

# ESERCIZI SVOLTI

**Argomenti:**

A6 Meccanismo biella-manovella: diagramma ( $v_p, \alpha$ )

A7 Meccanismo biella-manovella: diagramma ( $a_p, \alpha$ )

A8 Meccanismo biella-manovella: diagramma ( $a_p, S_p$ )

A6 **Esercizio 1**



Tracciare il diagramma della velocità istantanea  $v_p$  del piede di biella in funzione dell'angolo  $\alpha$  di manovella di un meccanismo biella-manovella avente le seguenti caratteristiche: lunghezza della biella:  $l = 320 \text{ mm}$ ; lunghezza della manovella:  $r = 80 \text{ mm}$ ; frequenza di rotazione dell'albero motore:  $n = 800 \text{ giri/min}$ .

Determinare inoltre sia la velocità massima sia la velocità media del piede di biella.

**SOLUZIONE**

Il diagramma richiesto è riportato in **Figura 1**. Esso è stato costruito per punti in base all'espressione (4') del testo a stampa:

$$v_p = \omega \cdot r \cdot \left[ \sin \alpha + \frac{1}{2 \cdot \mu} \cdot \sin (2 \cdot \alpha) \right]$$

In ascissa vengono riportati gli angoli di manovella  $\alpha$ . Sull'asse delle ordinate vengono posti i valori assunti da  $v_p$  in corrispondenza di angoli di manovella scelti arbitrariamente, come illustrato nella Figura 1.

Dato che è:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 800 \text{ giri/min}}{60} \approx 83,78 \text{ rad/s}$$

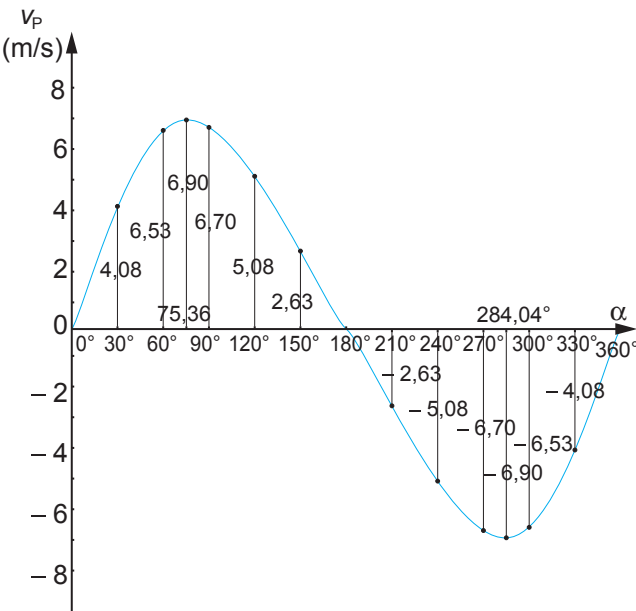


Figura 1

e:

$$\mu = \frac{l}{r} = \frac{320 \text{ mm}}{80 \text{ mm}} = 4$$

si ricava:

$$v_{P(30^\circ)} = 83,78 \cdot 0,08 \cdot \left( \sin 30^\circ + \frac{1}{2 \cdot 4} \cdot \sin 60^\circ \right) \approx 4,08 \text{ m/s}$$

$$v_{P(60^\circ)} = 83,78 \cdot 0,08 \cdot \left( \sin 60^\circ + \frac{1}{2 \cdot 4} \cdot \sin 120^\circ \right) \approx 6,53 \text{ m/s}$$

$$v_{P(90^\circ)} = 83,78 \cdot 0,08 \cdot \left( \sin 90^\circ + \frac{1}{2 \cdot 4} \cdot \sin 180^\circ \right) \approx 6,70 \text{ m/s}$$

$$v_{P(120^\circ)} = 83,78 \cdot 0,08 \cdot \left( \sin 120^\circ + \frac{1}{2 \cdot 4} \cdot \sin 240^\circ \right) \approx 5,08 \text{ m/s}$$

$$v_{P(150^\circ)} = 83,78 \cdot 0,08 \cdot \left( \sin 150^\circ + \frac{1}{2 \cdot 4} \cdot \sin 300^\circ \right) \approx 2,63 \text{ m/s}$$

Risulta ovviamente:  $v_{P(0^\circ)} = v_{P(180^\circ)} = 0$

Il diagramma delle velocità  $v_p$  relative alla corsa di ritorno è simmetrico a quello ora ricavato, relativo alla sola corsa di andata.

