

ESERCIZI SVOLTI

Argomenti:

B3 Compressore volumetrico alternativo – $T_1; T_2; p_1; p_2; p_3; P_a$

B4 Compressore volumetrico alternativo – $T_2; P_a$

B3 Esercizio 1



Un compressore volumetrico alternativo a due stadi, a semplice effetto, viene utilizzato per comprimere aria dalla pressione atmosferica alla pressione assoluta di 2 MPa. La temperatura dell'aria all'aspirazione è di 20 °C; la portata in volume di aria mandata, riferita alle condizioni esistenti all'aspirazione, è pari a 0,03 m³/s. Se l'interrefrigerazione è per ipotesi completa, calcolare:

- le pressioni e le temperature all'uscita di ciascuno stadio;
- la potenza assorbita dal compressore, nell'ipotesi di un rendimento complessivo della macchina pari a 0,65.

SOLUZIONE

Si ha completa interrefrigerazione quando la temperatura all'uscita di ogni stadio viene ricondotta al valore iniziale T_1 . In questo caso il rapporto di compressione ottimale, uguale per entrambi gli stadi del compressore in esame, vale, con la (19):

$$\beta_{1 \text{ stadio}} = \sqrt[N]{\frac{p_{\text{finale}}}{p_1}} = \sqrt[2]{\frac{2000000 \text{ Pa}}{101325 \text{ Pa}}} \approx 4,44$$

dato che, nel nostro caso è: $N = 2$ stadi.

Per il primo stadio si ha:

$$\beta_{1 \text{ stadio}} = \frac{p_2}{p_1} \quad \text{da cui: } p_2 = \beta_{1 \text{ stadio}} \cdot p_1$$

Con i dati numerici di cui disponiamo si ottiene:

$$p_2 = 4,44 \cdot 101325 \text{ Pa} \approx 449883 \text{ Pa} \approx 0,45 \text{ MPa}$$

In sintesi: $p_1 = 101325 \text{ Pa} \approx 0,10 \text{ MPa}$: è un dato del problema;

$p_2 \approx 0,45 \text{ MPa}$: è il valore appena calcolato;

$p_3 = 2 \text{ MPa}$: anch'esso è un dato del problema.

Dall'espressione, valida per le trasformazioni adiabatiche:

$$\frac{T_2}{T_1} = \beta^{\frac{k-1}{k}}$$

e che può scriversi:

$$T_2 = T_1 \cdot \beta^{\frac{k-1}{k}}$$

si può dedurre che entrambi gli stadi del compressore in esame hanno la stessa temperatura in uscita T_2 , dal momento che hanno sia la stessa temperatura T_1 in ingresso, in quanto l'interrefrigerazione è completa, sia lo stesso rapporto di compressione $\beta_{1 \text{ stadio}}$.

Si ottiene allora:

$$T_2 = (273,15 + 20)K \cdot 4,44^{\frac{1,4-1}{1,4}} \approx 448,80 \text{ K}$$

Dunque la temperatura del fluido in uscita sia dal primo sia dal secondo stadio vale 448,80 K, cioè circa 174 °C.

La potenza assorbita, nel caso di interrefrigerazione completa, ha lo stesso valore in ogni stadio. Infatti nell'espressione (28) le uniche variabili sono T_1 e $\beta_{1 \text{ stadio}}$. Dal momento che tutti gli stadi hanno lo stesso rapporto di compressione e la stessa temperatura iniziale, ne consegue che anche la potenza deve avere lo stesso valore. Si ha pertanto:

$$\begin{aligned} P_{a \text{ 1° stadio}} &= P_{a \text{ 2° stadio}} = \frac{p}{\eta} \cdot Q_V \cdot R \cdot T_1 \cdot \frac{k}{k-1} \cdot \left(\beta_{1 \text{ stadio}}^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) = \\ &= \frac{1,20 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{0,65} \cdot 0,03 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \cdot 287 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (273,15 + 20)K \cdot \frac{1,4}{1,4-1} \cdot \left(4,44^{\frac{1,4-1}{1,4}} - 1 \right) \approx \\ &\approx 8660 \text{ W} \approx 8,66 \text{ kW} \end{aligned}$$

dove i parametri k , R , p , riferiti all'aria, assumono i seguenti valori:

$$\begin{aligned} k_{\text{aria}} &= 1,4 \\ R_{\text{aria}} &= 287 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \\ p_{\text{aria}} &= \frac{p_1}{R_{\text{aria}} \cdot T_1} = \frac{101325 \text{ Pa}}{287 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (273,15 + 20)K} \approx 1,20 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \end{aligned}$$

La potenza complessiva richiesta dal compressore vale:

$$P_a = 2 \cdot P_{a \text{ 1 stadio}} = 2 \cdot 8,66 \text{ kW} \approx 17,32 \text{ kW}$$

B4 Esercizio 2



Calcolare la potenza assorbita dal compressore volumetrico alternativo dell'esercizio precedente. Il compressore è per ipotesi a un solo stadio e le condizioni iniziali dell'aria sono: $p_1 = 101325 \text{ Pa}$; $T_1 = 293,15 \text{ K}$. La pressione assoluta di mandata p_2 vale 2 MPa; $Q_V = 0,03 \text{ m}^3/\text{s}$ è la portata in volume di aria mandata, riferita alle condizioni esistenti all'aspirazione; $\eta = 0,65$ è il rendimento complessivo della macchina.

Calcolare inoltre la temperatura finale dell'aria.

Confrontare i risultati con quelli ottenuti nel caso di compressore a due stadi.

SOLUZIONE

Dalla relazione (28) della potenza assorbita da un compressore monostadio si ricava:

$$\begin{aligned} P_a &= \frac{p}{\eta} \cdot Q_V \cdot R \cdot T_1 \cdot \frac{k}{k-1} \cdot \left(\beta^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) = \\ &= \frac{1,20 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{0,65} \cdot 0,03 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \cdot 287 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 293,15 \text{ K} \cdot \frac{1,4}{1,4-1} \cdot \left(19,74^{\frac{1,4-1}{1,4}} - 1 \right) \approx \\ &\approx 21931 \text{ W} \approx 21,93 \text{ kW} \end{aligned}$$

dove β vale:

$$\beta = \frac{p_2}{p_1} = \frac{2000000 \text{ Pa}}{101325 \text{ Pa}} \approx 19,74$$

Tutti gli altri dati sono uguali a quelli usati nell'esercizio precedente.

Come si può rilevare, la potenza assorbita dal compressore monostadio, pari a 21,93 kW, risulta superiore, a parità di condizioni di funzionamento, a quella assorbita dal compressore bistadio, pari a 17,32 kW.

La temperatura T_2 dell'aria a fine compressione si ricava dalla relazione valida per le trasformazioni adiabatiche; si ha:

$$T_2 = T_1 \cdot \beta^{\frac{k-1}{k}} = 293,15 \text{ K} \cdot 19,74^{\frac{1,4-1}{1,4}} \approx 687,37 \text{ K}$$

cioè circa 414,22 °C. Risulta invece: $T_2 \approx 174 \text{ °C}$ se si usano due stadi con refrigerazione intermedia completa.