

Verifica della resistenza del fusto di biella veloce per motore alternativo a c.i.

a) Verifica all'instabilità a carico di punta (configurazione del manovellismo con pistone al P.M.S.)

DATI:

n_1 = frequenza di rotazione dell'albero motore, a regime $\left[\frac{\text{giri}}{\text{min}}, \text{r.p.m.} \right]$;

$m_{\text{tot inerzia traslaz}}$ = massa complessiva dotata di moto alternativo [kg];

$m_{\text{tot inerzia rotaz}}$ = massa complessiva dotata di moto circolare [kg];

l_{biella} = *lunghezza della biella*, ovvero distanza tra l'asse dello spinotto e l'asse del bottone di manovella [mm, m];

r_{manov} = *lunghezza della manovella*, ovvero distanza tra l'asse del bottone di manovella e l'asse dell'albero motore [mm, m];

F_{max} = forza massima, diretta secondo l'asse del cilindro, esercitata dai gas sulla testa del pistone quando quest'ultimo è al P.M.S., nella fase di combustione-espansione [N];

F_Q = forza diretta secondo l'asse del cilindro, esercitata sulla testa del pistone dai gas in fase di espansione quando il manovellismo è in posizione di quadratura [N].

La sezione del fusto della biella è per ipotesi costante per tutta la lunghezza l_{biella} , ha forma e dimensioni assegnate ed è provvista di scarichi laterali. La sua sezione normale risulta perciò a doppio T.

Materiale: acciaio legato da bonifica (ad esempio: acciaio UNI EN ISO 683-2:2018-38 Ni Cr Mo 16; $R_{\text{eH}} = 1050 \text{ N/mm}^2$).

E = modulo di elasticità normale o modulo di Young $\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, \text{MPa} \right]$ (ad esempio: $E = 206\,000 \text{ N/mm}^2$).

PROCEDURA DI CALCOLO

Calcoli di:

– ω_1 = velocità angolare dell'albero motore [rad/s]

$$\omega_1 = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_1}{60}$$

– μ = rapporto tra la *lunghezza della biella* l_{biella} e la *lunghezza della manovella* r_{manov}

$$\mu = \frac{l_{\text{biella}}}{r_{\text{manov}}}$$

– $a_{\text{P (P.M.S.)}}$ = accelerazione del piede di biella al P.M.S. [m/s^2]

$$a_{\text{P (P.M.S.)}} = \omega_1^2 \cdot r_{\text{manov}} \cdot \left(1 + \frac{1}{\mu} \right)$$

con: ω_1 [rad/s], r_{manov} [m]

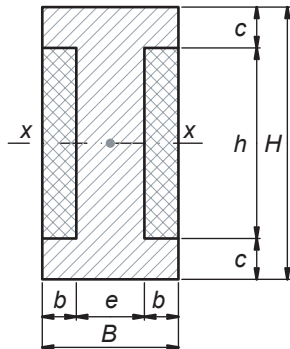
– $F_{\text{in altern (P.M.S.)}}$ = forza d'inerzia della massa complessiva dotata di moto alternativo, al P.M.S. [N]

$$F_{\text{in altern (P.M.S.)}} = m_{\text{tot inerzia traslaz}} \cdot a_{\text{P (P.M.S.)}}$$

– $F_{\text{tot (P.M.S.)}}$ = spinta agente complessivamente sul pistone, al P.M.S. [N]

$$F_{\text{tot (P.M.S.)}} = F_{\text{max}} - F_{\text{in altern (P.M.S.)}}$$

1° CASO: l'asse neutro coincide con l'asse x-x



Calcoli di:

– I_x = momento d'inerzia della sezione calcolato rispetto all'asse x-x [mm⁴]

$$I_x = \frac{1}{12} B \cdot H^3 - 2 \cdot \frac{1}{12} (b \cdot h^3)$$

– A_{fusto} = area della sezione normale del fusto [mm²]

$$A_{\text{fusto}} = B \cdot H - 2 \cdot (b \cdot h)$$

– i_x = raggio d'inerzia con asse neutro x-x [mm]

