

## Perni di spinta – Dimostrazione delle formule:

$$r_e - r_i = F \cdot n \cdot \frac{f}{m \cdot 60 \cdot \alpha \cdot (T_s - T_e)}; \quad r_e - r_i = \frac{F \cdot n}{C}$$

**Premessa**

Analogamente a quanto s'è detto a proposito dei perni portanti, indichiamo con  $Q_{\text{attr}}$  [J] la quantità di calore prodotta per effetto dell'attrito che si sviluppa tra perno e cuscinetto.

Il simbolo  $\dot{Q}_{\text{attr}}$ , cioè  $Q_{\text{attr}}$  con il punto sovrascritto, rappresenta il rapporto  $\frac{Q_{\text{attr}}}{t}$  ovvero:

$$\dot{Q}_{\text{attr}} = \frac{Q_{\text{attr}}}{t}$$

ed è la quantità di calore  $Q_{\text{attr}}$  [J] scambiata nel tempo  $t$  [s].

$\dot{Q}_{\text{attr}}$  rappresenta quindi la *potenza termica (flusso termico)* dovuta all'attrito, talvolta indicata anche con  $P_Q$ . Si misura in watt  $\left[ W = \frac{J}{s} \right]$ . Analogamente si misura in watt la quantità di calore trasmessa nell'unità di tempo attraverso la superficie trasmettente (simbolo:  $\dot{Q}'$ ).

Ciò premesso, la potenza generata dalla forza d'attrito  $F_{\text{attr}}$  è espressa dalla relazione:

$$\dot{Q}_{\text{attr}} = F_{\text{attr}} \cdot v_{\text{strisc}} \quad [W] \quad (1)$$

Nel caso dei perni di spinta con superficie d'appoggio anulare la velocità di strisciamento  $v_{\text{strisc}}$  viene calcolata sul raggio medio  $r_m$  e vale:

$$v_{\text{strisc}} = \omega \cdot r_m = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} \cdot \frac{r_e + r_i}{2} \left[ \frac{m}{s} \right] \quad (2)$$

in quanto la velocità angolare  $\omega$  del perno è espressa dalla formula:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} \left[ \frac{\text{rad}}{s} \right]$$

con  $n$  = frequenza di rotazione (giri/min) e il raggio medio  $r_m$  vale:

$$r_m = \frac{r_e + r_i}{2}$$

dove  $r_e$  e  $r_i$  sono i raggi rispettivamente esterno e interno della superficie d'appoggio anulare.

D'altra parte è anche:

$$F_{\text{attr}} = f \cdot F \quad (3)$$

con:  $f$  = coefficiente d'attrito radente.

Se inseriamo le formule (2) e (3) nell'espressione (1), otteniamo

$$\dot{Q}_{\text{attr}} = f \cdot F \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} \cdot \frac{r_e + r_i}{2} \quad (4)$$

La quantità di calore trasmessa nell'unità di tempo attraverso la superficie trasmittente  $S_2$  vale:

$$\dot{Q}' = \alpha \cdot S_2 \cdot (T_s - T_e) \quad (5)$$

dove:

$\alpha$  = coefficiente globale di scambio termico  $\left[ \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \right]$ ;  
 $T_s$  = temperatura della superficie  $S_2$  [K];  
 $T_e$  = temperatura ambiente [K].

Se si pone nell'espressione (5):

$$S_2 = \pi \cdot (r_e^2 - r_i^2)$$

con:  $S_2$  = area della superficie anulare d'appoggio [ $\text{m}^2$ ], si ricava:

$$\dot{Q}' = \alpha \cdot \pi \cdot (r_e^2 - r_i^2) \cdot (T_s - T_e) \quad (6)$$

Dal momento che, a regime, deve essere:

$$\dot{Q}_{\text{attr}} = \dot{Q}'$$

se si uguagliano le formule (4) e (6) si ottiene:

$$f \cdot F \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} \cdot \frac{r_e + r_i}{2} = \alpha \cdot \pi \cdot (r_e^2 - r_i^2) \cdot (T_s - T_e)$$

Dato che è:

$$r_e^2 - r_i^2 = (r_e - r_i) \cdot (r_e + r_i)$$

l'espressione precedente diviene:

$$f \cdot F \cdot \frac{n}{60} \cdot (r_e + r_i) = \alpha \cdot (r_e - r_i) \cdot (r_e + r_i) \cdot (T_s - T_e)$$

In definitiva, si ricava:

$$r_e - r_i = F \cdot n \cdot \frac{f}{60 \cdot \alpha \cdot (T_s - T_e)} \quad (7)$$

È opportuno introdurre, a questo punto, un coefficiente  $m$  per tener conto delle diverse unità di misura utilizzate nella formulazione delle precedenti espressioni. L'espressione (7) diviene allora:

$$r_e - r_i = F \cdot n \cdot \frac{f}{m \cdot 60 \cdot \alpha \cdot (T_s - T_e)} \quad (8)$$

Se si pone:

$$C = \frac{m \cdot 60 \cdot \alpha \cdot (T_s - T_e)}{f}$$

la (8) può essere scritta:

$$r_e - r_i = \frac{F \cdot n}{C} \quad (9)$$

$C$  è un parametro il cui valore dipende dalle condizioni di funzionamento e in particolare:

– dal tipo di lubrificazione (scarsa, ordinaria, forzata);

- dalla maggiore o minore accuratezza della lavorazione delle superfici (grado di lavorazione corrente, accurato);
- dal tipo di impianto di raffreddamento dell'olio lubrificante (assente, in aria calma, forzato).

I valori di  $C$  sono ottenuti per via sperimentale e sono reperibili sui manuali tecnici. Valori orientativi del parametro  $C$  sono riportati nella Tabella 5.4, reperibile nella parte digitale del testo.

Se si pone:

$$\chi = \frac{r_i}{r_e}$$

con:  $\chi$  = rapporto di cavità, si ottiene:

$$r_i = \chi \cdot r_e$$

L'espressione (9) diviene:

$$r_e - \chi \cdot r_e = \frac{F \cdot n}{C}$$

da cui:

$$r_e = \frac{F \cdot n}{C} \cdot \frac{1}{1 - \chi} \quad [\text{mm}] \quad (10)$$