

Rigidezza e flessibilità di un sistema elastico composto da molle in parallelo o in serie

Molle poste in parallelo

a) Calcolo della rigidezza complessiva

Per due o più molle poste in parallelo (Figura 1), valgono le seguenti relazioni:

$$F_{\text{tot}} = F_1 + F_2 + F_3 + \dots \quad (1)$$

ovvero: la forza complessiva F_{tot} si ripartisce in modo diverso tra le varie molle, e:

$$f = f_1 = f_2 = f_3 = \dots \quad (2)$$

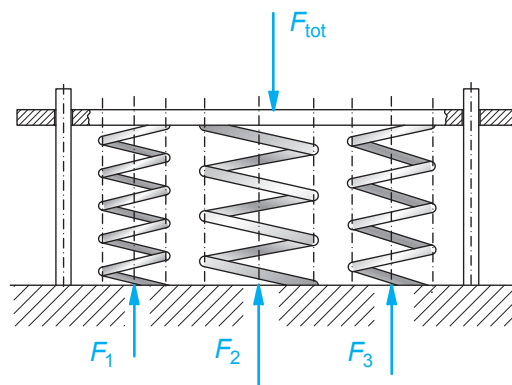
ovvero: tutte le molle subiscono la stessa deformazione.

Figura 1

Molle in parallelo: schema didattico.

$$F_{\text{tot}} = F_1 + F_2 + F_3$$

$$f = f_1 = f_2 = f_3$$



Dall'espressione della rigidezza:

$$K_r = \frac{F}{f}$$

si ricava:

$$F = K_r \cdot f$$

La (1) può scriversi:

$$K_{r\text{tot}} \cdot f = K_{r1} \cdot f_1 + K_{r2} \cdot f_2 + K_{r3} \cdot f_3 + \dots$$

Questa relazione, in base alla (2), diventa:

$$K_{r\text{tot}} \cdot f = K_{r1} \cdot f + K_{r2} \cdot f + K_{r3} \cdot f + \dots = f \cdot (K_{r1} + K_{r2} + K_{r3} + \dots)$$

da cui, fatte le dovute semplificazioni, si ottiene:

$$K_{r\text{tot}} = K_{r1} + K_{r2} + K_{r3} + \dots \quad (3)$$

Ciò significa che il sistema elastico costituito da due o più molle in parallelo ha una rigidezza pari alla somma delle rigidezze delle singole molle componenti.

b) Calcolo della flessibilità complessiva

Per quanto riguarda il calcolo della flessibilità complessiva di due o più molle poste in parallelo, si può procedere nel modo seguente.

Dato che per la (3) è:

$$K_{r\text{tot}} = K_{r1} + K_{r2} + K_{r3} + \dots$$

l'espressione precedente può anche scriversi:

$$\frac{1}{K_{f \text{ tot}}} = \frac{1}{K_{f1}} + \frac{1}{K_{f2}} + \frac{1}{K_{f3}} + \dots \quad (4)$$

in quanto è:

$$K_r = \frac{1}{K_f}$$

Dall'espressione (4) si ottiene:

$$K_{f \text{ tot}} = \frac{1}{\frac{1}{K_{f1}} + \frac{1}{K_{f2}} + \frac{1}{K_{f3}} + \dots}$$

Dalla (4) si ricava che se poniamo in parallelo due o più molle, la flessibilità complessiva $K_{f \text{ tot}}$ risulta inferiore alla flessibilità di ciascuna molla. Infatti ciascun membro della sommatoria:

$$\frac{1}{K_{f1}} + \frac{1}{K_{f2}} + \frac{1}{K_{f3}} + \dots$$

dell'espressione (4) è sicuramente minore della somma, cioè di $\frac{1}{K_{f \text{ tot}}}$. Quindi il denominatore di $\frac{1}{K_{f \text{ tot}}}$, cioè $K_{f \text{ tot}}$, è sicuramente minore di ogni denominatore

delle singole frazioni $\frac{1}{K_{f1}}$, $\frac{1}{K_{f2}}$, $\frac{1}{K_{f3}}$, ecc., cioè di K_{f1} , di K_{f2} , di K_{f3} ecc.