La velocità massima del piede di biella si ha nelle configurazioni di quadratura del manovellismo, in corrispondenza delle quali biella e manovella sono tra di loro perpendicolari (Figura 3.12). Risulta pertanto:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{l}{r} = \mu = 4$$

da cui:

$$\alpha_1 = \operatorname{arctg} 4 \approx 75,96^\circ$$

$$\alpha_2 = 360^\circ - 75,96^\circ = 284,04^\circ$$

Di conseguenza è:

$$v_{P\max} = 83,78 \cdot 0,08 \cdot \left( \sin 75,96^\circ + \frac{1}{2 \cdot 4} \cdot \sin 151,93^\circ \right) \approx 6,90 \text{ m/s}$$

La velocità media del piede di biella vale:

$$v_m = \frac{2 \cdot c \cdot n}{60} = \frac{2 \cdot 0,16 \text{ m} \cdot 800 \text{ giri/min}}{60} \approx 4,27 \text{ m/s}$$

in quanto è:

$$c = 2 \cdot r = 2 \cdot 80 \text{ mm} = 160 \text{ mm} = 0,16 \text{ m}$$

#### A7 Esercizio 2



Un meccanismo biella-manovella presenta le seguenti caratteristiche: lunghezza della biella:  $l = 420 \text{ mm}$ ; lunghezza della manovella:  $r = 140 \text{ mm}$ ; frequenza di rotazione dell'albero motore:  $n = 450 \text{ giri/min}$ . Si richiede di tracciarne il diagramma  $(a_p, \alpha)$  dell'accelerazione del piede di biella  $a_p$  in funzione degli angoli di manovella  $\alpha$ .

#### SOLUZIONE

Il diagramma richiesto è riportato in **Figura 2** ed è stato costruito per punti in base all'espressione (5') del testo a stampa:

$$a_p = \omega^2 \cdot r \cdot \left[ \cos \alpha + \frac{1}{\mu} \cdot \cos (2 \cdot \alpha) \right]$$

Una volta calcolati i valori di  $a_p$  in corrispondenza di alcuni angoli di manovella scelti ad arbitrio, si riportano tali valori sull'asse delle ordinate di un sistema di assi cartesiani, secondo una scala opportuna, come illustrato nella Figura 2.

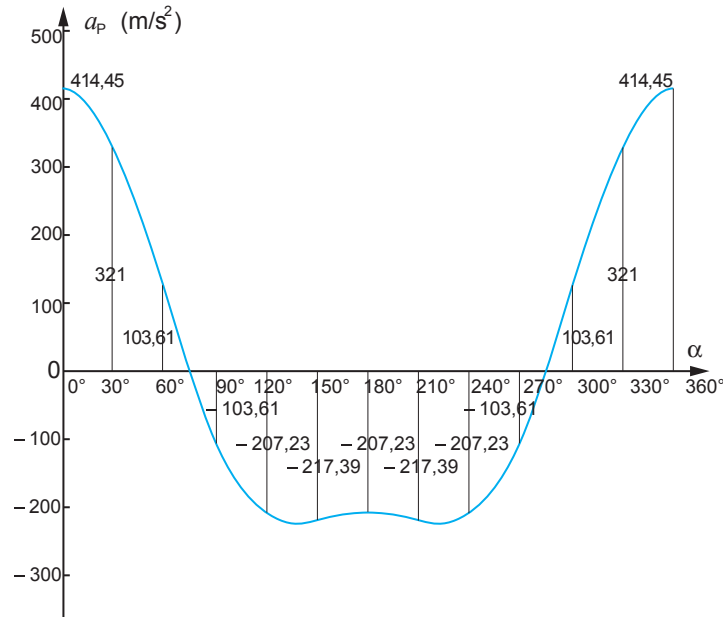


Figura 2

In ascissa vengono riportati gli angoli di manovella. Dato che è:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 450 \text{ giri/min}}{60} \approx 47,12 \text{ rad/s}$$

