

Dimostrazione della validità dell'ipotesi $\rho_{fl} = \text{cost.}$ per i ventilatori

Si vuole dimostrare con un esempio numerico che, nelle normali condizioni di funzionamento, le masse volumiche ρ_{fl} del fluido a monte e a valle di un ventilatore hanno pressoché lo stesso valore.

L'equazione caratteristica dei gas perfetti:

$$p \cdot v = R \cdot T$$

dove:

p = pressione assoluta dell'aeriforme [Pa];

v = volume massico [m^3/kg];

R = costante del gas in esame [$\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$];

T = temperatura assoluta del gas [K];

può essere scritta:

$$\frac{p}{\rho} = R \cdot T \quad (1)$$

in quanto è:

$$v = \frac{1}{\rho}$$

con ρ = massa volumica [kg/m^3].

Dalla (1) si ricava:

$$\rho = \frac{p}{R \cdot T} \quad (2)$$

Ipotizziamo le seguenti condizioni, abbastanza comuni, all'ingresso e all'uscita, ovvero a monte e a valle, di un ventilatore:

1. all'*ingresso* del ventilatore, ovvero all'aspirazione:

– pressione dell'aria all'aspirazione p_{asp} = pressione atmosferica p_{atm} .

Dato che è: $p_{atm} \approx 101\,325 \text{ Pa} \approx 1,01325 \text{ bar}$, possiamo porre con buona approssimazione:

$$p_{atm} \approx 1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

Abbiamo quindi:

$$p_{asp} = p_{atm} \approx 1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

– temperatura t_{asp}° dell'aria all'aspirazione:

$$t_{asp}^\circ = 20^\circ \text{C} \rightarrow T_{asp} = (273,15 + 20) \text{ K} = 293,15 \text{ K}$$

2. all'*uscita* del ventilatore, ovvero alla mandata:

– pressione dell'aria alla mandata p_{mand} :

$$p_{mand} = p_{asp} + \Delta p$$

Fissiamo come incremento di pressione Δp il valore massimo Δp_{max} pari a 0,15 bar. Dato che si è posto:

$$p_{atm} \approx 1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

otteniamo:

$$p_{\text{mand}} = p_{\text{asp}} + \Delta p_{\text{max}} = (1 + 0,15) \text{ bar} = 1,15 \text{ bar} = 1,15 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

– temperatura t_{mand}° dell'aria all'uscita della macchina ovvero alla mandata:

$$t_{\text{mand}}^{\circ} = 60^{\circ} \text{C} \rightarrow T_{\text{mand}} = (273,15 + 60) \text{ K} = 333,15 \text{ K}$$

Se poniamo:

$$R_{\text{aria}} = 287,1 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

la massa volumica all'aspirazione $\rho_{\text{aria asp}}$ vale, dalla (2):

$$\rho_{\text{aria asp}} = \frac{p_{\text{asp}}}{R_{\text{aria}} \cdot T_{\text{asp}}} = \frac{10^5 \text{ Pa}}{287,1 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 293,15 \text{ K}} \approx 1,19 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

D'altra parte, la massa volumica alla mandata $\rho_{\text{aria mand}}$ vale, dalla (2):

$$\rho_{\text{aria mand}} = \frac{p_{\text{mand}}}{R_{\text{aria}} \cdot T_{\text{mand}}} = \frac{1,15 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{287,1 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 333,15 \text{ K}} \approx 1,20 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Resta così confermato che nel campo delle pressioni e delle temperature di normale impiego dei ventilatori le masse volumiche ρ_{fi} del fluido a monte e a valle di queste macchine hanno pressoché lo stesso valore.