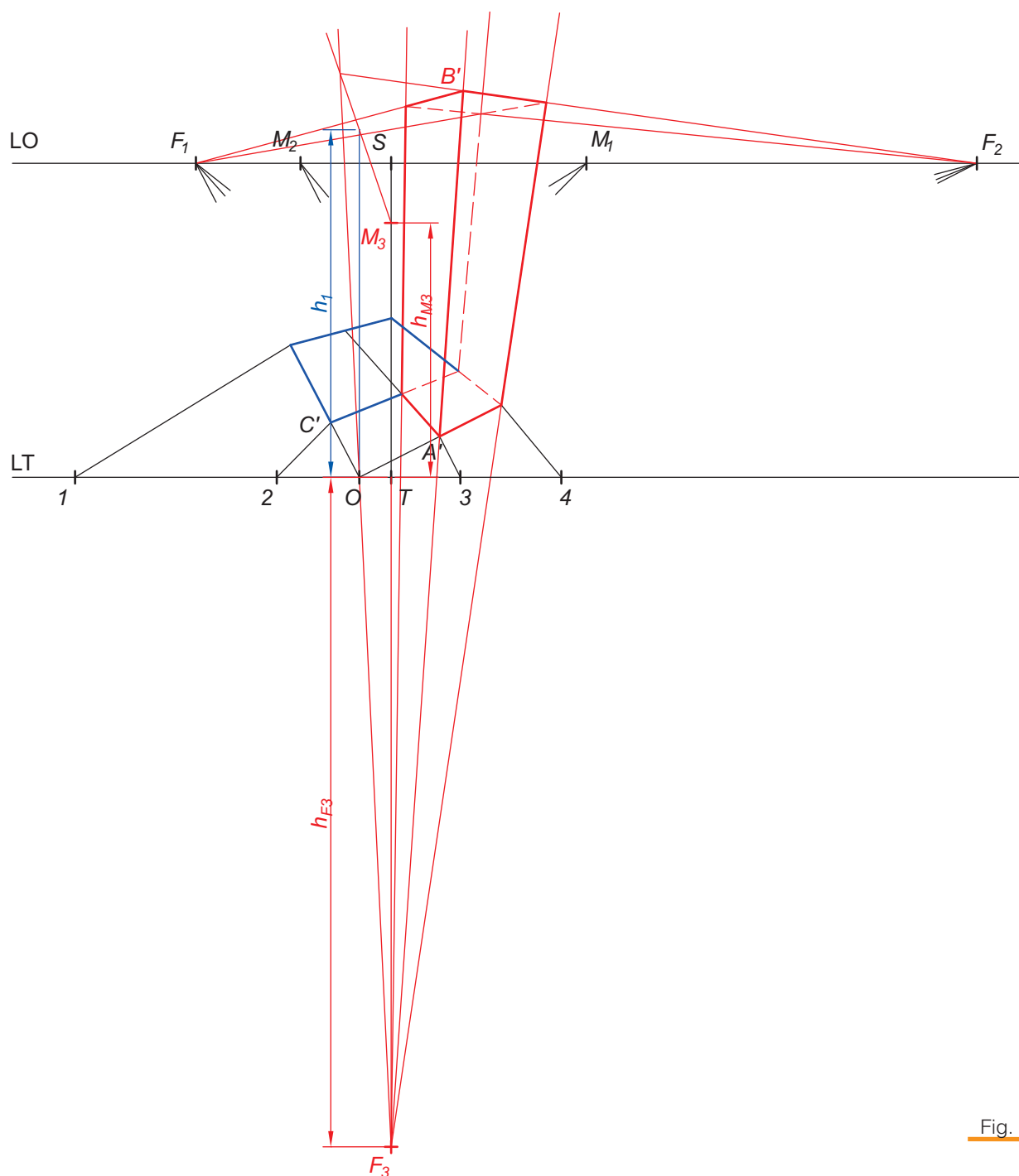


Fig. 27

■ Ora, iterando la procedura appena eseguita, si affronta la rappresentazione del parallelepipedo di altezza minore (in colore blu nella figura preparatoria). Si fanno concorrere i vertici di base a  $F_3$  e si prolungano le linee verso l'alto: queste identificano le direzioni prospettiche degli spigoli verticali. Dal punto  $O$ , ortogonalmente a  $LT$ , si riporta l'altezza  $h_2$  (in colore blu) e si unisce  $M_3$  alla sommità di  $h_2$  prolungando fino a intersecare la direzione  $F_3O$ . Si è così trovata l'altezza prospettica del solido condotta da  $O$ . Questa, unita a  $F_1$ , interseca la direzione  $F_3C'$  identificando  $D'$  (vertice superiore corrispondente a  $C'$ ) dal quale è possibile ricavare, essendo note le direzioni degli altri spigoli, i rimanenti vertici (► Fig. 28).