e:

$$\mu = \frac{l}{r} = \frac{420 \text{ mm}}{140 \text{ mm}} = 3$$

si ottiene:

$$a_{p(30^\circ)} = 47,12^2 \cdot 0,14 \cdot \left( \cos 30^\circ + \frac{1}{3} \cdot \cos 60^\circ \right) \approx 321 \text{ m/s}^2$$

$$a_{p(60^\circ)} = 47,12^2 \cdot 0,14 \cdot \left( \cos 60^\circ + \frac{1}{3} \cdot \cos 120^\circ \right) \approx 103,61 \text{ m/s}^2$$

$$a_{p(90^\circ)} = 47,12^2 \cdot 0,14 \cdot \left( \cos 90^\circ + \frac{1}{3} \cdot \cos 180^\circ \right) \approx -103,61 \text{ m/s}^2$$

$$a_{p(120^\circ)} = 47,12^2 \cdot 0,14 \cdot \left( \cos 120^\circ + \frac{1}{3} \cdot \cos 240^\circ \right) \approx -207,23 \text{ m/s}^2$$

$$a_{p(150^\circ)} = 47,12^2 \cdot 0,14 \cdot \left( \cos 150^\circ + \frac{1}{3} \cdot \cos 300^\circ \right) \approx -217,39 \text{ m/s}^2$$

Per quanto riguarda infine i valori dell'accelerazione di P in corrispondenza dei punti morti, otteniamo:

P.M.S.: se si pone  $\alpha = 0^\circ$  nell'espressione (5'), risulta:

$$a_{p \max} = \omega^2 \cdot r \cdot \left( 1 + \frac{1}{\mu} \right)$$

da cui:

$$a_{p \max} = 47,12^2 \cdot 0,14 \cdot \left( 1 + \frac{1}{3} \right) \approx 414,45 \text{ m/s}^2$$

P.M.I.: se si pone  $\alpha = 180^\circ$  nella suddetta espressione, si ha:

$$a_{P(180^\circ)} = -\omega^2 \cdot r \left( 1 - \frac{1}{\mu} \right)$$

da cui:

$$a_{P(180^\circ)} = -47,12^2 \cdot 0,14 \cdot \left( 1 - \frac{1}{3} \right) \approx -207,23 \text{ m/s}^2$$

Il diagramma delle accelerazioni  $a_p$  relative alla corsa di ritorno è simmetrico a quello ora ricavato, relativo alla sola corsa di andata.

### A8 Esercizio 3

Eseguire il diagramma ( $a_p, S_p$ ) dell'accelerazione del piede di biella in funzione della posizione assunta dal punto P, limitatamente alla sola corsa di andata, di un meccanismo biella-manovella avente le seguenti caratteristiche:

Velocità angolare della manovella:  $\omega = 47,12 \text{ rad/s}$

Accelerazione del piede di biella al P.M.S., cioè per  $\alpha = 0^\circ$ :  $a_{P(0^\circ)} \approx 414,45 \text{ m/s}^2$

Accelerazione del piede di biella al P.M.I., cioè per  $\alpha = 180^\circ$ :  $a_{P(180^\circ)} \approx -207,23 \text{ m/s}^2$

Rapporto  $\mu = 3$

Raggio di manovella:  $r = 140 \text{ mm}$

### SOLUZIONE

Sull'asse delle ascisse di un riferimento cartesiano ortogonale si fissa il segmento  $\overline{OI}$  corrispondente, in una scala opportuna, alla corsa di andata; nel nostro caso è:

$$c = 2 \cdot r = 2 \cdot 140 \text{ mm} = 280 \text{ mm}$$

Agli estremi di questo segmento si portano i segmenti  $\overline{OA}$  e  $\overline{IB}$  le cui lunghezze rappresentano, nella scala scelta, le accelerazioni  $a_p$  rispettivamente al P.M.S. e al P.M.I.; nel nostro caso è:

$$a_{P(0^\circ)} = 414,45 \text{ m/s}^2$$

$$a_{P(180^\circ)} = -207,23 \text{ m/s}^2$$

Congiunto A con B, dal punto D d'intersezione del segmento AB con l'asse delle ascisse, si porta verticalmente il segmento orientato

$$\overline{DH} = -\omega^2 \cdot r \cdot \frac{3}{\mu}$$

che nel nostro caso vale:

$$\overline{DH} = -47,12^2 \cdot 0,14 \cdot \frac{3}{3} \approx -310,84 \text{ m/s}^2$$