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A_{\text{fusto}}}}$$

– l_x = luce libera di inflessione con asse neutro x-x [mm]

$$l_x = l_{\text{biella}}$$

– λ_x = rapporto di snellezza con asse neutro x-x

$$\lambda_x = \frac{l_x}{i_x}$$

METODO DI EULERO

Verificare la condizione di applicabilità della formula di Eulero, ovvero se:

$$\lambda_x \geq \lambda_{\text{min Eulero}} = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{R_{p0,2}}}$$

con:

E = modulo di elasticità normale o modulo di Young $\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, \text{MPa} \right]$ (ad esempio: $E = 206\,000 \text{ N/mm}^2$);

$R_{p0,2}$ = carico unitario di scostamento dalla proporzionalità $\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, \text{MPa} \right]$

Formula di Eulero:

$$\sigma = \frac{F_{\text{tot (P.M.S.)}}}{A_{\text{fusto}}} \leq \sigma_{\text{adm Eulero}} = \frac{\pi^2 \cdot E}{k_{\text{Eulero}} \cdot \lambda_x^2}$$

con:

k_{Eulero} = coefficiente di sicurezza secondo Eulero = 4 ÷ 5

METODO DI RANKINE

α_{Rankine} = coefficiente di Rankine

$$\alpha_{\text{Rankine}} = \frac{R_{\text{ch}}}{\pi^2 \cdot E}$$

Calcolo di:

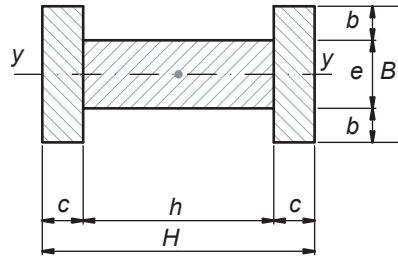
– $\sigma_{\text{adm a fatica}}$ = carico unitario di sicurezza a compressione, a fatica $\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, \text{MPa} \right]$

$$\sigma_{\text{adm a fatica}} = \frac{R_{\text{eH}}}{1,5 \cdot 3}$$

Formula di Rankine:

$$\sigma = \frac{F_{\text{tot (P.M.S.)}}}{A_{\text{fusto}}} \leq \sigma_{\text{adm Rankine}} = \frac{\sigma_{\text{adm a fatica}}}{1 + \alpha_{\text{Rankine}} \cdot \lambda_x^2}$$

2° CASO: l'asse neutro coincide con l'asse y-y



Calcoli di:

– I_y = momento d'inerzia della sezione calcolato rispetto all'asse y-y $[\text{mm}^4]$

$$I_y = \frac{1}{12} h \cdot e^3 + 2 \cdot \frac{1}{12} (c \cdot B^3)$$

– i_y = raggio d'inerzia con asse neutro y-y $[\text{mm}]$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A_{\text{fusto}}}}$$

– l_y = luce libera di inflessione con asse neutro y-y $[\text{mm}]$

$$l_y = 0,7 \cdot l_{\text{biella}}$$

– λ_y = rapporto di snellezza con asse neutro y-y

$$\lambda_y = \frac{l_y}{i_y}$$

METODO DI EULERO

Verificare la condizione di applicabilità della formula di Eulero, ovvero se:

$$\lambda_y \geq \lambda_{\text{min Eulero}} = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{R_{p0,2}}}$$

con:

E = modulo di elasticità normale o modulo di Young $\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, \text{MPa} \right]$ (ad esempio: $E = 206\,000 \text{ N/mm}^2$);

$R_{p0,2}$ = carico unitario di scostamento dalla proporzionalità $\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, \text{MPa} \right]$

Formula di Eulero:

$$\sigma = \frac{F_{\text{tot (P.M.S.)}}}{A_{\text{fusto}}} \leq \sigma_{\text{adm Eulero}} = \frac{\pi^2 \cdot E}{k_{\text{Eulero}} \cdot \lambda_y^2}$$

con:

k_{Eulero} = coefficiente di sicurezza secondo Eulero = $4 \div 5$

METODO DI RANKINE

Calcoli di:

