

Perni portanti d'estremità e intermedi – Dimostrazione della formula: $l_{\text{min perno}} = \frac{F \cdot n}{C}$

Premessa

Indichiamo con Q_{attr} [J] la quantità di calore prodotta per effetto dell'attrito che si sviluppa tra perno e cuscinetto.
Il simbolo \dot{Q}_{attr} , cioè Q_{attr} con il punto sovrascritto, rappresenta il rapporto $\frac{Q_{\text{attr}}}{t}$, ovvero:

$$\dot{Q}_{\text{attr}} = \frac{Q_{\text{attr}}}{t}$$

ed è la quantità di calore Q_{attr} [J] scambiata nel tempo t [s].
 \dot{Q}_{attr} rappresenta quindi la *potenza termica (flusso termico)* dovuta all'attrito, talvolta indicata anche con P_Q . Si misura in watt $\left[W = \frac{J}{s}\right]$.

Ciò premesso, la quantità di calore che viene prodotta per attrito nell'unità di tempo \dot{Q}_{attr} corrisponde alla potenza passiva generata dalla forza d'attrito F_{attr} ed è pertanto espressa dalla relazione:

$$\dot{Q}_{\text{attr}} = F_{\text{attr}} \cdot v_{\text{strisc}} \quad [W] \quad (1)$$

che è l'espressione della potenza P nel caso di moti traslatori ($P = F \cdot v$); con v_{strisc} si è indicata la velocità di strisciamento, ovvero la velocità periferica del perno rotante all'interno del cuscinetto radente. Essa vale:

$$v_{\text{strisc}} = \omega \cdot r_{\text{perno}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} \cdot \frac{d_{\text{perno}}}{2} = \frac{\pi \cdot d_{\text{perno}} \cdot n}{60} \quad \left[\frac{m}{s}\right] \quad (2)$$

dove d_{perno} deve essere espresso in metri e n , frequenza di rotazione del perno, in giri/min.

D'altra parte si ha:

$$F_{\text{attr}} = F \cdot f \quad [N] \quad (3)$$

dove f è il coefficiente d'attrito e F la forza agente sul perno perpendicolarmente al suo asse. Se il carico non è costante ma varia periodicamente nel tempo, F ne è il valore medio.

Se si inseriscono nella (1) la (2) e la (3) si ricava:

$$\dot{Q}_{\text{attr}} = F \cdot f \cdot \frac{\pi \cdot d_{\text{perno}} \cdot n}{60} \quad [W] \quad (4)$$

Nel caso di attrito misto si possono assumere per f valori compresi tra 0,02 e 0,10. Nel caso di attrito fluido, valori orientativi di f sono riportati in [Tabella 5.3](#).

Tabella 5.3
Valori orientativi del coefficiente d'attrito f in caso di lubrificazione idrodinamica con perni in acciaio.

Materiale del cuscinetto	Coefficiente d'attrito f
Bronzo massiccio	0,08 ÷ 0,15
Bronzo sinterizzato con inclusioni di grafite	0,05 ÷ 0,10
Materiale composito PTFE (politetrafluoroetilene – teflon)	0,03 ÷ 0,25
Materiale composito POM (poliossimetilene)	0,02 ÷ 0,20
Poliammide con PTFE	0,06 ÷ 0,15
Fibre avvolte di vetro, PTFE e PES (poliesteri)	0,03 ÷ 0,08

Il flusso termico \dot{Q}_{attr} prodottosi per attrito deve essere poi smaltito efficacemente sia attraverso la superficie di scambio, cioè le pareti del cuscinetto, sia tramite il lubrificante. La quantità di calore trasmessa all'esterno nell'unità di tempo attraverso le pareti del cuscinetto \dot{Q}' vale:

$$\dot{Q}' = \alpha \cdot S_1 \cdot (T_{\text{perno}} - T_e) \quad [\text{W}] \quad (5)$$

dove:

α = coefficiente globale di scambio termico $\left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \right]$;

S_1 = area della superficie nominale di scambio termico $[\text{m}^2]$;

T_{perno} = temperatura media dell'olio presente nell'interstizio tra perno e cuscinetto $[\text{K}]$;

T_e = temperatura ambiente $[\text{K}]$.

Orientativamente per α si possono assumere i seguenti valori $\left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \right]$:

- per cuscinetti leggeri e aria calma: $\alpha = 45$;
- per cuscinetti pesanti e aria calma: $\alpha = 115$;
- per cuscinetti pesanti e aria mossa: $\alpha = 450$.

Per quanto riguarda la superficie nominale trasmettente S_1 , essa è la superficie laterale di un cilindro di diametro d_{perno} e altezza l_{perno} ; è cioè la superficie cilindrica di contatto dei due elementi accoppiati e pertanto vale:

$$S_1 = (\pi \cdot d_{\text{perno}}) \cdot l_{\text{perno}}$$

Se si sostituisce nella (5) a S_1 l'espressione sopra riportata, si ha:

$$\dot{Q}' = \alpha \cdot \pi \cdot d_{\text{perno}} \cdot l_{\text{perno}} \cdot (T_{\text{perno}} - T_e) \quad (6)$$

La quantità di calore \dot{Q}'' , asportata dal lubrificante nell'unità di tempo, è ricavabile dall'espressione:

$$\dot{Q}'' = q_m \cdot c_p \cdot (T_u - T_i) \quad [\text{W}] \quad (7)$$

dove:

q_m = portata in massa dell'olio $[\text{kg/s}]$;

c_p = capacità termica massica media del lubrificante $\left[\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right]$;

T_u = temperatura di uscita dell'olio dal meato esistente tra perno e cuscinetto $[\text{K}]$;

T_i = temperatura d'ingresso dell'olio nel meato $[\text{K}]$.

