

1 Ricerca del centro di spinta

La determinazione della posizione del centro di spinta può essere effettuata solo dopo che sia stata trovata la retta d'azione della spinta idrostatica, cioè della risultante delle pressioni idrostatiche.

La ricerca di quest'ultima, a sua volta, si risolve nella ricerca della posizione della risultante del diagramma delle pressioni.

Il centro di spinta, salvo il caso di un diagramma delle pressioni uniforme, ovvero quando la pressione idrostatica è costante, cioè è relativa a una superficie piana orizzontale, non coincide con il baricentro della parete bagnata.

Nota la posizione della retta d'azione della spinta idrostatica, ci proponiamo ora di calcolarne l'entità nei casi in cui la spinta idrostatica sia esercitata su una faccia di una parete piana parzialmente o totalmente immersa nel liquido.

1. Se la superficie piana totalmente immersa nel liquido è orizzontale, come ad esempio il fondo del recipiente di **Figura 1**, la pressione idrostatica, in base alla legge di Stevin, è costante in ogni suo punto e vale:

$$p_{h \max} = \rho \cdot g \cdot h_{\max}$$

La spinta idrostatica S vale perciò:

$$S = p_{h \max} \cdot A_1 = \rho \cdot g \cdot h_{\max} \cdot A_1$$

dove con A_1 si è indicata l'area del fondo del recipiente.

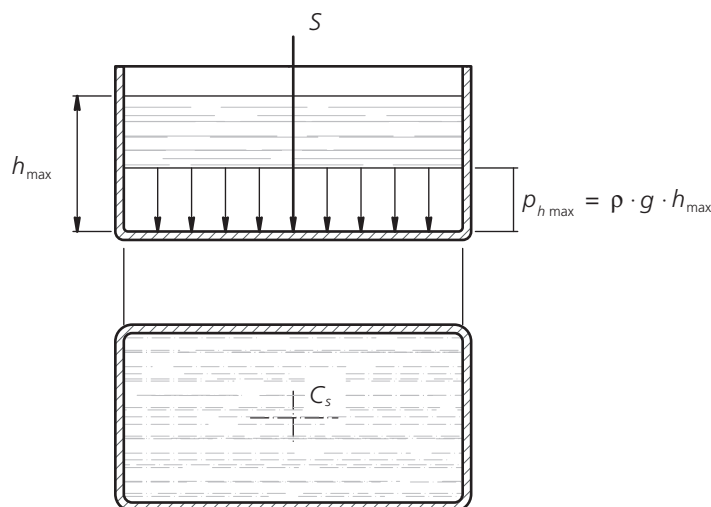


Figura 1

Diagramma delle pressioni isostatiche per una superficie piana orizzontale.

Il centro di pressione C_s , trattandosi di una pressione uniforme, coincide con il baricentro della superficie del fondo del recipiente.

2. Per una superficie piana verticale emergente dal pelo libero, come ad esempio la parete del recipiente di **Figura 2**, la parte sommersa è soggetta a una pressione p_h variabile con l'affondamento h secondo la legge di Stevin:

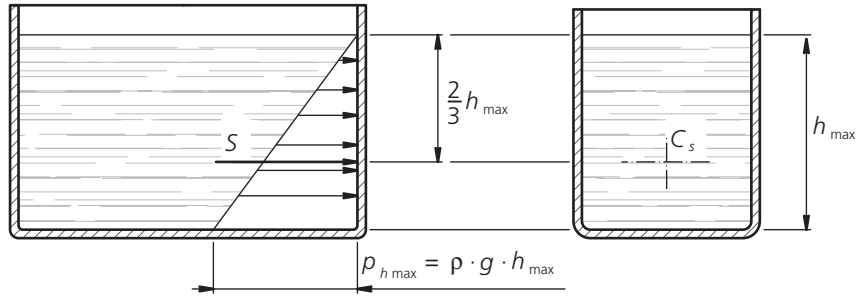
$$p_h = \rho \cdot g \cdot h$$

Per calcolare la spinta idrostatica occorre quindi prendere in considerazione la pressione media p_m . Essa vale:

$$p_m = \frac{\rho \cdot g \cdot h_{\max} + 0}{2} = \frac{\rho \cdot g \cdot h_{\max}}{2}$$

Figura 2

Diagramma delle pressioni idrostatiche per una parete verticale emergente dal pelo libero.