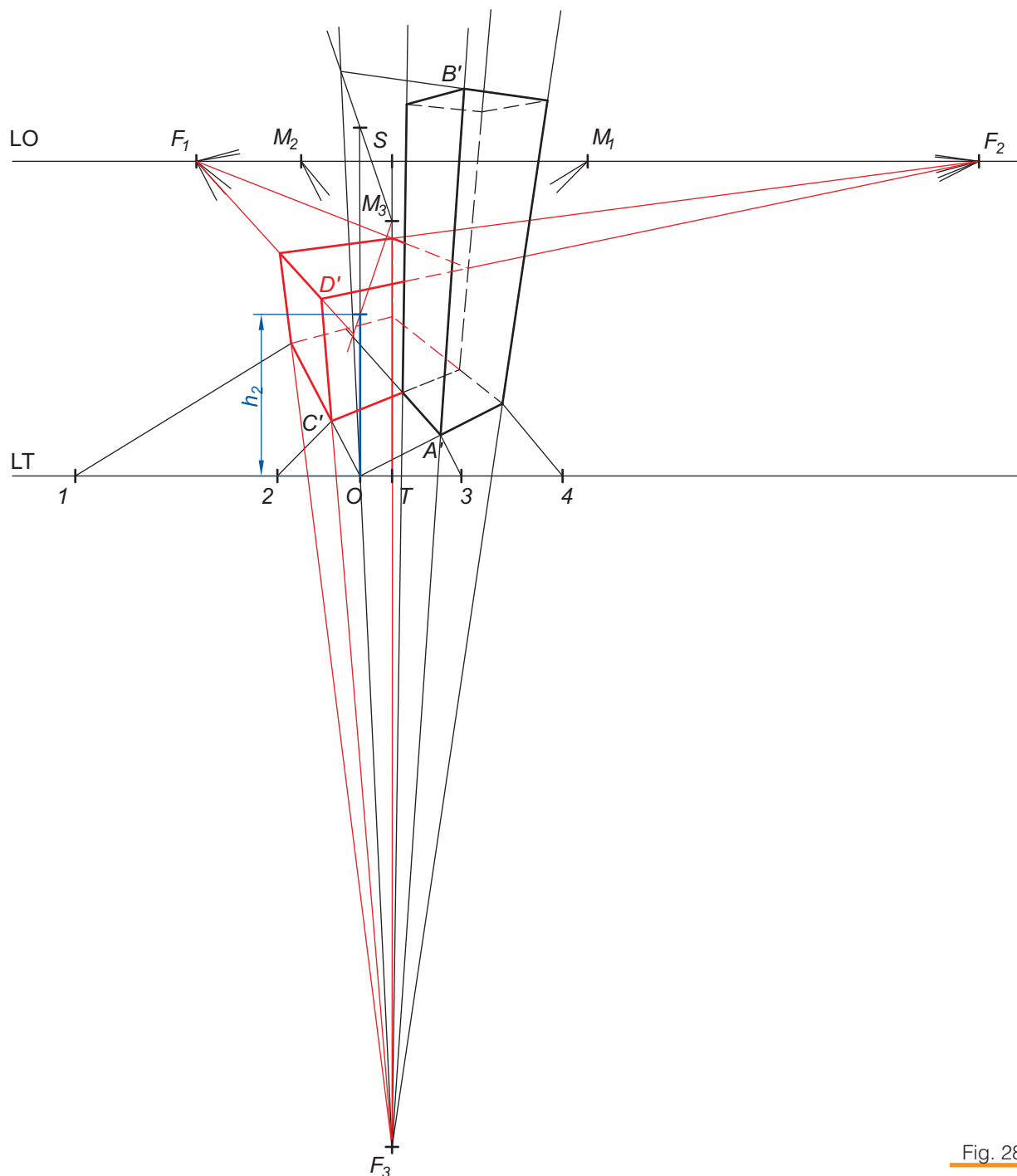


Fig. 28

- Applicando campiture solide alle facce dei parallelepipedi, conformi a quelle riportate nella figura preparatoria, si ottiene una visione tridimensionale dei due solidi ancor più realistica (► Fig. 29).