– α_{Rankine} = coefficiente di Rankine, se non già precedentemente calcolato

$$\alpha_{\text{Rankine}} = \frac{R_{\text{cH}}}{\pi^2 \cdot E}$$

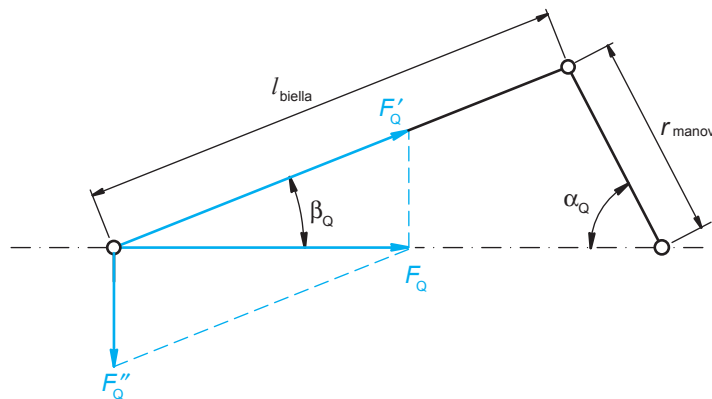
– $\sigma_{\text{adm a fatica}}$ = carico unitario di sicurezza a compressione, a fatica $\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, \text{MPa} \right]$, se non già precedentemente calcolato

$$\sigma_{\text{adm a fatica}} = \frac{R_{\text{cH}}}{1,5 \cdot 3}$$

Formula di Rankine:

$$\sigma = \frac{F_{\text{tot (P.M.S.)}}}{A_{\text{fusto}}} \leq \sigma_{\text{adm Rankine}} = \frac{\sigma_{\text{adm a fatica}}}{1 + \alpha_{\text{Rankine}} \cdot \lambda_y^2}$$

b) Verifica a compressione assiale e flessione del fusto di una biella veloce per motore alternativo a c.i. nella posizione di quadratura (verifica al colpo di frusta)



Calcoli di:

– β_Q = angolo di biella del manovellismo in posizione di quadratura, come da schema precedente

$$\text{tg } \beta_Q = \frac{r_{\text{manov}}}{l_{\text{biella}}}$$

$$\beta_Q = \text{arctg} \left(\frac{r_{\text{manov}}}{l_{\text{biella}}} \right)$$

- F'_Q = forza diretta secondo l'asse della biella, esercitata sulla testa del pistone dai gas in fase di espansione, quando il manovellismo è in posizione di quadratura [N], come da schema precedente

$$F'_Q = \frac{F_Q}{\cos \beta_Q}$$

- σ_{compress} = tensione interna di compressione assiale sul fusto della biella in posizione di quadratura $\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, \text{MPa} \right]$

$$\sigma_{\text{compress}} = \frac{F'_Q}{A_{\text{fusto}}}$$

- $M_{f \max}$ = momento flettente massimo sul fusto della biella in posizione di quadratura [N · m]

$$M_{f \max} = 0,064 \cdot m_{\text{tot inerzia rotaz}} \cdot \omega_1^2 \cdot r_{\text{manov}} \cdot l_{\text{biella}}$$

dove: r_{manov} [m], l_{biella} [m]

- W_{fx} = modulo di resistenza a flessione con asse neutro asse x-x [mm³]

$$W_{fx} = \frac{I_x}{y_{\max}}$$

dove:

y_{\max} = distanza massima dall'asse neutro (asse x-x) delle fibre del fusto della biella [mm]

$$y_{\max} = \frac{H}{2}$$

- $\sigma_{\max Mf}$ = tensione interna massima di compressione, dovuta al momento flettente, delle fibre del fusto della biella più lontane dall'asse neutro $\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, \text{MPa} \right]$ secondo la formula di Navier:

$$\sigma_{\max Mf} = \frac{M_{f \max}}{W_{fx}}$$

Verifica a compressione assiale e flessione delle fibre del fusto della biella più lontane dall'asse neutro

$$\sigma_{\max \text{ tot}} = \sigma_{\text{compress}} + \sigma_{\max Mf} \leq \sigma_{\text{adm a fatica}}$$

ESERCIZIO SVOLTO

Applicazione della procedura di verifica della resistenza del fusto di una biella per motore alternativo a c.i.

a) Verifica all'instabilità al carico di punta del fusto di una biella per motore alternativo a c.i. (configurazione del manovellismo con pistone al P.M.S.)

DATI PER LA VERIFICA DEL FUSTO DELLA BIELLA

Frequenza di rotazione dell'albero motore, a regime: $n_1 = 2700$ r.p.m.