La portata in massa q_m si ricava dalla portata in volume q_V tramite la relazione:

$$q_m = \rho_{\text{olio}} \cdot q_V$$

con:

ρ_{olio} = massa volumica (o *densità*) dell'olio $[\text{kg/m}^3]$;

q_V = portata in volume dell'olio $[\text{m}^3/\text{s}]$.

Orientativamente si può assumere:

$$c_p \approx 1930 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad \text{e} \quad \rho_{\text{olio}} \approx 890 \text{ kg/m}^3$$

La temperatura dell'olio lubrificante presente nel meato resta costantemente all'interno dei limiti di oscillazione ammessi se, a regime, è verificata l'uguaglianza:

$$\dot{Q}_{\text{attr}} = \dot{Q}' + \dot{Q}'' \quad (8)$$

ovvero: la quantità di calore prodotta a regime, per attrito, nell'unità di tempo \dot{Q}_{attr} deve essere pari alla somma di quella smaltita nello stesso tempo attraverso le pareti del cuscinetto \dot{Q}' e di quella asportata dal lubrificante \dot{Q}'' . Se si sostituiscono nell'espressione (8) i valori dati dalle formule (4), (6) e (7) si ricava:

$$F \cdot f \cdot \frac{\pi \cdot d_{\text{perno}} \cdot n}{60} = \alpha \cdot \pi \cdot d_{\text{perno}} \cdot l_{\text{perno}} \cdot (T_{\text{perno}} - T_e) + q_m \cdot c_p \cdot (T_u - T_i)$$

da cui si ottiene:

$$l_{\text{perno}} = F \cdot n \cdot \frac{f}{60 \cdot \alpha \cdot (T_{\text{perno}} - T_e)} - \frac{q_m \cdot c_p \cdot (T_u - T_i)}{\pi \cdot \alpha \cdot d_{\text{perno}} \cdot (T_{\text{perno}} - T_e)} \quad (9)$$

L'espressione (8) è utilizzabile se la lubrificazione è forzata, cioè se l'olio lubrificante circola in abbondanza e viene anche eventualmente raffreddato. Se la lubrificazione non è abbondante, la temperatura T_u dell'olio in uscita dal meato è poco diversa da quella T_i d'ingresso.

Di conseguenza la differenza $(T_u - T_i)$ che compare nell'espressione (7) è molto piccola, per cui la quantità di calore sottratta dal lubrificante nell'unità di tempo \dot{Q}'' diviene trascurabile rispetto a quella \dot{Q}' trasmessa all'esterno attraverso le pareti del cuscinetto.

In questo caso l'espressione (8) si semplifica nella relazione:

$$\dot{Q}_{\text{attr}} = \dot{Q}'$$

In altre parole: a regime, la quantità di calore prodotta per attrito nell'unità di tempo \dot{Q}_{attr} deve essere uguale a quella smaltita attraverso le pareti del cuscinetto \dot{Q}' .

L'espressione (9) diventa allora:

$$l_{\text{min perno}} = F \cdot n \cdot \frac{f}{60 \cdot \alpha \cdot (T_{\text{perno}} - T_e)} \quad (10)$$

È opportuno introdurre, a questo punto, un coefficiente m per tener conto delle varie unità di misura utilizzate nell'elaborazione delle formule precedenti.

L'espressione (10) diviene allora:

$$l_{\text{min perno}} = F \cdot n \cdot \frac{f}{m \cdot 60 \cdot \alpha \cdot (T_{\text{perno}} - T_e)} \quad (10')$$

Se si pone:

$$C = \frac{m \cdot 60 \cdot \alpha \cdot (T_{\text{perno}} - T_e)}{f}$$

la (10') può essere scritta:

$$l_{\text{min perno}} = \frac{F \cdot n}{C} \quad (11)$$

Il valore del parametro C dipende dalle condizioni di funzionamento e in particolare:

– dal tipo di lubrificazione (scarsa, ordinaria, forzata);

- dalla maggiore o minore accuratezza della lavorazione delle superfici (grado di lavorazione delle superfici corrente, accurato);
- dal tipo di impianto di raffreddamento dell'olio lubrificante (impianto di raffreddamento assente, in aria calma, forzato).

I valori di C sono ottenuti per via sperimentale e sono reperibili sui manuali tecnici. Valori orientativi del parametro C sono riportati nella Tabella 5.4, reperibile nella parte digitale del testo, in funzione del grado di finitura delle superfici a contatto, del tipo di lubrificazione e delle modalità di raffreddamento.