Di conseguenza, la spinta idrostatica S diviene:

$$S = p_m \cdot A_2 = \frac{\rho \cdot g \cdot h_{\max} \cdot A_2}{2}$$

dove con A_2 si è indicata l'area della parete bagnata del recipiente.

Il centro di spinta C_s si troverà alla stessa altezza del baricentro del diagramma triangolare rappresentativo delle pressioni, ovvero a un affondamento h pari a:

$$h = \frac{2}{3} h_{\max}$$

- Se la superficie piana verticale è non affiorante (**Figura 3**), la pressione idrostatica che agisce su di essa varia da p_{h1} a p_{h2} , essendo h_1 e h_2 gli affondamenti rispettivamente del bordo superiore e di quello inferiore della parete.

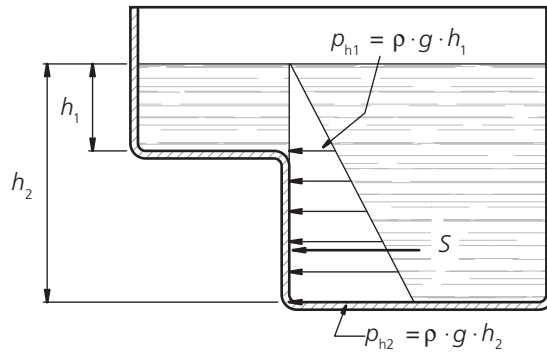


Figura 3

Diagramma delle pressioni idrostatiche per un tratto di parete verticale non affiorante.

La pressione media risulta pertanto:

$$p_m = \frac{p_{h1} + p_{h2}}{2} = \frac{\rho \cdot g \cdot h_1 + \rho \cdot g \cdot h_2}{2} = \frac{\rho \cdot g \cdot (h_1 + h_2)}{2}$$

La spinta idrostatica, di conseguenza, vale:

$$S = p_m \cdot A_3 = \frac{\rho \cdot g \cdot (h_1 + h_2)}{2} \cdot A_3$$

dove con A_3 si è indicata l'area del tratto verticale di parete considerato.

Il centro di spinta C_s ha la stessa profondità del baricentro del diagramma delle pressioni, diagramma che in questo caso ha forma trapezoidale.

4. Se la parete piana è inclinata (Figura 4), indicando con h_1 e h_2 gli affondamenti rispettivamente del bordo superiore e di quello inferiore della parete, la spinta idrostatica vale ancora:

$$S = p_m \cdot A_4 = \frac{\rho \cdot g \cdot (h_1 + h_2)}{2} \cdot A_4$$

dove con A_4 si è indicata l'area della parete presa in esame, e ha retta d'azione perpendicolare alla parete stessa.

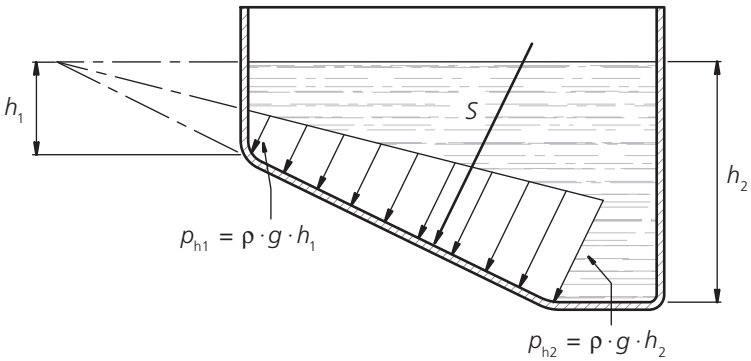


Figura 4
Diagramma delle pressioni idrostatiche per una parete inclinata.

La posizione del centro di spinta C_s è da ricercarsi in funzione della posizione del baricentro del diagramma delle pressioni, diagramma che anche in questo caso ha forma trapezoidale. La ricerca del baricentro di un diagramma trapezoidale è attuabile con semplici procedimenti grafici (Figura 5) o analitici.