Massa complessiva dotata di moto alternativo: $m_{\text{tot inerzia traslaz}} = 1,2$ kg

Massa complessiva dotata di moto circolare: $m_{\text{tot inerzia rotaz}} = 0,9$ kg

Lunghezza della biella, ovvero distanza tra l'asse dello spinotto e l'asse del bottone di manovella: $l_{\text{biella}} = 35$ cm

Lunghezza della manovella, ovvero distanza tra l'asse del bottone di manovella e l'asse dell'albero motore: $r_{\text{manov}} = 10$ cm

Forza massima, diretta secondo l'asse del cilindro, esercitata dai gas sulla testa del pistone quando quest'ultimo è al P.M.S.: $F_{\text{max}} = 25$ kN

Forza diretta secondo l'asse del cilindro, esercitata sulla testa del pistone dai gas in fase di espansione, quando il manovellismo è in posizione di quadratura: $F_Q = 7500$ N

La sezione del fusto della biella è, per ipotesi, costante per tutta la lunghezza l_{biella} , ha forma e dimensioni assegnate ed è provvista di scarichi laterali. La sua sezione normale risulta perciò a doppio T.

Materiale: acciaio legato da bonifica UNI EN ISO 683-2:2018-38 Ni Cr Mo 16, che ammette, allo stato bonificato $R_{\text{eH}} = 1050$ N/mm²

Modulo di elasticità normale o modulo di Young: $E = 206\,000$ N/mm²

PROCEDURA DI CALCOLO

Calcolo di:

– ω_1 = velocità angolare dell'albero motore [rad/s]

$$\omega_1 = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_1}{60}$$

$$\text{Risulta: } \omega_1 = \frac{2 \cdot \pi \cdot 2700}{60} \simeq 282,74 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

Calcolo di:

– μ = rapporto tra la *lunghezza della biella* e la *lunghezza della manovella*

$$\mu = \frac{l_{\text{biella}}}{r_{\text{manov}}}$$

$$\text{Risulta: } \mu = \frac{35}{10} = 3,5$$

Calcolo di:

– $a_{\text{P (P.M.S.)}}$ = accelerazione del piede di biella al P.M.S. [m/s²]

$$a_{\text{P (P.M.S.)}} = \omega_1^2 \cdot r_{\text{manov}} \cdot \left(1 + \frac{1}{\mu} \right)$$

dove: ω_1 [rad/s], r_{manov} [m]

$$\text{Risulta: } a_{P(P.M.S.)} = 282,74^2 \cdot 0,10 \cdot \left(1 + \frac{1}{3,5}\right) \approx 10\,278,49 \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

Calcolo di:

– $F_{in\ altern(P.M.S.)}$ = forza d'inerzia della massa complessiva dotata di moto alternativo, al P.M.S. [N]

$$F_{in\ altern(P.M.S.)} = m_{tot\ inerzia\ traslaz} \cdot a_P(P.M.S.)$$

$$\text{Risulta: } F_{in\ altern(P.M.S.)} = 1,2 \cdot 10\,278,49 \approx 12\,334,18\text{ N}$$

Calcolo di:

– $F_{tot(P.M.S.)}$ = spinta agente complessivamente sul pistone, al P.M.S. [N]

$$F_{tot(P.M.S.)} = F_{max} - F_{in\ altern(P.M.S.)}$$

$$\text{Risulta: } F_{tot(P.M.S.)} = 25\,000 - 12\,334,18 \approx 12\,665,82\text{ N}$$

Dimensioni della sezione del fusto della biella:

$B = 14\text{ mm}$

$e = 8\text{ mm}$

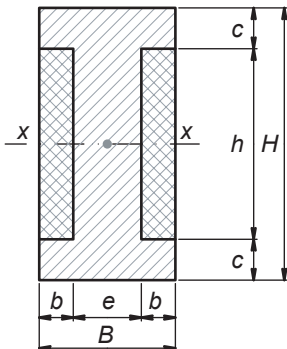
$H = 20\text{ mm}$

$b = 3\text{ mm}$

$h = 10\text{ mm}$

$c = 5\text{ mm}$

1° CASO: l'asse neutro coincide con l'asse x-x



Calcolo di:

