

Costruzione grafica del diagramma (v_p , S_p)

Ci proponiamo di costruire graficamente il diagramma della velocità v_p del piede di biella P in funzione dello spostamento S_p del punto P.

Consideriamo la configurazione generica del manovellismo di spinta rotativa di **Figura 1**. Indichiamo con α_1 l'angolo di manovella, β_1 l'angolo di biella, r la lunghezza della manovella e l quella della biella.

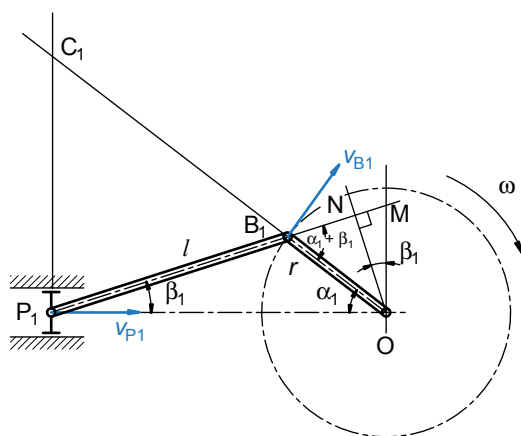


Figura 1

Prolunghiamo il segmento P_1B_1 fino a incontrare in M la verticale innalzata dal centro O.

È necessario, a questo punto, conoscere la posizione del centro di istantanea rotazione C_1 della biella in questa configurazione; esso viene determinato come punto d'incontro delle normali alle traiettorie dei punti P_1 e B_1 .

Tracciamo le normali alle traiettorie dei punti P_1 e B_1 d'estremità della biella:

- la traiettoria descritta da P_1 è rettilinea e giace sulla retta P_1O ; la normale in P_1 a questa traiettoria è quindi la retta P_1C_1 , perpendicolare in P_1 a P_1O ;
- la traiettoria di B_1 è la circonferenza di centro O e raggio OB_1 ; la normale in B_1 a questa traiettoria è quindi la retta OB_1 che congiunge il centro O della circonferenza con il punto B_1 .

Il punto C_1 , intersezione delle rette OB_1 e P_1C_1 , è il centro di istantanea rotazione cercato.

Dal momento che i triangoli $P_1B_1C_1$ e B_1OM hanno gli angoli ordinatamente uguali, essi sono simili. Possiamo quindi scrivere la proporzione:

$$\frac{\overline{OM}}{\overline{OB_1}} = \frac{\overline{P_1C_1}}{\overline{B_1C_1}} \quad (1)$$

D'altra parte il punto B_1 , se considerato appartenente alla manovella, è caratterizzato dalla velocità:

$$v_{B1} = \omega \cdot r \quad (2)$$

dove ω è la velocità angolare della manovella.

Se invece lo si considera appartenente alla biella, il suo moto istantaneo è di rotazione attorno a C_1 , per cui è anche:

$$v_{B1} = \omega_C \cdot \overline{B_1C_1} \quad (3)$$

dove ω_C è la velocità angolare della biella rispetto a C_1 .

Analogamente è anche:

$$v_{P1} = \omega_C \cdot \overline{P_1 C_1} \quad (4)$$

Se dividiamo membro a membro la (4) e la (3) otteniamo:

$$\frac{v_{P1}}{v_{B1}} = \frac{\omega_C \cdot \overline{P_1 C_1}}{\omega_C \cdot \overline{B_1 C_1}} = \frac{\overline{P_1 C_1}}{\overline{B_1 C_1}} \quad (5)$$

In base alla (1) la (5) può scriversi:

$$\frac{\overline{P_1 C_1}}{\overline{B_1 C_1}} = \frac{v_{P1}}{v_{B1}} = \frac{\overline{OM}}{\overline{OB_1}}$$

ovvero:

$$v_{P1} = v_{B1} \cdot \frac{\overline{OM}}{\overline{OB_1}} = v_{B1} \cdot \frac{\overline{OM}}{r} \quad (6)$$

in quanto è:

$$\overline{OB_1} = r$$

Se sostituiamo la (2):

$$v_{B1} = \omega \cdot r$$

nella (6) otteniamo:

$$v_{P1} = \omega \cdot r \cdot \frac{\overline{OM}}{r} = \omega \cdot \overline{OM}$$

Dunque, il segmento \overline{OM} rappresenta, “a meno di ω ”, cioè per $\omega = 1$ rad/s, la velocità istantanea del piede di biella in una generica configurazione del manovellismo.

Si trasla il segmento \overline{OM} in corrispondenza della posizione del punto P_1 : si ottiene così il segmento $\overline{P_1 F_1}$ (Figura 2).

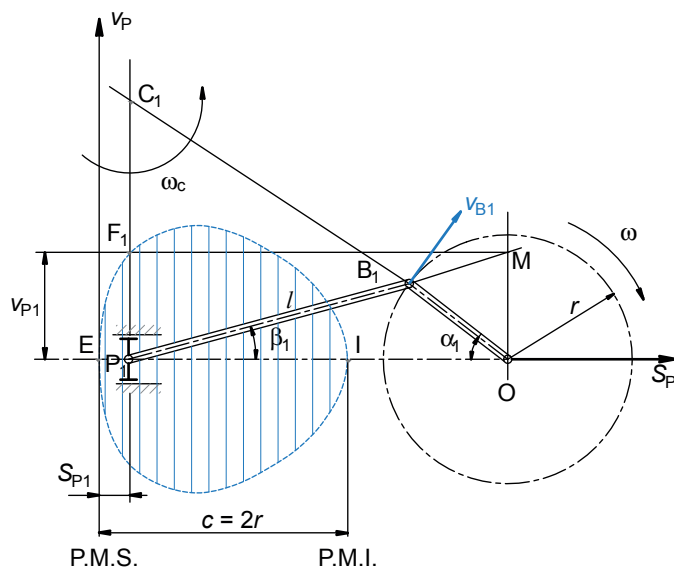


Figura 2

Si ripete la costruzione di un nuovo segmento \overline{OM} per ogni generica posizione di P.

Si trasla tale segmento in corrispondenza della relativa posizione del punto P: si ottengono così i segmenti P_2F_2, P_3F_3 ecc.

Si congiungono infine tutti i punti come F_1 (F_2, F_3 ecc.) così determinati e si ottiene il diagramma di Figura 2.

I punti E e I rappresentano rispettivamente il P.M.S. e il P.M.I. del manovellismo; la loro distanza reciproca è la corsa $c = 2r$.

Da questo diagramma si rileva che la velocità massima non si ha in corrispondenza di uno spostamento di P pari a $\frac{c}{2}$, quando cioè è $\alpha = \frac{\pi}{2}$ ma:

- con un leggero anticipo rispetto a tale posizione se:
 - P si sposta dal P.M.S. al P.M.I.;
- con un leggero ritardo quando:
 - questo spostamento avviene in senso opposto.

Tutto ciò avviene in perfetta analogia con quanto si è osservato dall'analisi del diagramma (v_p, α).