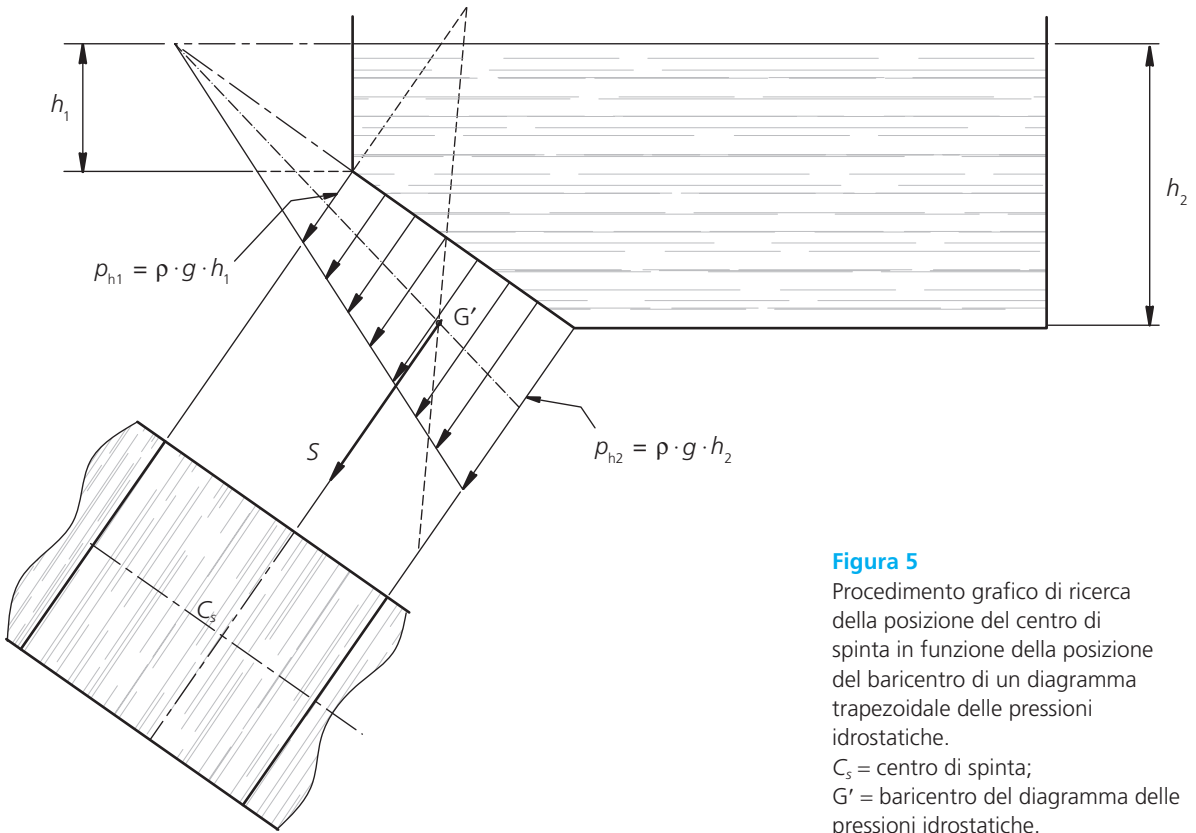


Figura 5
Procedimento grafico di ricerca della posizione del centro di spinta in funzione della posizione del baricentro di un diagramma trapezoidale delle pressioni idrostatiche.
 C_s = centro di spinta;
 G' = baricentro del diagramma delle pressioni idrostatiche.

1.1 Ricerca della retta d'azione della spinta idrostatica attraverso la ricerca della retta d'azione della risultante del diagramma delle pressioni idrostatiche

Consideriamo due lamine, una con profilo rettangolare e l'altra con profilo triangolare, disposte "di costa" su un piano d'appoggio orizzontale (**Figura 6**) e immaginiamo che esse siano composte da numerosissime strisce verticali, ciascuna di larghezza molto ridotta.

Appare evidente che i pesi F_i delle singole strisce e le corrispondenti pressioni

$p_i = \frac{F_i}{A_i}$ esercitate sulle aree A_i devono avere diagrammi simili: rettangolari nel caso della lamina rettangolare; triangolari nel caso della lamina triangolare.