Dopo aver suddiviso i segmenti  $\overline{AH}$  e  $\overline{HB}$  nello stesso numero di parti uguali, si costruisce l'arco di parabola passante per i punti d'intersezione delle semirette condotte da A e da B ai suddetti punti di suddivisione.

In **Figura 3** è riportato il diagramma richiesto, per il cui tracciamento ci si è avvalsi del metodo grafico di costruzione per punti di un arco di parabola quando di esso sono note le rette tangenti ai suoi estremi.

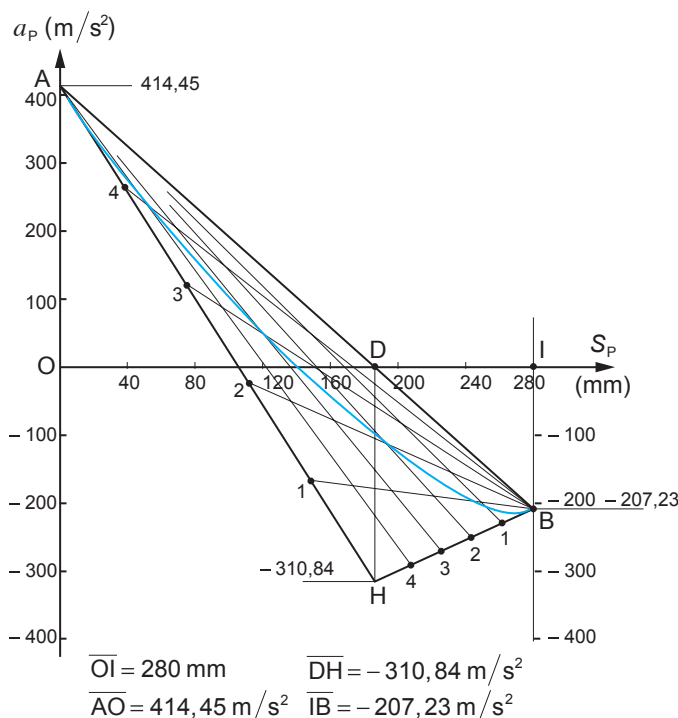


Figura 3

## VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

**Riconoscere se le seguenti affermazioni sono vere (V) o false (F).**

1. L'oscillazione del glifo della guida di Fairbairn in un senso è compiuta in un intervallo di tempo diverso da quello impiegato per realizzare la stessa oscillazione in senso opposto.

☐ V ☐ F

## QUESITI

**Individuare la risposta esatta ai seguenti quesiti a risposta multipla.**

1. Il rapporto di trasmissione tra due alberi paralleli collegati ciascuno a una manovella di un quadrilatero di Galloway è pari a:
  - ☐ a 1
  - ☐ b 2
  - ☐ c  $\frac{1}{3}$
  - ☐ d  $\frac{1}{4}$
2. In un manovellismo a glifo oscillante (o “guida di Fairbairn”) la slitta collegata all’estremità superiore del glifo:
  - ☐ a ha la stessa velocità sia nella corsa di andata sia in quella di ritorno
  - ☐ b si sposta più velocemente nella corsa di andata
  - ☐ c trasla più velocemente nella corsa di ritorno
  - ☐ d ha una velocità che dipende dalle dimensioni delle masse traslanti
3. Per trasmettere il moto rotatorio da un albero a un altro parallelo al primo invertendone il senso di rotazione si deve utilizzare:
  - ☐ a un antiparallelogramma articolato
  - ☐ b la guida di Fairbairn
  - ☐ c il quadrilatero di Galloway
  - ☐ d un quadrilatero articolato avente le due manovelle di lunghezza l’una il doppio dell’altra