

Verifica di resistenza dei perni a collari –

Dimostrazione della formula: $h = b \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot d_m \cdot p_{adm}}{d_i \cdot \sigma_{adm}}}$

Ogni anello del perno a collari è sollecitato a flessione e taglio; infatti esso è assimilabile a una trave a mensola, incastrata a una estremità all'albero e caricata da una forza F_1 , perpendicolare alla trave e uniformemente distribuita su tutta la lunghezza della trave stessa.

La spinta assiale agente complessivamente sull'albero, indicata con F , può ritenersi distribuita in modo uguale su ogni anello. Si ha cioè:

$$F_1 = \frac{F}{z_{anelli}}$$

dove con z_{anelli} si è indicato il numero di anelli che compongono il perno.

La forza F_1 può ritenersi, in prima approssimazione, distribuita uniformemente sull'intera superficie S dell'anello. Risulta allora:

$$p = \frac{F_1}{S} = \text{cost.}$$

ovvero:

$$F_1 = p \cdot S \quad (1)$$

Se si applica il primo teorema di Pappo-Guldino, risulta:

$$S = b \cdot r_m \cdot 2 \cdot \pi$$

dove con r_m si è indicato il raggio medio di ogni anello e con b la sua dimensione radiale (**Figura 1**).

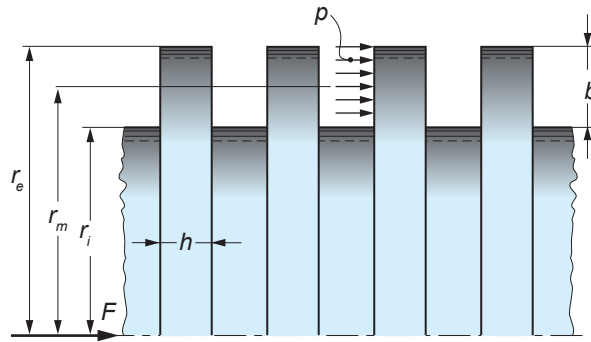


Figura 1
Dimensionamento
di un perno di spinta
ad anelli multipli.

Questa espressione, dato che è:

$$d_m = 2 \cdot r_m$$

può anche scriversi:

$$S = \pi \cdot b \cdot d_m \quad (2)$$

dove con d_m si è indicato il diametro medio di ogni anello.

Generalmente la sollecitazione di taglio non viene presa in considerazione in quanto ha effetti trascurabili rispetto a quella di flessione. Quando tale sollecitazione è ritenuta importante si applica la formula di verifica:

$$\tau_{max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{F_1}{A} \leq \tau_{adm}$$

dove A , area della sezione d'incastro dell'anello sull'albero (Figura 2), vale:

$$A = \pi \cdot d_i \cdot h$$

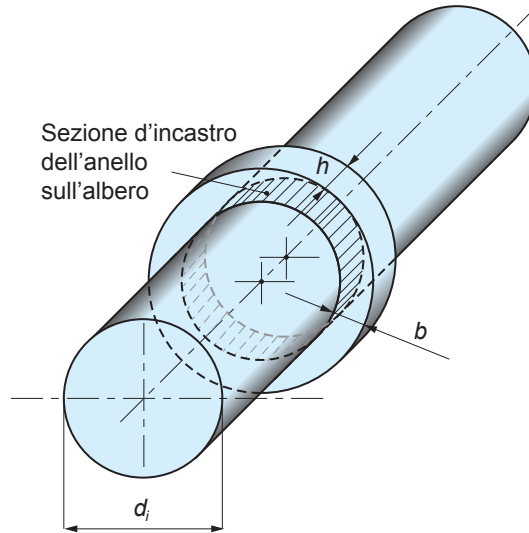


Figura 2

Il momento flettente massimo di ogni anello si ha in corrispondenza dell'incastro sull'albero e vale:

$$M_{f \max} = F_1 \cdot \frac{b}{2}$$

ovvero, per le espressioni (1) e (2):

$$M_{f \max} = p \cdot S \cdot \frac{b}{2} = p \cdot (\pi \cdot b \cdot d_m) \cdot \frac{b}{2} = p \cdot d_m \cdot \pi \cdot \frac{b^2}{2} \quad (3)$$

Se in fase di progettazione si assume $p = p_{\text{adm}}$, l'espressione (3) diviene:

$$M_{f \max} = p_{\text{adm}} \cdot d_m \cdot \pi \cdot \frac{b^2}{2} \quad (4)$$

La sezione di attacco di ciascun anello all'albero, cioè la sezione di incastro, sviluppata su un piano, è un rettangolo di base $\pi \cdot d_i$ e altezza h (Figura 2), dove d_i è il diametro dell'anello nella sezione d'incastro e h lo spessore assiale dell'anello stesso.

Tale sezione presenta quindi un modulo di resistenza a flessione che vale:

$$W_f = \frac{\pi \cdot d_i \cdot h^2}{6} \quad (5)$$

D'altra parte, dalla formula di progetto a flessione, ricavata dalla formula di Navier, è anche:

$$W_{f \min} = \frac{M_f}{\sigma_{\text{adm}}} \quad (6)$$

Se si sostituiscono le espressioni (4) e (5) nella (6) si ottiene:

$$\frac{\pi \cdot d_i \cdot h^2}{6} = \frac{p_{\text{adm}} \cdot d_m \cdot \pi \cdot b^2}{2 \cdot \sigma_{\text{adm}}}$$

da cui:

$$h = b \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot d_m \cdot p_{\text{adm}}}{d_i \cdot \sigma_{\text{adm}}}} \quad (7)$$