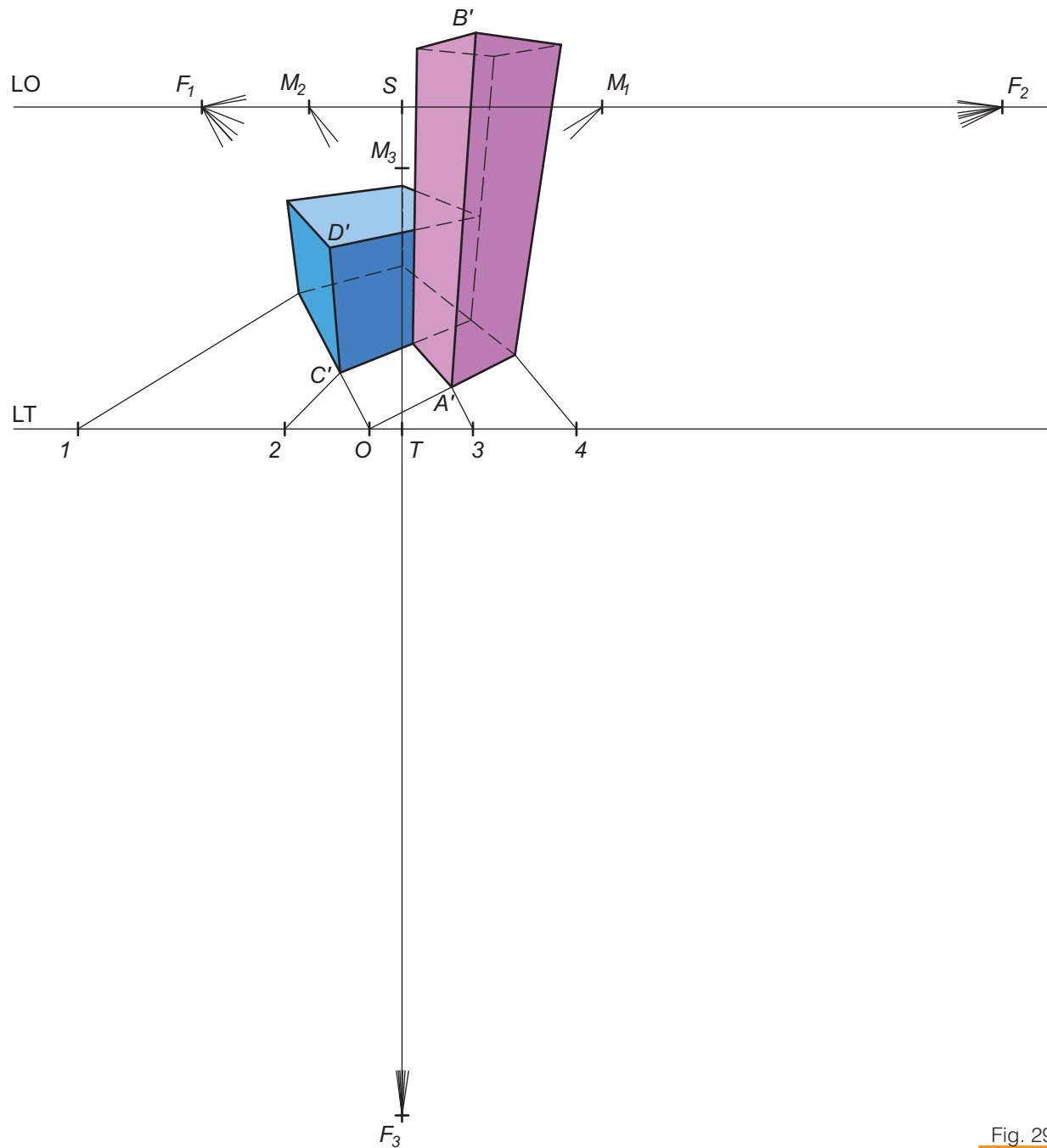


Fig. 29



## Problema 2

Determinare la prospettiva della stessa composizione di solidi del problema precedente applicando il sistema della prospettiva razionale, però con punto di vista dal basso.