– I_x = momento d'inerzia della sezione calcolato rispetto all'asse x-x [mm⁴]

$$I_x = \frac{1}{12} \cdot B \cdot H^3 + 2 \cdot \frac{1}{12} \cdot (b \cdot h^3)$$

$$\text{Risulta: } I_x = \frac{1}{12} \cdot 14 \cdot 20^3 + 2 \cdot \frac{1}{12} \cdot (3 \cdot 10^3) \approx 8833,33\text{ mm}^4$$

Calcolo di:

– A_{fusto} = area della sezione normale del fusto [mm²]

$$A_{fusto} = B \cdot H - 2 \cdot (b \cdot h)$$

$$\text{Risulta: } A_{fusto} = 14 \cdot 20 - 2 \cdot 3 \cdot 10 = 220\text{ mm}^2$$

Calcolo di:

– i_x = raggio d'inerzia con asse neutro x-x [mm]

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A_{fusto}}}$$

$$\text{Risulta: } i_x = \sqrt{\frac{8833,33}{220}} \approx 6,336\text{ mm}$$

Calcolo di:

– l_x = luce libera di inflessione con asse neutro x-x [mm]

$$l_x = l_{biella}$$

Risulta: $l_x = 350 \text{ mm}$

Calcolo di:

– λ_x = rapporto di snellezza con asse neutro x - x

$$\lambda_x = \frac{l_x}{i_x}$$

Risulta: $\lambda_x = \frac{350}{6,336} \approx 55,24$

METODO DI EULERO

Verificare la condizione di applicabilità della formula di Eulero, ovvero se:

$$\lambda_x \geq \lambda_{\min \text{ Eulero}} = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{R_{p0,2}}}$$

con:

E (modulo di elasticità normale o modulo di Young) = $206\,000 \text{ N/mm}^2$;

$R_{p0,2}$ (carico unitario di scostamento dalla proporzionalità) ($= R_{eH}$) = 1050 N/mm^2

Calcolo di:

$$\lambda_{\min \text{ Eulero}} = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{R_{p0,2}}}$$

Risulta: $\lambda_{\min \text{ Eulero}} = \pi \cdot \sqrt{\frac{206\,000}{1050}} \approx 44,00$

Dal momento che risulta:

$$\lambda_x = 55,24 > 44,00 = \lambda_{\min \text{ Eulero}}$$

il metodo di Eulero è applicabile.

Formula di Eulero:

$$\sigma = \frac{F_{\text{tot (P.M.S.)}}}{A_{\text{fusto}}} \leq \sigma_{\text{adm Eulero}} = \frac{\pi^2 \cdot E}{k_{\text{Eulero}} \cdot \lambda_x^2}$$

Calcolo di:

$$- \sigma \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, \text{MPa} \right]$$

$$\sigma = \frac{F_{\text{tot (P.M.S.)}}}{A_{\text{fusto}}}$$

Risulta: $\sigma = \frac{12\,665,82}{220} \approx 57,57 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

Calcolo di:

$$- \sigma_{\text{adm Eulero}} \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, \text{MPa} \right]$$

$$\sigma_{\text{adm Eulero}} = \frac{\pi^2 \cdot E}{k_{\text{Eulero}} \cdot \lambda_x^2}$$

Poniamo: $k_{\text{Eulero}} = \text{coefficiente di sicurezza secondo Eulero} = 5$

$$\text{Risulta: } \sigma_{\text{adm Eulero}} = \frac{\pi^2 \cdot 206\,000}{5 \cdot 55,24^2} \approx 133,28 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Dato che si è ottenuto:

$$\sigma = 57,57 \text{ N/mm}^2 < \sigma_{\text{adm Eulero}} = 133,28 \text{ N/mm}^2$$

la verifica secondo Eulero ha esito positivo.