Figura 6

Ricerca del baricentro di un diagramma di pressioni.

Legenda:

A_i = area di base di ciascuna striscia;

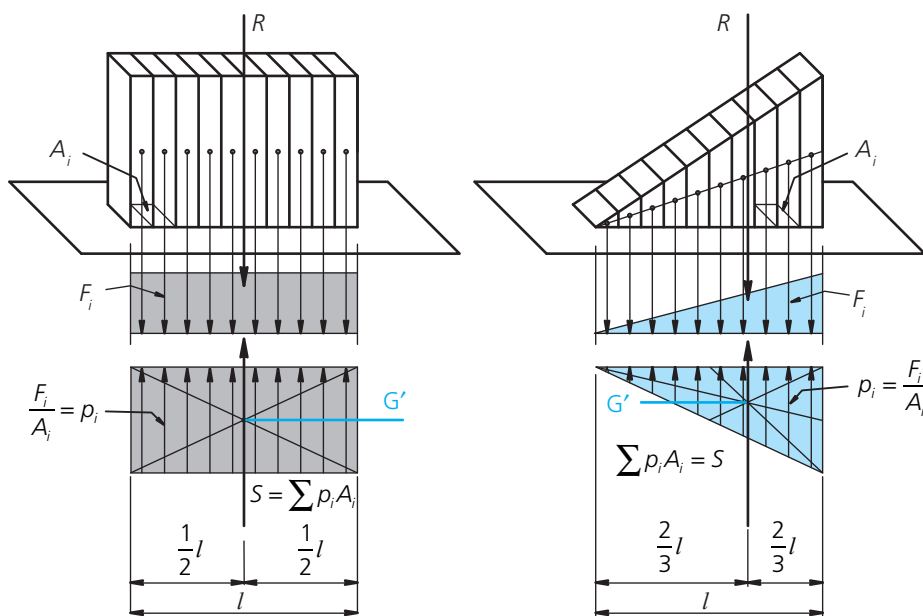
F_i = peso di ciascuna striscia;

$R = \sum F_i$ = risultante delle forze peso;

$p_i = \frac{F_i}{A_i}$ = pressione dovuta all' i -esimo peso;

$S = \sum p_i A_i$ = risultante delle forze distribuite per unità di superficie, ovvero delle p_i ;

G' = baricentro della distribuzione delle pressioni.



Indichiamo con:

S = risultante delle forze distribuite per unità di superficie, cioè risultante delle pressioni p_i : $S = \sum p_i A_i$;

R = risultante dei pesi F_i : $R = \sum F_i$;

G_1 = baricentro della lamina (non indicato in Figura 6);

G_2 = baricentro del diagramma dei pesi (non indicato in Figura 6);

G' = baricentro del diagramma delle pressioni.

La ricerca della retta d'azione di S può essere fatta intuitivamente sulla base di queste considerazioni, esaminate in sequenza:

1. la risultante R dei pesi, in quanto tale, passa per G_1 ;
2. le masse delle lamine sono disposte in modo analogo al diagramma dei pesi, dunque: R passa anche per G_2 ;
3. per l'equilibrio del sistema di forze, S , uguale e opposto a R , deve avere la stessa retta d'azione di R ;
4. anche il diagramma delle pressioni è analogo a quello dei pesi, perciò:
5. S dovrà passare per G' , baricentro del diagramma delle pressioni.

Se il diagramma delle pressioni è rettangolare, S passa a distanza $\frac{l}{2}$ dalle estremità di tale diagramma; se invece il diagramma delle pressioni è triangolare, S passa a distanza $\frac{l}{3}$ da una estremità (e $\frac{2l}{3}$ dall'altra estremità) di questo diagramma.

Trasferendoci nel campo idrostatico, da quanto s'è detto possiamo concludere che la ricerca della posizione della spinta idrostatica S si risolve nella ricerca della posizione della risultante del diagramma delle pressioni. La spinta idrostatica, quindi, nel caso di pareti verticali o inclinate, per le quali il diagramma delle pressioni idrostatiche è triangolare, non passerà per il baricentro della parete bagnata e, di conseguenza, il centro di spinta non coinciderà con il baricentro di tale parete.