Nella figura preparatoria vengono determinati, nella vista sul geometrale, con le modalità note: i punti di fuga  $F_1$  ed  $F_2$ , i punti misuratori  $M_1$  ed  $M_2$  disposti sulla LO e i punti di riferimento per sviluppare la prospettiva con il metodo dei punti misuratori.

Conducendo da  $PV$  un raggio visuale parallelo agli spigoli verticali dei parallelepipedi, si trova  $F_3$  sul prolungamento del quadro (da notare che, in questo caso,  $F_3$  si trova sopra la linea di terra). Facendo centro con il compasso in  $F_3$ , riportando  $PV$  sul quadro, si determina sul quadro stesso il punto misuratore delle altezze  $M_3$  (in colore rosso).

Rilevate sul quadro le distanze  $TS = h_{LO}$ ,  $TM_3 = h_{M3}$  e  $TF_3 = h_{F3}$  si può procedere con la costruzione dell'impianto prospettico (► Fig. 30).

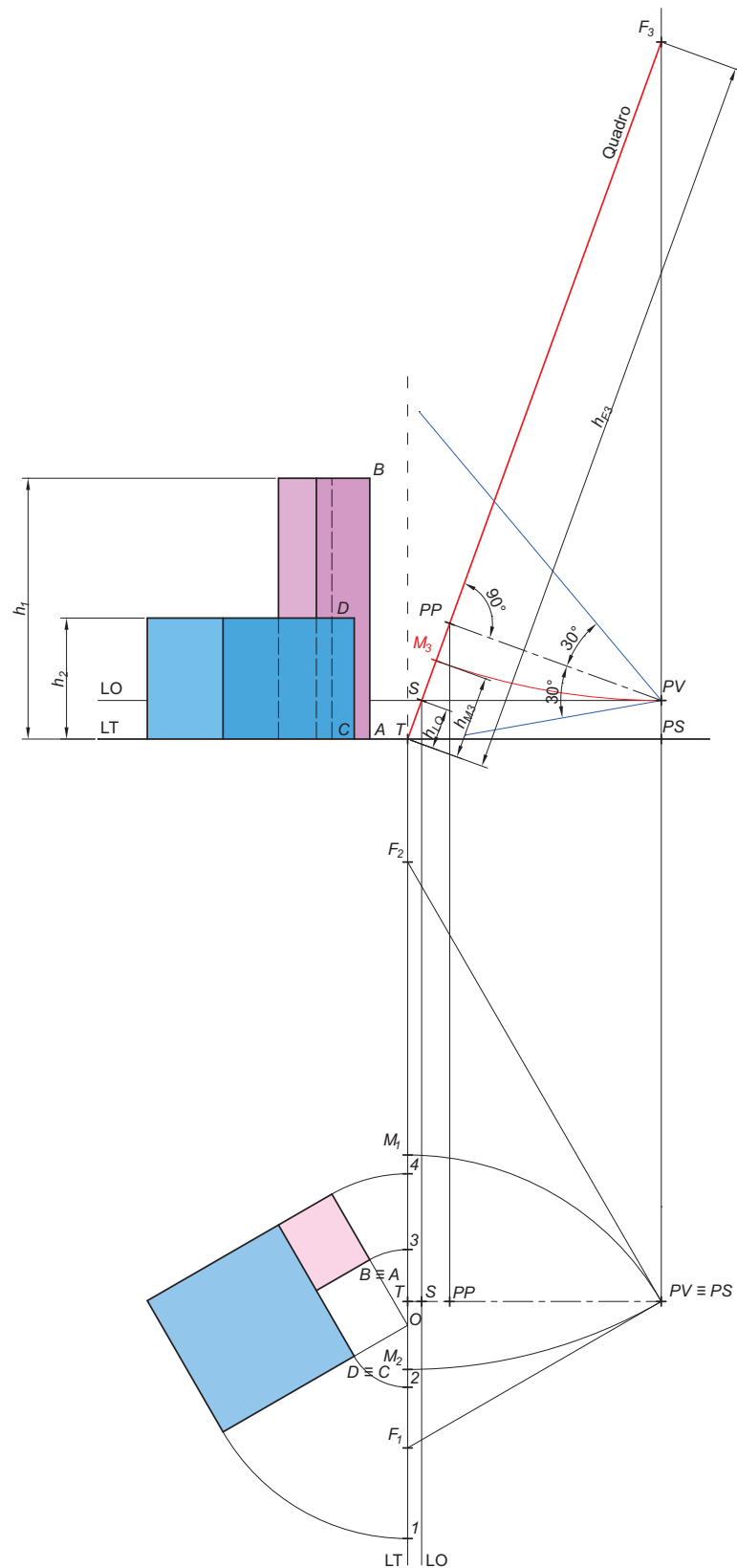


Fig. 30

- Tracciata la linea di terra LT, si riporta da LT, nella scala opportuna, la misura  $h_{LO}$  (distanza tra la LT e la LO rilevata sul quadro posto di profilo nella figura preparatoria) individuando così la posizione della linea d'orizzonte LO. Su questa si fissa il punto S e si determina la sua proiezione T su LT. Da S, sulla LO, si inseriscono  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $M_1$  ed  $M_2$  le cui posizioni sono state rilevate sulla figura preparatoria. La distanza tra LT e LO può risultare assai ridotta, in particolare se le altezze degli oggetti sono considerevoli rispetto a quella dell'osservatore; di conseguenza, per poter eseguire correttamente la prospettiva, può essere necessario adottare adeguati fattori moltiplicatori.