Molle poste in serie

a) Calcolo della flessibilità complessiva

Per due o più molle poste in serie (Figura 2) valgono le seguenti relazioni:

$$F_{\text{tot}} = F_1 = F_2 = F_3 = \dots \quad (1')$$

ovvero: ogni molla componente è soggetta allo stesso carico F_{tot} ;

$$f = f_1 + f_2 + f_3 + \dots \quad (2')$$

ovvero: la freccia della molla composta è pari alla somma delle frecce delle singole molle.

La flessibilità $K_{f \text{ tot}}$ della molla composta vale:

$$K_{f \text{ tot}} = \frac{f}{F} \quad (3')$$

In base alla (2'), la (3') può scriversi:

$$K_{f \text{ tot}} = \frac{f}{F} = \frac{f_1 + f_2 + f_3 + \dots}{F} = \frac{f_1}{F} + \frac{f_2}{F} + \frac{f_3}{F} + \dots \quad (4')$$

ovvero, in base alla (1'):

$$K_{f \text{ tot}} = \frac{f_1}{F_1} + \frac{f_2}{F_2} + \frac{f_3}{F_3} + \dots$$

Dal momento che è:

$$K_{f1} = \frac{f_1}{F_1}; K_{f2} = \frac{f_2}{F_2}; K_{f3} = \frac{f_3}{F_3}$$

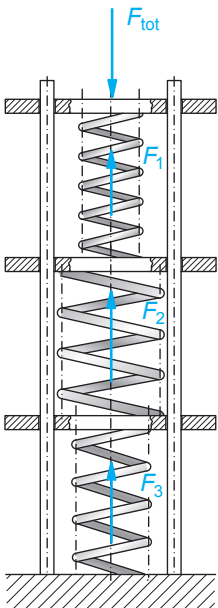


Figura 2

Molle in serie: schema didattico.

$$F_{\text{tot}} = F_1 = F_2 = F_3$$

$$f = f_1 + f_2 + f_3$$

la (4') diventa:

$$K_{f\text{ tot}} = K_{f1} + K_{f2} + K_{f3} + \dots$$

ovvero: la flessibilità di due o più molle poste in serie è pari alla somma delle flessibilità delle singole molle.

b) Calcolo della rigidezza complessiva

Per quanto riguarda il calcolo della rigidezza complessiva di due o più molle poste in serie, si può procedere nel modo seguente.

Dato che è:

$$K_{f\text{ tot}} = K_{f1} + K_{f2} + K_{f3} + \dots \quad (5)$$

l'espressione (5) può scriversi:

$$\frac{1}{K_{r\text{ tot}}} = \frac{1}{K_{r1}} + \frac{1}{K_{r2}} + \frac{1}{K_{r3}} + \dots \quad (6)$$

in quanto è:

$$K_f = \frac{1}{K_r}$$

Dall'espressione (6) si ottiene:

$$K_{r\text{ tot}} = \frac{1}{\frac{1}{K_{r1}} + \frac{1}{K_{r2}} + \frac{1}{K_{r3}} + \dots}$$

Dalla (6) si ricava che se poniamo in serie due o più molle, la rigidezza complessiva $K_{r\text{ tot}}$ è inferiore alla rigidezza di ciascuna molla. Infatti ciascun membro della sommatoria $\frac{1}{K_{r1}} + \frac{1}{K_{r2}} + \frac{1}{K_{r3}} + \dots$ dell'espressione (4) è sicuramente

minore della somma, cioè di $\frac{1}{K_{r\text{ tot}}}$. Quindi il denominatore di $\frac{1}{K_{r\text{ tot}}}$, cioè $K_{r\text{ tot}}$,

è sicuramente minore di ogni denominatore delle frazioni $\frac{1}{K_{r1}}, \frac{1}{K_{r2}}, \frac{1}{K_{r3}}, \dots$ ecc., cioè di K_{r1} , di K_{r2} , di K_{r3} ecc.