METODO DI RANKINE

Calcolo di:

– $\alpha_{\text{Rankine}} = \text{coefficiente di Rankine}$

$$\alpha_{\text{Rankine}} = \frac{R_{\text{eH}}}{\pi^2 \cdot E}$$

$$\text{Risulta: } \alpha_{\text{Rankine}} = \frac{1050}{\pi^2 \cdot 206\,000} \approx 0,0005164$$

Calcolo di:

– $\sigma_{\text{adm a fatica}} = \text{carico unitario di sicurezza a compressione, a fatica} \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, \text{MPa} \right]$

$$\sigma_{\text{adm a fatica}} = \frac{R_{\text{eH}}}{1,5 \cdot 3}$$

$$\text{Risulta: } \sigma_{\text{adm a fatica}} = \frac{1050}{1,5 \cdot 3} \approx 233,33 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Formula di Rankine:

$$\sigma = \frac{F_{\text{tot (P.M.S.)}}}{A_{\text{fusto}}} \leq \sigma_{\text{adm Rankine}} = \frac{\sigma_{\text{adm a fatica}}}{1 + \alpha_{\text{Rankine}} \cdot \lambda_x^2}$$

Calcolo di:

– σ , se non precedentemente calcolato $\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, \text{MPa} \right]$

$$\sigma = \frac{F_{\text{tot (P.M.S.)}}}{A_{\text{fusto}}}$$

$$\text{Risulta: } \sigma = \frac{12\,665,82}{220} \approx 57,57 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Calcolo di:

– $\sigma_{\text{adm Rankine}} \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, \text{MPa} \right]$

$$\sigma_{\text{adm Rankine}} = \frac{\sigma_{\text{adm a fatica}}}{1 + \alpha_{\text{Rankine}} \cdot \lambda_x^2}$$

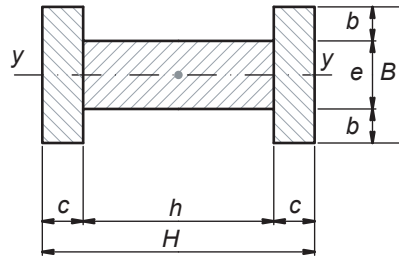
Risulta: $\sigma_{\text{adm Rankine}} = \frac{233,33}{1 + 0,0005164 \cdot 55,24^2} \approx 90,59 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

Dato che si è ottenuto:

$$\sigma = 57,57 \text{ N/mm}^2 < 90,59 \text{ N/mm}^2 = \sigma_{\text{adm Rankine}}$$

la verifica secondo Rankine ha esito positivo.

2° CASO: l'asse neutro coincide con l'asse y-y



Calcolo di:

– I_y = momento d'inerzia della sezione calcolato rispetto all'asse y-y [mm⁴]

$$I_y = \frac{1}{12} \cdot h \cdot e^3 + 2 \cdot \frac{1}{12} \cdot (c \cdot B^3)$$

Risulta: $I_y = \frac{1}{12} \cdot 10 \cdot 8^3 + 2 \cdot \frac{1}{12} \cdot (5 \cdot 14^3) \approx 2713,33 \text{ mm}^4$

Calcolo di:

– i_y = raggio d'inerzia con asse neutro y-y [mm]

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A_{\text{fusto}}}}$$

Risulta: $i_y = \sqrt{\frac{2713,33}{220}} \approx 3,511 \text{ mm}$

Calcolo di:

– l_y = luce libera di inflessione con asse neutro y-y [mm]

$$l_y = 0,7 \cdot l_{\text{biella}}$$

Risulta: $l_y = 0,7 \cdot 350 = 245 \text{ mm}$

Calcolo di:

– λ_y = rapporto di snellezza con asse neutro y-y

$$\lambda_y = \frac{l_y}{i_y}$$

Risulta: $\lambda_y = \frac{245}{3,511} \approx 69,76$

METODO DI EULERO

Verificare la condizione di applicabilità della formula di Eulero, ovvero se:

$$\lambda_y \geq \lambda_{\min \text{ Eulero}} = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{R_{p0,2}}}$$

con:

E (modulo di elasticità normale o modulo di Young) = 206 000 N/mm²;

$R_{p0,2}$ (carico unitario di scostamento dalla proporzionalità) ($= R_{eH}$) = 1050 N/mm²

Calcolo di:

– $\lambda_{\min \text{ Eulero}}$, se non già calcolato in precedenza

$$\lambda_{\min \text{ Eulero}} = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{R_{p0,2}}}$$

$$\text{Risulta: } \lambda_{\min \text{ Eulero}} = \pi \cdot \sqrt{\frac{206\,000}{1050}} \approx 44,00$$

Dato che si è ottenuto:

$$\lambda_y = 69,76 > 44,00 = \lambda_{\min \text{ Eulero}}$$

il metodo di Eulero è applicabile.