Si inizia rappresentando l'immagine prospettica delle basi dei due parallelepipedi: il procedimento segue le modalità note, già ampiamente illustrate, relative al metodo dei punti misuratori combinato con quello dei punti di fuga. La basi dei solidi così ottenute sono evidenziate in blu (► Fig. 31).

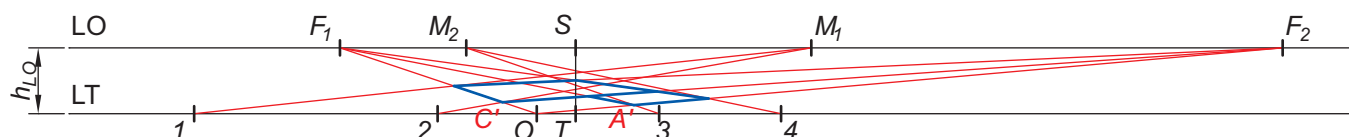


Fig. 31

- Per determinare le altezze occorre trovare i due elementi fondamentali: il punto di fuga  $F_3$  –posizionato al di sopra della LT sul prolungamento di ST alla quota  $h_{F3}$ – e il punto misuratore delle altezze  $M_3$  – collocato anch'esso, sopra la linea di terra, sul prolungamento di ST alla quota  $h_{M3}$ – ( $h_{F3}$  e  $h_{M3}$  sono entrambe rilevabili nella proiezione di profilo della figura preparatoria).

Si inizia determinando l'immagine prospettica del parallelepipedo più alto, facendo concorrere i vertici di base a  $F_3$  (le direzioni trovate sono quelle che assumono gli spigoli verticali in prospettiva). Per individuare le altezze prospettiche degli spigoli si riporta dal punto O, ortogonalmente a LT, l'altezza  $h_1$  (in colore blu). Si unisce  $M_3$  alla sommità di  $h_1$ ; l'intersezione con la direzione  $F_3O$  individua l'altezza prospettica del parallelepipedo condotta da O. Questa, portata a  $F_2$ , interseca la direzione  $F_3A'$  identificando  $B'$  (vertice superiore corrispondente ad  $A'$ ) dal quale è possibile ricavare, essendo note le direzioni degli altri spigoli, i rimanenti vertici (► Fig. 32).

