

12.5

1 Studio del moto di un veicolo

Si consideri un veicolo inizialmente fermo, all'inizio di un tratto di strada piana. Nello studio della messa in movimento di tale veicolo distinguiamo le seguenti fasi:

– *Prima fase (Figura 1)*

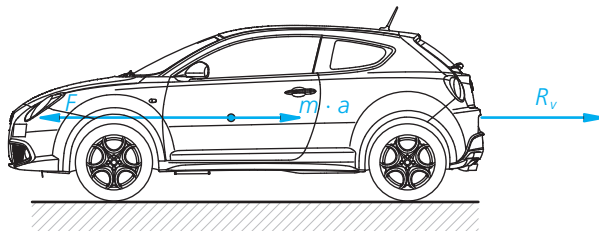


Figura 1

Nel momento in cui il veicolo parte, esso è soggetto a un sistema di forze costituito dalla forza motrice F_m cui si oppone la resistenza di attrito volvente R_v e la forza d'inerzia F_i . La resistenza dell'aria è trascurabile in quanto, nei primi istanti del moto, la velocità è estremamente ridotta.

Sulla base del principio di D'Alembert possiamo allora scrivere l'equazione di equilibrio dinamico:

$$F - R_v - m \cdot a = 0$$

nella quale, dato che abbiamo ritenuto trascurabile la resistenza dell'aria, possiamo considerare che l'accelerazione a sia costante.

– *Seconda fase (Figura 2)*

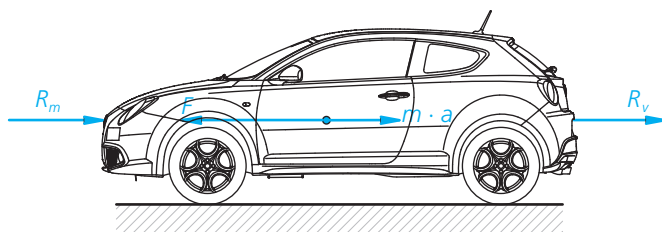


Figura 2

Poco dopo la partenza, la resistenza R_m dell'aria non è più trascurabile, perché il veicolo ha già raggiunto una certa velocità; infatti R_m cresce con il quadrato della velocità. La relazione di equilibrio diviene allora:

$$F - R_v - R_m - m \cdot a = 0$$

– *Terza fase*

Il termine R_v può essere ancora considerato costante; per quanto riguarda la resistenza dell'aria R_m , essa aumenta finché la velocità aumenta. Questo aumento di R_m provoca la progressiva riduzione dell'accelerazione del veicolo, il quale da un certo punto in poi procede con accelerazione nulla, cioè con velocità costante.

La velocità raggiunta al termine di questa fase è esprimibile con la relazione:

$$v = \sqrt{\frac{F - R_v}{\frac{1}{2} C_x \cdot \rho \cdot A}}$$

o con la relazione:

$$v = \sqrt[3]{\frac{P}{\frac{1}{2}C_x \cdot \rho \cdot A}}$$

dove con P si è indicata la potenza motrice.

1.1 Dimostrazione delle formule:

$$v = \sqrt{\frac{F - R_v}{\frac{1}{2}C_x \cdot \rho \cdot A}}$$

$$v = \sqrt[3]{\frac{P}{\frac{1}{2}C_x \cdot \rho \cdot A}}$$

Se poniamo $a = 0$ nella relazione $F - R_v - R_m - m \cdot a = 0$, l'equazione di D'Alembert diviene:

$$F - R_v - R_m = 0 \quad (1)$$

Se sostituiamo nella (1) l'espressione:

$$R_m = \frac{1}{2}C_x \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$$

otteniamo:

$$F - R_v - \frac{1}{2}C_x \cdot \rho \cdot A \cdot v^2 = 0 \quad (2)$$

da cui si può ricavare la velocità v raggiunta dal veicolo al termine di questa fase:

$$v = \sqrt{\frac{F - R_v}{\frac{1}{2}C_x \cdot \rho \cdot A}} \quad (3)$$

Raggiunta tale velocità, il veicolo procede con moto uniforme.

Dal momento che la resistenza d'attrito volvente R_v può ritenersi pressoché costante, la differenza tra la forza motrice F e la resistenza d'attrito volvente R_v potrebbe essere scritta nella forma:

$$F - R_v = F_m$$

dove con F_m si è indicata la forza motrice agente sul veicolo al netto della resistenza d'attrito volvente.

L'espressione (2) diviene allora:

$$F_m - \frac{1}{2}C_x \cdot \rho \cdot A \cdot v^2 = 0$$

ovvero:

$$F_m = \frac{1}{2} C_x \cdot \rho \cdot A \cdot v^2 \quad (4)$$

Se applichiamo l'espressione relativa alla potenza motrice P :

$$P = F_m \cdot v$$

scritta nella forma:

$$F_m = \frac{P}{v}$$

e la sostituiamo nella (4), otteniamo:

$$\frac{P}{v} = \frac{1}{2} C_x \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$$

da cui si ricava:

$$P = \frac{1}{2} C_x \cdot \rho \cdot A \cdot v^3$$

Dalla questa relazione si ricava che la potenza di un veicolo cresce con il cubo della velocità, per cui, se ad esempio si vuole raddoppiare la velocità, avremo bisogno di una potenza otto volte maggiore.

L'espressione della velocità con la quale il veicolo procede con moto uniforme, espressione analoga alla (3) ma calcolata in funzione della potenza, sarà quindi:

$$v = \sqrt[3]{\frac{P}{\frac{1}{2} C_x \cdot \rho \cdot A}}$$