Formula di Eulero:

$$\sigma = \frac{F_{\text{tot (P.M.S.)}}}{A_{\text{fusto}}} \leq \sigma_{\text{adm Eulero}} = \frac{\pi^2 \cdot E}{k_{\text{Eulero}} \cdot \lambda_y^2}$$

con:

k_{Eulero} = coefficiente di sicurezza secondo Eulero = 5

Calcolo di:

– σ , se non già calcolato in precedenza $\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, \text{MPa} \right]$

$$\sigma = \frac{F_{\text{tot (P.M.S.)}}}{A_{\text{fusto}}}$$

$$\text{Risulta: } \sigma = \frac{12\,665,82}{220} \approx 57,57 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Calcolo di:

– $\sigma_{\text{adm Eulero}} \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, \text{MPa} \right]$

$$\sigma_{\text{adm Eulero}} = \frac{\pi^2 \cdot E}{k_{\text{Eulero}} \cdot \lambda_y^2}$$

$$\text{Risulta: } \sigma_{\text{adm Eulero}} = \frac{\pi^2 \cdot 206\,000}{5 \cdot 69,76^2} \approx 83,55 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Dato che si è ottenuto:

$$\sigma = 57,57 \text{ N/mm}^2 < 83,55 \text{ N/mm}^2 = \sigma_{\text{adm Eulero}}$$

la verifica secondo Eulero ha esito positivo.

METODO DI RANKINE

Calcolo di:

– α_{Rankine} = coefficiente di Rankine, se non già precedentemente calcolato

$$\alpha_{\text{Rankine}} = \frac{R_{\text{eH}}}{\pi^2 \cdot E}$$

$$\text{Risulta: } \alpha_{\text{Rankine}} = \frac{1050}{\pi^2 \cdot 206\,000} \approx 0,0005164$$

Calcolo di:

– $\sigma_{\text{adm a fatica}}$ = carico unitario di sicurezza a compressione, a fatica $\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, \text{MPa} \right]$
se non già precedentemente calcolato

$$\sigma_{\text{adm a fatica}} = \frac{R_{\text{eH}}}{1,5 \cdot 3}$$

$$\text{Risulta: } \sigma_{\text{adm a fatica}} = \frac{1050}{1,5 \cdot 3} \approx 233,33 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Formula di Rankine:

$$\sigma = \frac{F_{\text{tot (P.M.S.)}}}{A_{\text{fusto}}} \leq \sigma_{\text{adm Rankine}} = \frac{\sigma_{\text{adm a fatica}}}{1 + \alpha_{\text{Rankine}} \cdot \lambda_y^2}$$

Calcolo di:

$$- \sigma_{\text{adm Rankine}} \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, \text{MPa} \right]$$

$$\sigma_{\text{adm Rankine}} = \frac{\sigma_{\text{adm a fatica}}}{1 + \alpha_{\text{Rankine}} \cdot \lambda_y^2}$$

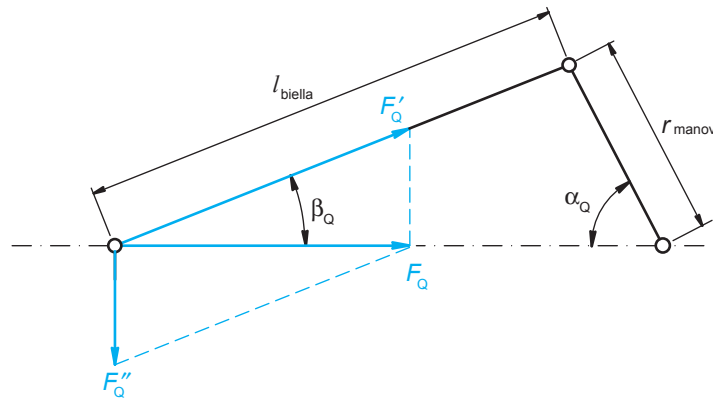
$$\text{Risulta: } \sigma_{\text{adm Rankine}} = \frac{233,33}{1 + 0,0005164 \cdot 69,76^2} \approx 66,41 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Dal momento che si è ottenuto:

$$\sigma = 57,57 \text{ N/mm}^2 < 66,41 \text{ N/mm}^2 = \sigma_{\text{adm Rankine}}$$

la verifica secondo Rankine ha esito positivo.