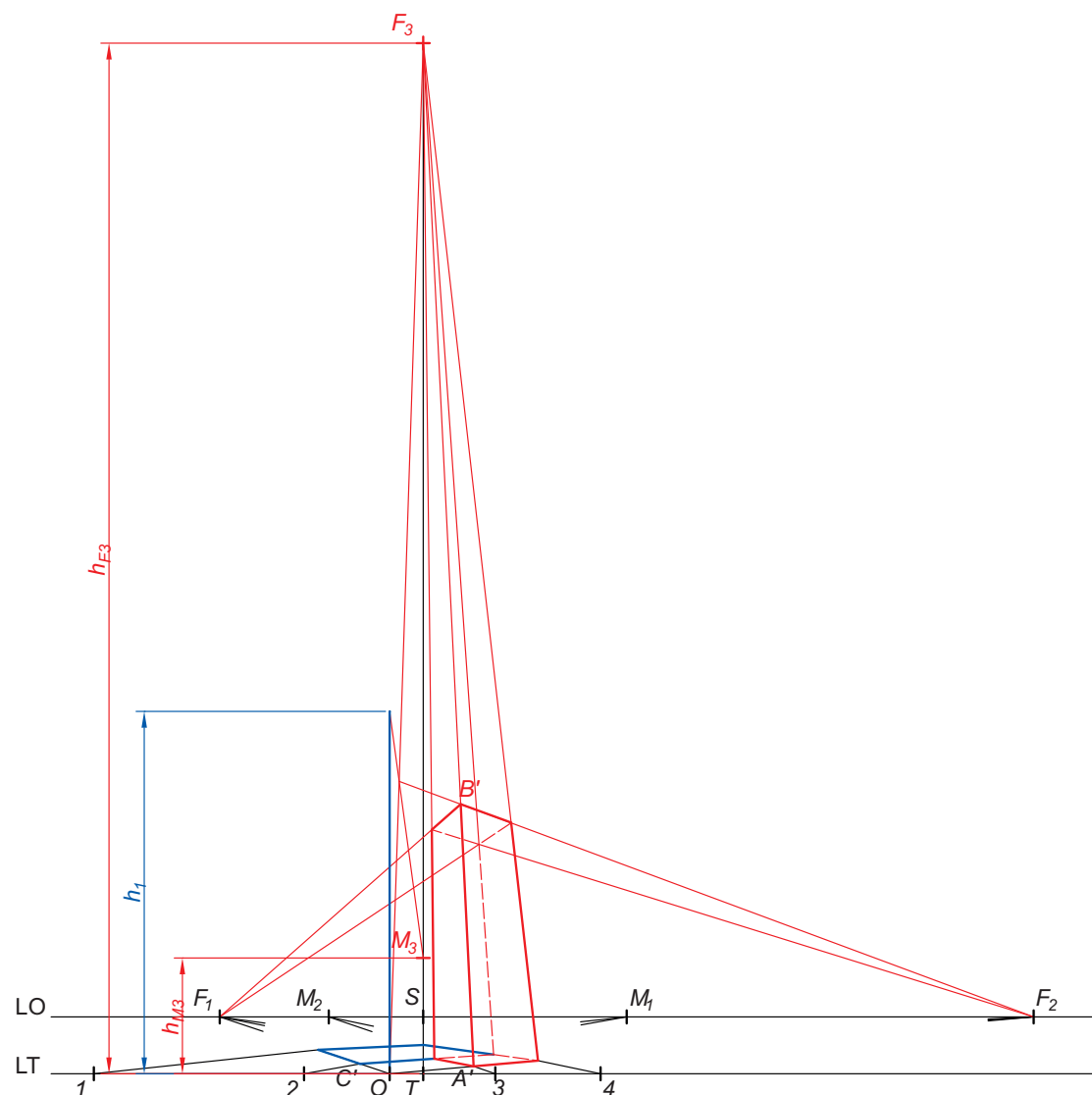


Fig. 32

- Ora, iterando la procedura appena svolta, si esegue la rappresentazione del parallelepipedo di altezza minore (in colore blu nella figura preparatoria). Si fanno concorrere i vertici di base a  $F_3$ : le direzioni identificate rappresentano quelle prospettiche degli spigoli verticali del solido. Dal punto  $O$ , ortogonalmente a  $LT$ , si riporta l'altezza  $h_2$  (in colore blu) e si unisce  $M_3$  alla sommità di  $h_2$ : l'intersezione con la direzione  $F_3O$  individua l'altezza prospettica del parallelepipedo condotta da  $O$ . Questa, portata a  $F_1$ , interseca la direzione  $F_3C'$  identificando  $D'$  (vertice superiore corrispondente a  $C'$ ) dal quale è possibile ricavare, essendo note le direzioni degli altri spigoli, i rimanenti vertici (► Fig. 33).

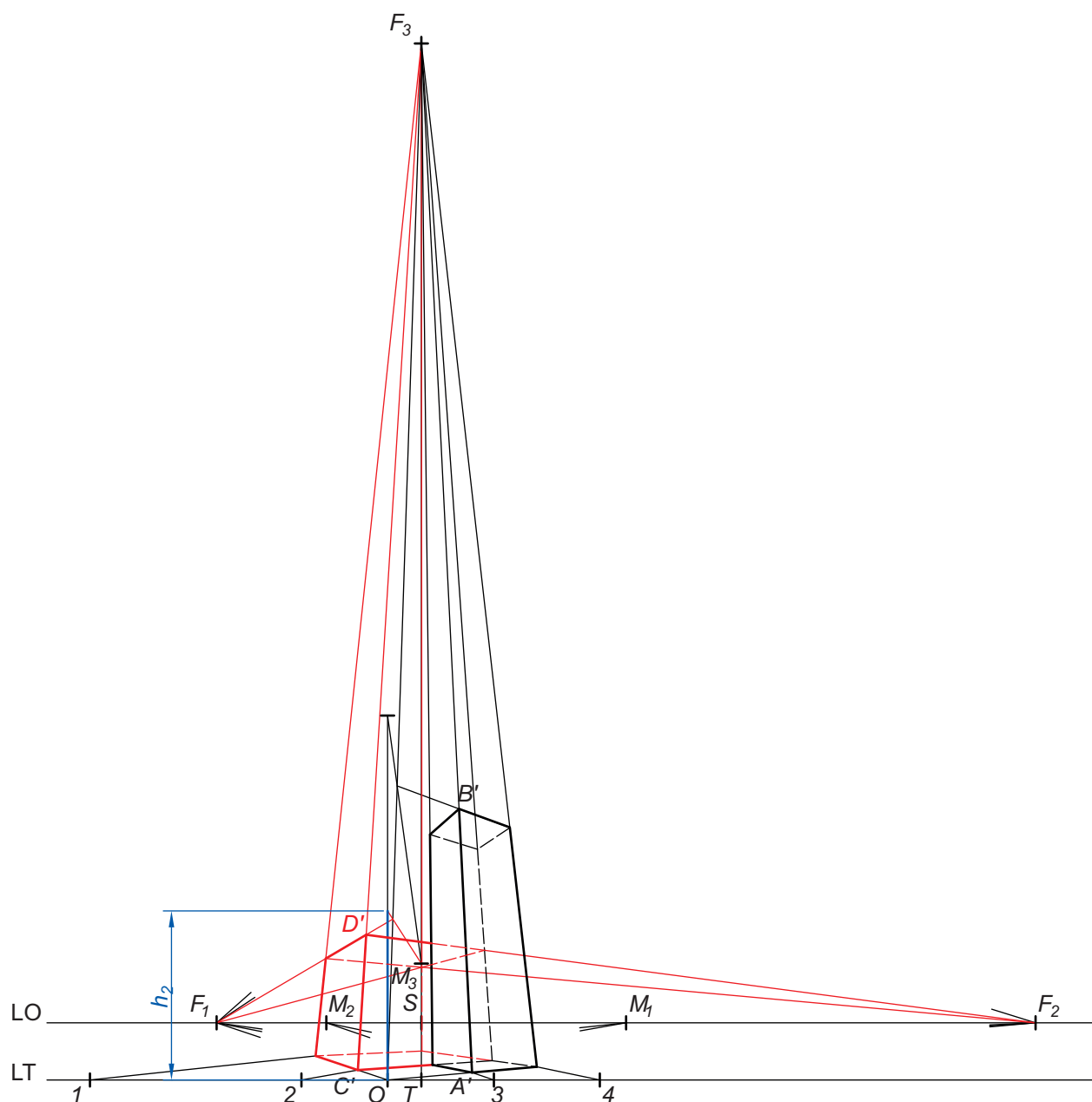


Fig. 33

- Applicando campiture solide alle facce dei parallelepipedi, conformi a quelle riportate nella figura preparatoria, si ottiene una visione tridimensionale dei due solidi ancor più realistica (► Fig. 34).