b) Verifica a compressione assiale e flessione del fusto di una biella per motore alternativo a c.i. nella posizione di quadratura (verifica al colpo di frusta)



Calcolo di:

– β_Q = angolo di biella del manovellismo in posizione di quadratura, come da schema precedente

$$\operatorname{tg} \beta_Q = \frac{r_{\text{manov}}}{l_{\text{biella}}}$$

Risulta: $\operatorname{tg} \beta_Q \approx 0,2857$

$$\beta_Q = \operatorname{arctg} \left(\frac{r_{\text{manov}}}{l_{\text{biella}}} \right)$$

Risulta: $\beta_Q \approx 15,945^\circ$

– F'_Q = forza diretta secondo l'asse della biella, esercitata sulla testa del pistone dai gas in fase di espansione, quando il manovellismo è in posizione di quadratura [N], come da schema precedente

$$F'_Q = \frac{F_Q}{\cos \beta_Q}$$

Risulta: $F'_Q = \frac{7500}{\cos 15,945^\circ} \approx 7800,11 \text{ N}$

Calcolo di:

– σ_{compress} = tensione interna di compressione assiale sul fusto della biella in posizione di quadratura $\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, \text{MPa} \right]$

$$\sigma_{\text{compress}} = \frac{F'_Q}{A_{\text{fusto}}}$$

Risulta:

$$\sigma_{\text{compress}} = \frac{7500}{\cos 15,945^\circ} \approx 35,45 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Calcolo di:

– $M_{f\max}$ = momento flettente massimo sul fusto della biella in posizione di quadratura [N · m]

$$M_{f\max} = 0,064 \cdot m_{\text{tot inerzia rotaz}} \cdot \omega_1^2 \cdot r_{\text{manov}} \cdot l_{\text{biella}}$$

dove: r_{manov} [m], l_{biella} [m]

Risulta:

$$M_{f\max} = 0,064 \cdot 0,9 \cdot 282,74^2 \cdot 0,1 \cdot 0,35 \approx 161,16 \text{ N} \cdot \text{m} \approx 161166,7 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Calcolo di:

– $W_{f\,x}$ = modulo di resistenza a flessione con asse neutro asse x-x [mm³]

$$W_{f\,x} = \frac{I_x}{y_{\max}}$$

dove:

y_{\max} = distanza massima dall'asse neutro (asse x-x) delle fibre del fusto della biella [mm]

$$y_{\max} = \frac{H}{2}$$

$$\text{Risulta: } W_{f\,x} = \frac{8833,33}{10} \approx 883,33 \text{ mm}^3$$

Calcolo di:

– $\sigma_{\max M_f}$ = tensione interna massima di compressione, dovuta al momento flettente, delle fibre del fusto della biella più lontane dall'asse neutro

$\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, \text{MPa} \right]$ secondo la formula di Navier:

$$\sigma_{\max M_f} = \frac{M_{f\max}}{W_{f\,x}}$$

$$\text{Risulta: } \sigma_{\max M_f} = \frac{161166,7}{883,33} \approx 182,46 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Verifica a compressione assiale e flessione delle fibre del fusto della biella più lontane dall'asse neutro

Calcolo di:

– $\sigma_{\max \text{ tot}}$

$$\sigma_{\max \text{ tot}} = \sigma_{\text{compress}} + \sigma_{\max M_f} \leq \sigma_{\text{adm a fatica}}$$

$$\text{Risulta: } \sigma_{\max \text{ tot}} = 35,45 + 182,46 \approx 217,91 \text{ N/mm}^2$$

Dato che si è ottenuto:

$$\sigma_{\max \text{ tot}} = 217,91 \text{ N/mm}^2 < 233,33 \text{ N/mm}^2 = \sigma_{\text{adm fatica}}$$

si può concludere che la verifica a compressione assiale e flessione delle fibre del fusto della biella più lontane dall'asse neutro ha esito positivo.



RISORSE DIGITALI

7 Su foglio elettronico: Esempio di calcolo della verifica della resistenza del fusto di biella