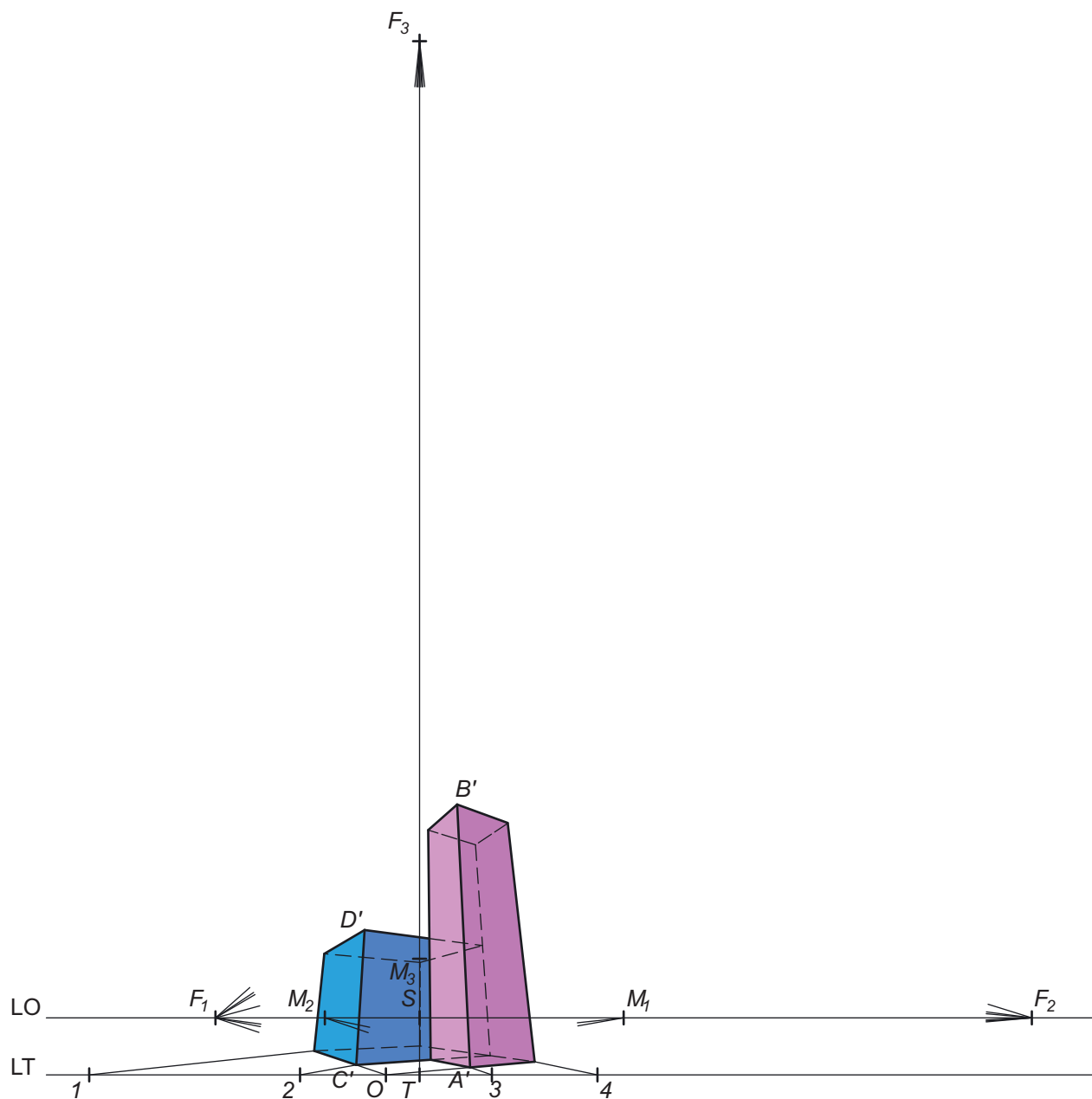


Fig. 34